

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного Знамени федерального
государственного бюджетного образовательного учреждения высшего
образования «Московский технический университет связи и информатики»

Методические указания по выполнению курсовой работы
по дисциплине: «Общая теория связи» по теме: «Разработка кодека и модема»
Часть 2
(направление подготовки 11.03.02)

Ростов-на-Дону
2022

Методические указания по выполнению курсовой работы
по дисциплине: «Общая теория связи» по теме: «Разработка кодека и модема»
Часть 2 (модем)

Составители: Заведующий кафедрой ИТСС к.т.н. доцент Юхнов В.И.
Доцент кафедры ОНП к.ф.-м.н. доцент Бородин А.В.

Рецензент: доцент кафедры ИТСС доцент Ершов В.В.

Методическое пособие обсуждено и одобрено на заседании кафедры ИТСС.
Протокол от «19» декабря 2022 г. № 5.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (часть 2.2. «МОДЕМ»)

1. Модуляция. Основные определения

Модуляция – процесс изменения одного из параметров переносчика в соответствии с информационным модулирующим цифровым сигналом. Модуляция позволяет согласовать параметры передаваемого сигнала с параметрами канала связи:

- основная энергия стандартного информационного цифрового сигнала сосредоточена в области низких частот, например, от 20 Гц до 1000 Гц. А канал связи имеет полосу пропускания, например, от 100020 Гц до 101000 Гц. В процессе модуляции происходит перенос спектра модулирующего сигнала в диапазон 100020-101000 Гц;
- ширина спектра информационного сигнала может быть больше или меньше, чем полоса частот канала связи. В процессе модуляции формируется модулированный сигнал, ширина спектра которого соответствует полосе частот канала связи;
- в процессе модуляции формируется сигнал, позволяющий реализовать максимальную помехоустойчивость приема информации.

Если в процессе модуляции изменяется амплитуда переносчика, то формируется сигнал дискретной амплитудной модуляции (ДАМ). Если изменяется частота или фаза, то формируются сигналы дискретной частотной (ДЧМ) или дискретной фазовой (ДФМ) модуляции. Возможны и смешанные виды модуляции, когда одновременно изменяются несколько параметров переносчика.

Одиночная посылка информационного сигнала называется *битом*.

Одиночная посылка модулированного сигнала называется *символом*.

Сигнал дискретной модуляции в общем виде на интервале i -го символа длительностью T можно записать в виде:

$$S_i(t) = S_{mi}(t) \cos[\omega_i t + \varphi_i(t)];$$

где S_{mi} ; ω_i ; φ_i – амплитуда, частота и фаза i -го символа.

Величина $V=1/T$ – называется скоростью модуляции, единица измерения – бод.

Модулированный сигнал представим квадратурными составляющими:

$$S_i(t) = S_{mi}(t) \cos \varphi_i(t) \cos \omega_i t + S_{mi}(t) \sin \varphi_i(t) \sin \omega_i t = I_i(t) \cos \omega_i t + Q_i(t) \sin \omega_i t$$

Вид $I(t)$ и $Q(t)$ определяет метод модуляции и важные свойства сигнала. Пусть:

$$I_i(t) = a_i p(t - iT); Q_i(t) = b_i q(t - iT),$$

где a_i , b_i – коэффициенты, определяющие передаваемую битовую комбинацию и вид модуляции;

$p(t)$; $q(t)$ – элементарные модулирующие сигналы в квадратурных каналах.

В этом случае модулированные символы можно записать в виде:

$$S_i(t) = a_i p(t - iT) \cos \omega_i t + b_i q(t - iT) \sin \omega_i t. \quad (1)$$

Если $p(t)$ и $q(t)$ выбрать так, чтобы соседние посылки не перекрывались во времени – это модуляция полным откликом. Если $p(t)$ и $q(t)$ от соседних импульсов – перекрываются, то это модуляция частичным откликом. При этом возникает межсимвольная интерференция, но такие сигналы имеют более хорошие спектральные характеристики. Для получения хороших энергетических характеристик модулированного сигнала огибающая должна быть постоянной, и для удобства нормированной, т.е. :

$$I^2(t) + Q^2(t) = \text{const} = 1.$$

Пусть параметры имеют значения: $p(t)=q(t)=1$; $T \geq t \geq 0$.

Сигнал ДАМ может быть получен из выражения (1), если $a_i \neq 0$, $b_i = 0$; (или $a_i = 0$, $b_i \neq 0$). В этом случае $\omega_i = \text{const}$:

$$s_i(t) = a_i \cos \omega_i t \quad \text{или} \quad s_i(t) = b_i \sin \omega_i t. \quad (2)$$

Оба выражения эквивалентны, будем рассматривать первое из них. Если a_i принимает только два значения 0 и 1, т.е. основание кода $m=2$, получим двоичную ДАМ, называемую также АМ-2: $s_0(t) = 0$ соответствует биту 0, $s_1(t) = \cos \omega_i t$ соответствует биту 1 (Рис.1).

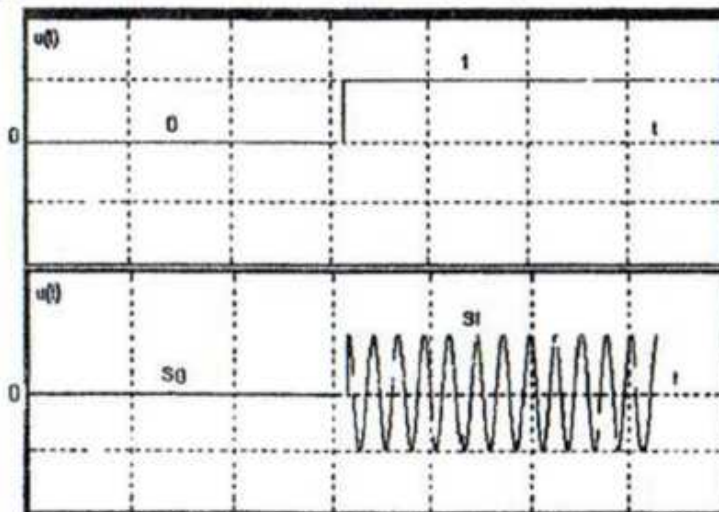


Рис.1

Если a_i принимает 4 возможных значения 0, 0.333, 0.666, 1, т.е. $m=4$, то мы получим четырехуровневую ДАМ:

$s_0(t) = 0$ - соответствует передаче битовой комбинации 00,

$s_1(t) = 0.333 \cos \omega_i t$ - соответствует передаче битовой комбинации 01,

$s_2(t) = 0.666 \cos \omega_i t$ - соответствует передаче битовой комбинации 10,

$s_3(t) = \cos \omega_i t$ - соответствует передаче битовой комбинации 11.

Сигнал ДЧМ может быть получен из (1), если, например, $a_i = 1$, $b_i = 0$, а частота ω_i принимает различные значения. Если $m=2$, то имеем двоичную ДЧМ:

$$s_0(t) = \cos \omega_0 t, \quad s_1(t) = \cos \omega_1 t \quad (\text{Рис.2})$$

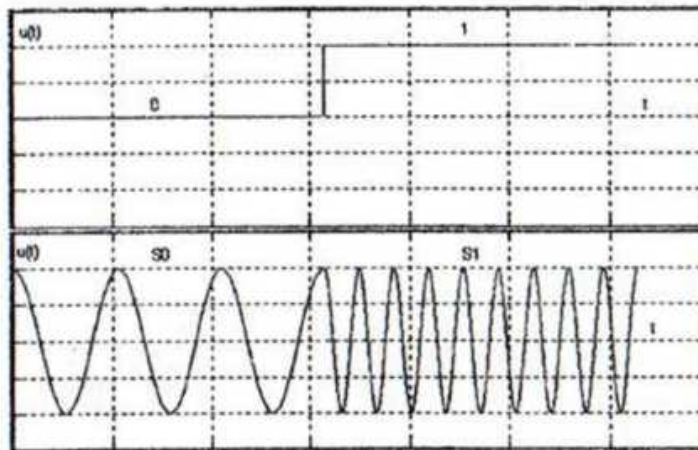


Рис.2

Аналогично, при $m=4$ получим четырехпозиционную ДЧМ, т.е. частота символов может принимать одно из четырех возможных значений $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$.

Сигнал ДФМ может быть получен из (1) при $\omega_i = \text{const}$. Если $m=2$, то имеем двоичную ДФМ или ФМ-2 (Рис.3):

$$s_0(t) = \cos \omega_0 t, \text{ при } a_i = 1, b_i = 0 - \text{соответствует передаче бита } 0, \quad (3)$$

$$s_1(t) = -\cos \omega_0 t = \cos(\omega_0 t + \pi) \text{ при } a_i = -1, b_i = 0 - \text{соответствует биту } 1.$$

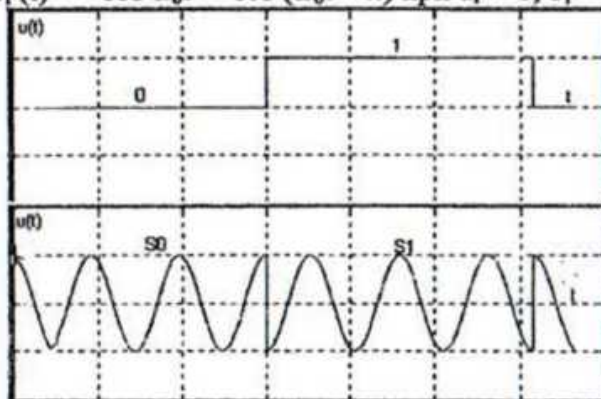


Рис.3

При $m=4$ получим четырехфазную ДФМ, обозначаемую, как ФМ-4 (Рис.4). Каждый символ соответствует одной из 4-х комбинаций бит. Фазы символов принимают значения $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$:

$$\begin{aligned} s_0(t) &= \cos \omega_i t \text{ при } a_i = 1, b_i = 0. \\ s_1(t) &= \cos(\omega_i t - \pi/2) \text{ при } a_i = 0, b_i = 1 \\ s_2(t) &= -\cos \omega_i t \text{ при } a_i = -1, b_i = 0 \\ s_3(t) &= \cos(\omega_i t - 3\pi/2) \text{ при } a_i = 0, b_i = -1 \end{aligned} \quad (4)$$

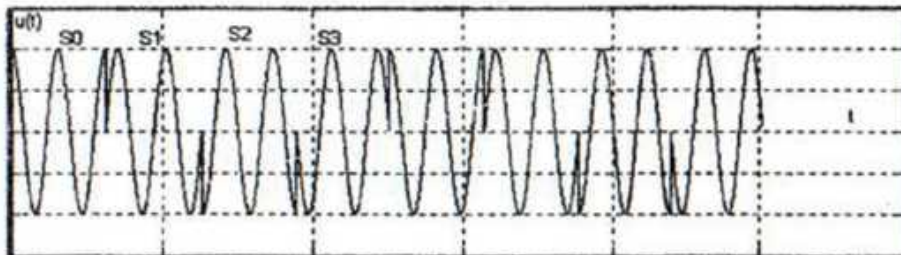


Рис.4

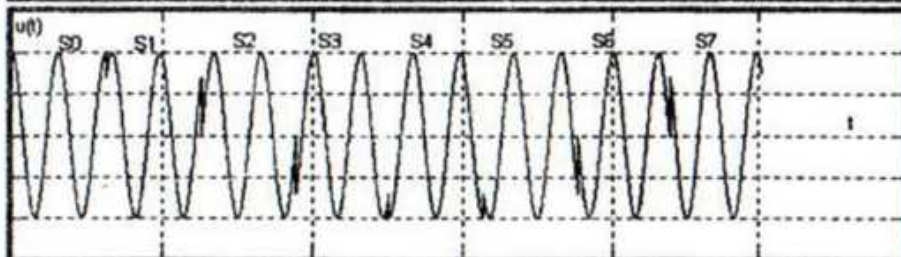


Рис.5

При $m=8$ получим восьмифазную ДФМ или ФМ-8 (Рис.5). Каждый символ соответствует одной из 8-ми комбинаций бит: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111. Фазы символов принимают значения $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4$. Соответствие символов битовым комбинациям обсудим позже :

$$\begin{aligned}
 s_0(t) &= \cos \omega_c t \quad \text{при} \quad a_i = 1, b_i = 0. \\
 s_1(t) &= \cos(\omega_c t - \pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = 0.707, b_i = 0.707 \\
 s_2(t) &= \cos(\omega_c t - \pi/2) \quad \text{при} \quad a_i = 0, b_i = 1 \\
 s_3(t) &= \cos(\omega_c t - 3\pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = -0.707, b_i = 0.707 \\
 s_4(t) &= -\cos \omega_c t \quad \text{при} \quad a_i = -1, b_i = 0 \\
 s_5(t) &= \cos(\omega_c t - 5\pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = -0.707, b_i = -0.707 \\
 s_6(t) &= \cos(\omega_c t - 3\pi/2) \quad \text{при} \quad a_i = 0, b_i = -1 \\
 s_7(t) &= \cos(\omega_c t - 7\pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = 0.707, b_i = -0.707
 \end{aligned} \tag{5}$$

Подбирая соответствующие значения a_i, b_i можно сформировать сигналы с амплитудно-фазовой модуляцией (АФМ), с амплитудно-частотной модуляцией (АЧМ), с частотно-фазовой модуляцией (ЧФМ), с амплитудно-частотно-фазовой модуляцией (АЧФМ).

Например, для $m=4$ можно сформировать сигнал АФМ-4 (Рис.6). Один символ – нулевой и 3 символа с постоянной амплитудой и фазами $0, 2\pi/3, 4\pi/3$:

$$\begin{aligned}
s_0(t) &= 0 \quad \text{при} \quad a_i = 0, b_i = 0. \\
s_1(t) &= \cos \omega_i t \quad \text{при} \quad a_i = 1, b_i = 0; \\
s_2(t) &= \cos(\omega_i t - 2\pi/3) \quad \text{при} \quad a_i = -0.5, b_i = \sqrt{3}/2 \\
s_3(t) &= \cos(\omega_i t - 4\pi/3) \quad \text{при} \quad a_i = -0.5, b_i = -\sqrt{3}/2;
\end{aligned} \tag{6}$$

Для $m=8$ можно сформировать сигнал АФМ-8 (Рис.7):

$$\begin{aligned}
s_0(t) &= \cos \omega_i t \quad \text{при} \quad a_i = 1, b_i = 0. \\
s_1(t) &= 0.52 \cos(\omega_i t - \pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = 0.352, b_i = 0.352 \\
s_2(t) &= \cos(\omega_i t - \pi/2) \quad \text{при} \quad a_i = 0, b_i = 1 \\
s_3(t) &= 0.52 \cos(\omega_i t - 3\pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = -0.352, b_i = 0.352 \\
s_4(t) &= -\cos \omega_i t \quad \text{при} \quad a_i = -1, b_i = 0 \\
s_5(t) &= 0.52 \cos(\omega_i t - 5\pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = -0.352, b_i = -0.352 \\
s_6(t) &= \cos(\omega_i t - 3\pi/2) \quad \text{при} \quad a_i = 0, b_i = -1 \\
s_7(t) &= 0.52 \cos(\omega_i t - 7\pi/4) \quad \text{при} \quad a_i = 0.352, b_i = -0.352
\end{aligned} \tag{7}$$

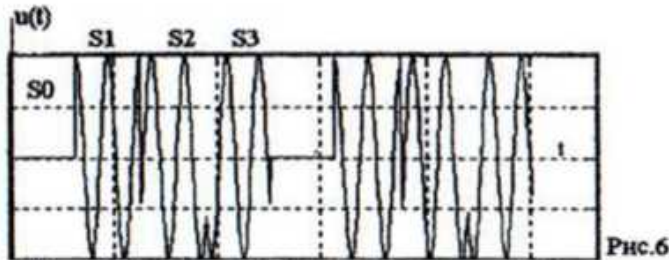


Рис.6

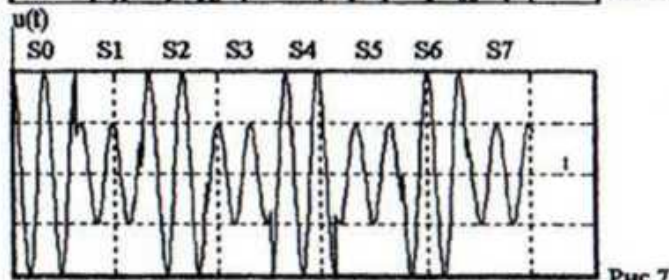


Рис.7

Амплитуды символов и их фазы подобраны так, чтобы при нормированной максимальной амплитуде равной 1, получить максимальную помехоустойчивость (см. следующий раздел).

2. Согласование кодера и модулятора для увеличения эффективности системы связи. Сигнально-кодовые конструкции

Качество работы системы связи характеризуется совокупностью показателей, т.е. некоторым вектором $Q=f(Q_1, Q_2, \dots, Q_i)$, который является функцией

частных показателей Q_i , $f(\cdot)$ - некоторая целевая функция. Частные показатели считают *внешними параметрами*, зависящими от *внутренних параметров*. Например, вероятность ошибки - *внешний параметр*, зависит от *внутренних параметров*: мощности передатчика, длительности символа, энергии помехи. Задача построения эффективной, оптимальной системы связи сводится к поиску оптимального вектора внутренних параметров, обеспечивающего максимум целевой функции. Основные частные показатели системы связи: энергетическая или β -эффективность и частотная или γ -эффективность

$$\beta = R/(P_c/N_0); \quad \gamma = R/F; \quad R = H \cdot V \quad (8)$$

R - скорость передачи информации в битах на секунду;

N_0 - спектральная плотность энергии шума; P_c - мощность сигнала;

H - энтропия источника; F - полоса частот канала связи.

Целевой функцией может быть выбран коэффициент использования пропускной способности канала связи $\eta = f(\beta, \gamma)$

$$\eta = \gamma / \log_2(1 - \gamma/\beta). \quad (9)$$

Таким образом, разрабатывая модулятор, следует применять тот вид модуляции, который реализует максимум η , или, в соответствии с техническим заданием, максимум β при заданном γ , или максимум γ при заданном β .

Из теории информации известно, что энтропия H , т.е. среднее количество информации на символ для дискретного источника независимых сообщений равно $H = \log_2 m$ (m - основание кода). Увеличивая m , мы увеличиваем скорость передачи информации при постоянной скорости модуляции V

$$R = HV = V \cdot \log_2 m, \quad (10)$$

т.е. увеличиваем частотную эффективность. Однако, если при этом скорость модуляции и параметры канала не меняются, то падает энергетическая эффективность. Оптимальным является решение, при котором достигается выигрыш по обоим параметрам по сравнению со способом модуляции, принятым за базовый.

Для реализации этого условия необходимо выбрать наилучший ансамбль символов. Ансамбль символов при гармонической несущей - это совокупность реализации радиоимпульсов длительностью T с различными амплитудами, частотами и фазами, соответствующих различным передаваемым информационным последовательностям (битовым последовательностям).

С точки зрения геометрии, все пространство символов содержит набор сигнальных точек, векторов S_i . Область, окружающая данную точку S_i символа, есть область, которую мы трактуем, как символ S_i . Помеха

накладывается на сигнал, так что суммарный процесс – это точка пространства символов, не соответствующая S_i . Т.о. все пространство символов надо разбить на области так, чтобы средняя вероятность ошибки была минимальна, а среднее расстояние Гильберта d в пространстве L_2 между сигнальными точками, равное:

$$d^2 = \int_0^T [s_i(t) - s_j(t)]^2 dt \quad (11)$$

должно быть максимально при усреднении по всем i, j .

Оптимизация ансамбля сводится к такому расположению сигнальных точек, при котором области символов были бы наибольшими, одинаковыми и приближались по форме к N -мерным сферам. В математике эта задача известна как задача плотнейшей укладки шаров в данном объеме.

Одномерное пространство ($N=1$) – это прямая. Плотнейшая укладка получается, если сигнальные точки располагаются равномерно от A до B . Это пространство можно рассматривать в качестве геометрического места сигнальных точек, если информационным является только один параметр: амплитуда, частота или фаза символа.

Двумерное пространство ($N=2$) – это плоскость. Плотнейшая укладка получается, если сигнальные точки являются центрами окружностей одинакового радиуса. Это пространство можно рассматривать в качестве геометрического места сигнальных точек, если информационными являются два параметра: амплитуда и частота, или фаза и амплитуда символа и т.д.

Трехмерное пространство ($N=3$) – это объем. Плотнейшая укладка получается, если сигнальные точки являются центрами сфер одинакового радиуса. Это пространство можно рассматривать в качестве геометрического места сигнальных точек, если информационными являются три параметра: амплитуда, частота и фаза символа.

N -мерное пространство: плотнейшая укладка получается, если сигнальные точки являются центрами N -мерных сфер. Это пространство можно рассматривать в качестве геометрического места сигнальных точек, если информационными являются, кроме указанных выше, и другие параметры: излучаемые одновременно или поочередно два символа со своими частотами, амплитудами и фазами, символы, излучаемые разными антеннами и т.д.

Наиболее широко в технике связи используются результаты, полученные для $N=1$ и $N=2$, причем основание кода равно $m=2^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Предложены следующие ансамбли многопозиционных сигналов с плотной укладкой:

- ансамбли двоичных символов ДАМ, ДЧМ, ДФМ ($m=2$, Рис.1,2,3);
- ансамбли символов для $m=4$; наиболее часто используются ансамбли ФМ-4 (Рис.4), АФМ-4 (Рис. 6);
- ансамбли символов для $m=8$; наиболее часто используются ансамбли ФМ-8 и АФМ-8 (Рис.5, Рис.7);
- ансамбли символов для $m=16$; $m=32$; $m=64$ и т.д.; наиболее часто

используются ансамбли АФМ-16, АФМ-32 и т.д.

На рис. 8 показаны пространственные диаграммы для разных ансамблей ФМ и АФМ: а) ФМ-2; б) ФМ-4; в) АФМ-4; г) ФМ-8; д) АФМ-8. Каждому символу соответствует точка на прямой, плоскости или в N- мерном пространстве.

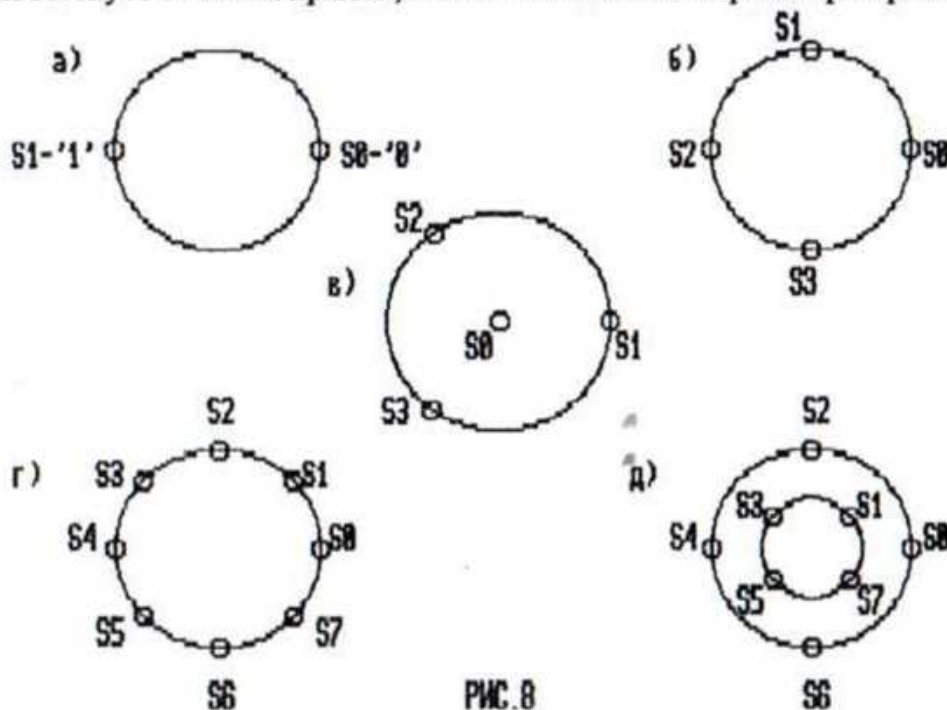


РИС. 8

Выбор $m=2^n$ объясняется удобством перехода от двоичной комбинации из n бит к одному из m символов, так что один символ несет n двоичных единиц информации. Рассмотренные ансамбли позволяют в n раз повысить частотную эффективность, т.к. максимальная энтропия равна:

$$H = \log m = \log 2^n = n. \quad (12)$$

Энергетическая эффективность определяется расстоянием Гильберта d в пространстве L_2 . Т.к. вероятность ошибки тем меньше, чем больше d , то помехоустойчивость будет определяться прежде всего минимальной величиной d_{\min} . Для каждого из ансамблей по формуле (11) можно найти i, j , для которых $d = d_{\min}$. Очевидно, чем больше m , тем меньше d_{\min} .

Однако, для достижения максимальной энергетической эффективности необходимо также оптимально выбрать соответствие между кодовыми комбинациями и символами. Комбинациям, расстояние Хемминга между которыми — минимально, должны соответствовать символы, расстояние Гильберта между которыми тоже минимально. Следовательно, превращение переданного символа под действием помех в ближайший, должно приводить к минимальному количеству неверно принятых бит в кодовой комбинации.

Для реализации этих требований необходимо разработать оптимальные сигнально-кодовые конструкции.

Оптимальное соответствие символов и битовых комбинаций в соответствии с

Рис.8 следующее:

- Рис.8а, ФМ-2: $S_0 \rightarrow '0'$; $S_1 \rightarrow '1'$.
- Рис.8б, ФМ-4: $S_0 \rightarrow '00'$; $S_1 \rightarrow '01'$; $S_2 \rightarrow '11'$; $S_3 \rightarrow '10'$. (13)
- Рис.8в, АФМ-4: $S_0 \rightarrow '00'$; $S_1 \rightarrow '01'$; $S_2 \rightarrow '11'$; $S_3 \rightarrow '10'$.
- Рис.8г, ФМ-8: $S_0 \rightarrow '000'$; $S_1 \rightarrow '001'$; $S_2 \rightarrow '011'$; $S_3 \rightarrow '101'$, $S_4 \rightarrow '111'$;
 $S_5 \rightarrow '110'$; $S_6 \rightarrow '100'$; $S_7 \rightarrow '010'$.
- Рис.8д, АФМ-8: $S_0 \rightarrow '000'$; $S_1 \rightarrow '001'$; $S_2 \rightarrow '011'$; $S_3 \rightarrow '101'$, $S_4 \rightarrow '111'$;
 $S_5 \rightarrow '110'$; $S_6 \rightarrow '100'$; $S_7 \rightarrow '010'$.

Из рис.8б для ФМ-4 следует, что превращение под действием помех символа S_0 с фазой 0^0 в символ S_1 с фазой $\pi/2$ приводит к приему комбинации 01 вместо 00, т.е. неверно принят один бит. Если бы мы комбинацию 11 передавали символом с фазой $\pi/2$, то превращение под действием помех символа с фазой 0^0 в символ с фазой $\pi/2$ привело бы к приему комбинации 11 вместо 00, т.е. неверно были бы приняты два бита.

Согласование расстояний по Хеммингу и по Гильберту осуществляется путем использования кода Грея. Однако, уже при $m=8$ полного согласования не получается (см. Рис.8г, 8д).

Одним из современных способов согласования кодера и модулятора является использование обобщенного каскадного кодирования. Для этого исходный ансамбль разлагается на вложенные подансамбли, удовлетворяющие условиям вложенности: $d_i < d_{i-1}$, $m_i > m_{i-1}$. На рис. 9 показан пример разложения ансамбля ФМ-8 на подансамбли. Исходный ансамбль из 8-ми символов разбивается на два подансамбля из четырех символов каждый. Кодовые комбинации, соответствующие символам левого подансамбля, начинаются с 1, а правого с 0. Каждый из двух подансамблей разбивается еще на два подансамбля по два символа в каждом. По тем же правилам, кодовые комбинации, соответствующие левым подансамблям, содержат второй бит 1, а соответствующие правым подансамблям – 0. Наконец, каждый из подансамблей из двух символов разбивается на два подансамбля из одного символа. В результате получаем соответствие символов и битовых комбинаций, показанных на рис.9.

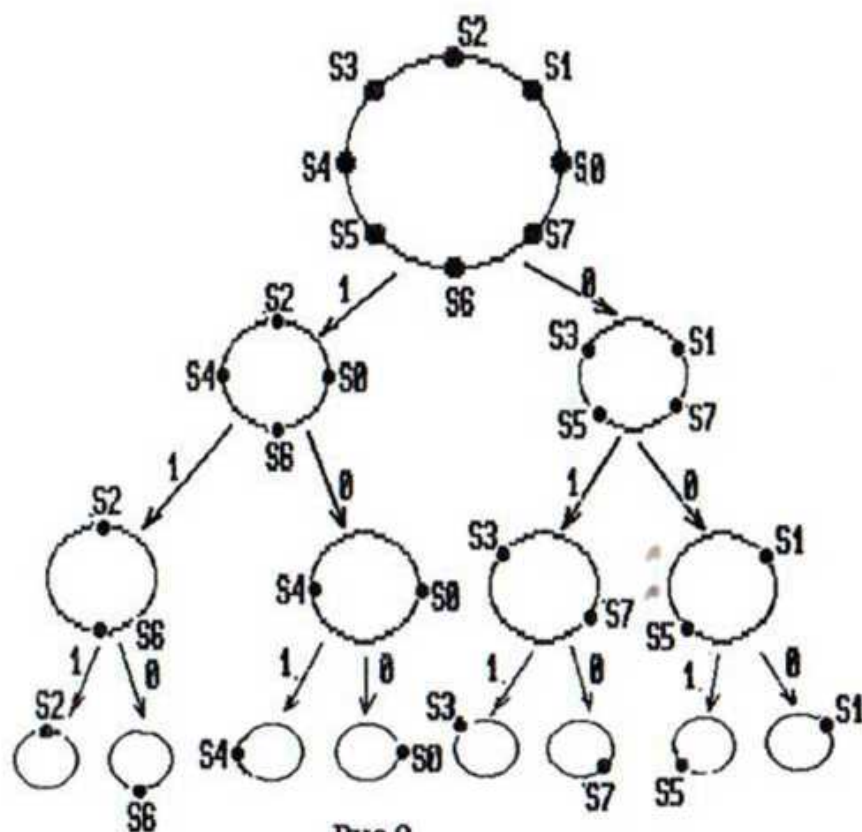


Рис.9

Первый бит кодируется помехоустойчивым кодом с большой исправляющей способностью. Вторые биты кодируются кодом с небольшой корректирующей способностью. Третьи биты передаются без избыточного кода.

3. Смещенные виды модуляции

При одновременной смене символов в каждом из квадратурных каналов модулятора в сигнале ДФМ происходит скачок фазы на π . Так как ДФМ сигнал в дальнейшем проходит через полосовые фильтры, то при скачке фазы на входе фильтра мы получим на выходе фильтра переходной процесс. При скачке фазы на π огибающая напряжения на выходе полосового фильтра уменьшается до 0, т.е. имеем паразитную амплитудную модуляцию. Это нарушает нормальную работу устройств синхронизации. Для устранения скачков фазы на π элементарные модулирующие сигналы смещают на величину $T/2$:

$$p(t)=1 \text{ при } -T/2 < t < T/2; \quad q(t)=1 \text{ при } 0 < t < T. \quad (14)$$

Сформированные таким образом сигналы называются сигналами смещенной ФМ, соответственно СФМ-2, СФМ-4, СФМ-8. Аналогичным образом можно сформировать и сигналы смещенной АФМ: САФМ-4, САФМ-8 и т.п.

Ансамбли сигналов для смещенных видов модуляции соответствуют, в первом приближении, Рис.8.

Модулятор, формирующий сигналы смещенной модуляции, отличается от обычного модулятора наличием в одном из квадратурных каналов элемента задержки на время $T/2$ (Рис. 11).

4. Относительная фазовая модуляция (ОФМ)

Наибольшую помехоустойчивость можно получить при использовании когерентного демодулятора, для работы которого необходимо иметь когерентное опорное напряжение. Это напряжение можно получить только из самого принимаемого сигнала, т.к. его параметры случайно флуктуируют при распространении по каналу связи. Сформированное опорное напряжение под действием помех случайно изменяет свою фазу скачком на π . Это приводит к «обратной работе», т.е. все 1 превращаются в 0 и наоборот. Для борьбы с этим используется *относительная фазовая модуляция ОФМ*.

При ОФМ фаза данного символа s_i отсчитывается от фазы предыдущего символа s_{i-1} . При передаче 0 - фаза данного символа равна фазе предыдущего символа, при передаче 1 - фаза данного символа изменяется на π по сравнению с фазой предыдущего символа. В связи с этим на передающей стороне необходимо перед модулятором включить блок внесения относительности БВО (Рис.11), состоящий из сумматора по модулю 2 (блок XOR) и элемента задержки 1.

БВО осуществляет суммирование по модулю 2 данного бита b_i , поступающего на вход БВО, и предыдущего бита s_{i-1} , поступающего с выхода БВО на второй вход БВО через линию задержки (время задержки равно длительности бита T).

Ансамбли сигналов при ОФМ соответствуют Рис.8.

На приеме фаза данного символа s_i сравнивается с фазой предыдущего символа s_{i-1} , задержанного на время T в линии задержки.

5. Спектральные характеристики видов модуляции

Важным техническим параметром модулированного сигнала является ширина спектра. Для уменьшения взаимных помех между соседними по частоте каналами целесообразно использовать сигналы с наиболее компактным спектром. При фазовой и смещенной фазовой модуляции энергетический спектр модулированного сигнала имеет вид

$$G(\omega) = E(\sin \omega T/2) / (\omega T/2) \quad (15)$$

где ω - отклонение частоты от несущей ω_0 ,

E - энергия символа.

В полосе частот $F=1/T$ заключается 0.905 энергии всего сигнала.

Более компактным спектром обладают виды модуляции, у которых огибающая элементарных модулирующих сигналов $p(t)$ и $q(t)$ не прямоугольная, а скругленная, например, по закону косинуса и синуса:

$$\begin{aligned} p(t) &= \pm \cos(\pi t / 2T) \quad \text{при } -T < t < T \\ q(t) &= \pm \sin(\pi t / 2T) \quad \text{при } 0 < t < 2T \end{aligned} \quad (16)$$

Для формирования сигнала с компактным спектром символы a_i, b_i должны быть смещены на время T . Такой метод модуляции называется модуляцией с минимальным сдвигом – ММС. Это фактически сигнал с частотно-фазовой модуляцией ЧФМ-4. Сигнал ММС можно записать в следующем виде (Рис.10):

$$\begin{aligned} s_0 &= \cos(\omega_0 t - \pi t / 2T) \quad \text{при } a_i = 1, b_i = 1; \\ s_1 &= \cos(\omega_0 t + \pi t / 2T) \quad \text{при } a_i = 1, b_i = -1; \\ s_2 &= -\cos(\omega_0 t - \pi t / 2T) \quad \text{при } a_i = -1, b_i = -1; \\ s_3 &= -\cos(\omega_0 t + \pi t / 2T) \quad \text{при } a_i = -1, b_i = 1; \end{aligned} \quad (17)$$

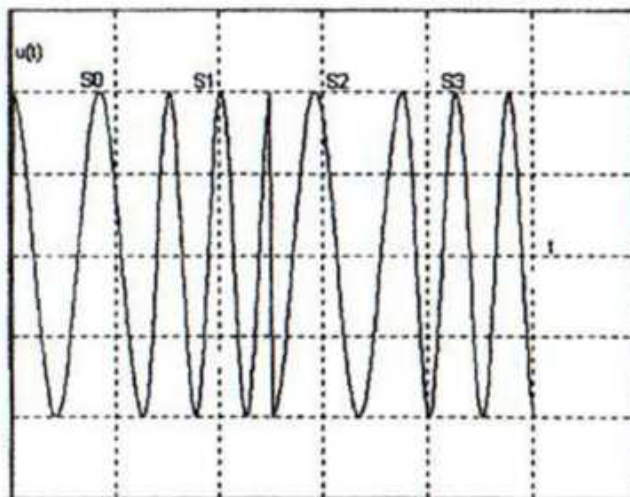


Рис.10

С точки зрения манипуляции фазы сигнал ММС похож на сигнал ФМ-4, т.е. на интервале T фаза сигнала ММС изменяется на угол кратный $\pi/2$.

Энергетический спектр сигнала ММС имеет вид:

$$G(\omega) = 8E \left(\frac{1 + \cos 2\omega T}{(\pi^2 - 4\omega^2 T^2)^2} \right). \quad (18)$$

В полосе частот $F=1/T$ заключено 97% всей энергии сигнала ММС.

Для формирования сигнала ММС в модулятор необходимо дополнительно включить (Рис.11):

- два перемножителя (перемножители 1 и 2);
- генератор огибающей;
- фазовращатель 1 на 90 градусов.

Обобщенная структурная схема модулятора, формирующего цифровой модулированный сигнал, показана на Рис. 11.

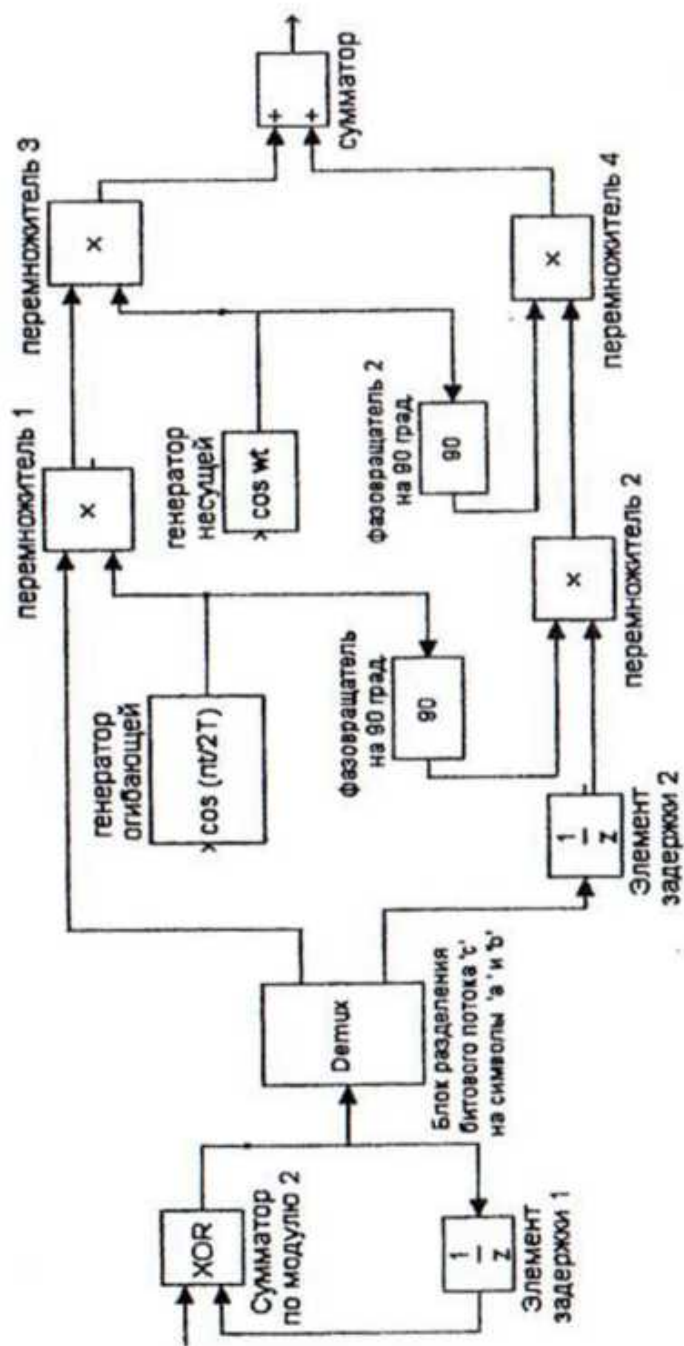


Рис. II

Информационный поток двоичных посылок b_i – бит поступает на вход блока внесения относительности, который состоит сумматора по модулю 2 (XOR) и элемента задержки 1. На выходе сумматора по модулю 2 получим биты c_i с внесенной относительностью. Далее включен блок разделения битового потока c_i на квадратурные составляющие a_i и b_i , который также формирует необходимые значения квадратурных составляющих для получения соответствующего вида модуляции. Элемент задержки 2 на время $T/2$ следует включить в схему, если необходимо сформировать сигнал смещенной модуляции. Генератор огибающей $\cos(\pi/2T)$, фазовращатель 1, перемножители 1 и 2 – формируют сигнал ММС. Генератор несущей $\cos\omega t$, фазовращатель 2, перемножители 3 и 4, сумматор формируют высокочастотный сигнал с нужным видом модуляции.

6. Демодуляция. Оптимальный приемник

Демодуляция – процесс, обратный модуляции. В результате процесса демодуляции (детектирования) высокочастотный модулированный сигнал превращается в низкочастотный, модулирующий цифровой сигнал в виде битового потока. В идеале битовый поток на выходе демодулятора должен полностью совпадать с битовым потоком b_i на входе модулятора. Однако, линейные и нелинейные искажения модулированного сигнала в канале связи, а также аддитивные $x(t)$ и мультипликативные $k(t)$ помехи существенно искажают передаваемый символ $s_i(t)$, в результате чего процесс $z(t)$ на входе приемника равен:

$$z(t) = k(t) \left[\int_0^t s_i(\tau) g(t-\tau) d\tau \right] + x(t), \quad (19)$$

где $g(t)$ – импульсная реакция канала связи.

Так как решения на приеме являются результатом анализа $z(t)$, то принятые биты не всегда совпадают с переданными.

Способность системы связи препятствовать мешающему влиянию помех называется помехоустойчивостью системы связи.

Максимально достижимая помехоустойчивость называется потенциальной помехоустойчивостью.

Количественной мерой помехоустойчивости является вероятность ошибки p :

$$p = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{ош}}}{N}, \quad (20)$$

N – общее количество переданных бит;

$N_{\text{ош}}$ – количество ошибок, т.е. количество неверно принятых бит.

Высокой помехоустойчивости соответствует малая вероятность ошибки. Низкой (плохой) помехоустойчивости соответствует большая вероятность ошибки.

Потенциальной помехоустойчивости соответствует минимальная вероятность ошибки.

Реальные системы связи работают с такими вероятностями ошибок:

$p = 10^{-1} - 10^{-3}$ – удовлетворительное качество.

$p = 10^{-4} - 10^{-6}$ – хорошее качество.

$p = 10^{-7} - 10^{-10}$ – отличное качество.

Если N достаточно велико, но не бесконечно, то $p = N_{\text{ош}}/N$ называют частотой ошибок.

Так как на полезный сигнал в линии связи накладываются помехи, то задача разработчика – сконструировать приемник, который наилучшим образом выделяет сигнал из помех.

Приемник, реализующий потенциальную помехоустойчивость, называют оптимальным (идеальным) приемником.

Оптимальный приемник дает минимальную вероятность ошибки. Она может быть и очень большой, но никакой другой приемник не даст меньшую вероятность ошибки.

Правило работы оптимального приемника может быть только статистическим.

Даже, если напряжение на входе приемника точно равно «1 вольт», мы не можем точно сказать, что передавалось. Может быть, передавали «1 вольт» и помеха равна «0 вольт»; или передавали «0 вольт» и помеха равна «1 вольт». Следовательно, можно только указать вероятность, с которой процесс $z(t)$ получился или из «1» или из «0».

7. Правило работы оптимального приемника

Таким образом, на вход приемника поступает процесс $z(t)$, т.е. сигнал плюс шум. Для вывода алгоритма работы оптимального приемника удобно сначала рассматривать конечную выборку из n значений $z(t)$ на интервале времени от 0 до T : $z(t_1), z(t_2), \dots, z(t_n)$. Эту выборку будем обозначать, как совокупность значений $[z_1 z_2 \dots z_n]$. При $n \rightarrow \infty$ мы переходим от конечной выборки к непрерывному процессу.

Оптимальный приемник вычисляет n -мерные условные (апостериорные) вероятности передачи $s_i(t)$ для всех i , если на входе приемника выборка $[z_1 z_2 \dots z_n]$, т.е. вычисляет $w(s_i(t)/z_1 z_2 \dots z_n)$.

Если символы могут принимать только 2 значения: $s_0(t)$ и $s_1(t)$, *правило работы оптимального приемника* принимает вид:

Если $w(s_1 / z_1 z_2 \dots z_n) > w(s_0 / z_1 z_2 \dots z_n)$ – то оптимальный приемник дает на выходе $s_1(t)$,

если $w(s_1 / z_1 z_2 \dots z_n) < w(s_0 / z_1 z_2 \dots z_n)$ – то оптимальный приемник дает на выходе $s_0(t)$.

В общем случае, оптимальный приемник находит аргумент $s_i(t)$, при котором функция $w(s_i/z_1 z_2 \dots z_n)$ принимает максимальное значение.

Правило работы оптимального приемника при любом m :

$$\arg \max w(s_i/z_1 z_2 \dots z_n) \text{ для всех } s_i(t), i = 0, 1, \dots, (m-1). \quad (21)$$

Условные и безусловные вероятности связаны между собой формулой Байеса. Процесс $z(t)$ на входе приемника может получиться при передаче $s_i(t)$.

Совместная вероятность этих событий для одного момента времени записывается так:

$$p(z \text{ и } s_i) = p(z) \cdot p(s_i/z) = p(s_i) \cdot p(z/s_i); \quad (22)$$

$p(z)$ – безусловная (априорная) вероятность процесса z ;

$p(s_i)$ – безусловная (априорная) вероятность передачи s_i ;

$p(z/s_i)$ – условная (апостериорная) вероятность z , если была передана s_i .

$p(s_i/z)$ – апостериорная вероятность передачи s_i , если принят процесс $z(t)$.

Из равенства (22) получаем:

$$p(s_i/z) = \frac{p(s_i) p(z/s_i)}{p(z)}.$$

Таким образом, правило работы оптимального приемника (21) при заданной выборке можно записать так:

$$\arg \max_{\text{по всем } S_i} \frac{w(s_i) w(z_0 \dots z_{n-1}/s_i)}{w(z_0 \dots z_{n-1})}. \quad (23)$$

Условная вероятность, записанная в виде (23), называется обобщенной функцией правдоподобия $L_{i,n}$. При $n \rightarrow \infty$ получим обобщенный функционал правдоподобия L_i .

Т.к. обычно $w(s_i) = \text{const}$, то при сравнении выражений (23) эти сомножители можно сократить. Тогда правило работы оптимального приемника можно записать в виде:

$$\arg \max_{\text{по всем } S_i} \frac{w(z_0 \dots z_{n-1}/s_i)}{w(z_0 \dots z_{n-1})}. \quad (24)$$

Это отношение называют функцией правдоподобия $L_{i,n}$. При $n \rightarrow \infty$ получим функционал правдоподобия L_i .

Если единственная помеха в канале связи – белый нормальный шум, т.е. гауссов шум с постоянной спектральной плотностью от 0 до бесконечности, то функционал правдоподобия L_i и правило работы оптимального приемника могут быть записаны в виде:

$$\arg \max_{\text{по всем } S_i} \frac{\exp(-\int_0^T [z(t) - s_i(t)]^2 dt)}{\exp(-\int_0^T [z(t)]^2 dt)} \quad (25)$$

Из (25) следует, что оптимальный приемник должен сравнивать только показатели экспонент, стоящих в числителе. При этом максимальному значению функционала правдоподобия соответствует минимальное значение показателя экспоненты в числителе. Следовательно, оптимальный приемник должен давать на выходе тот символ $s_i(t)$, который соответствует минимуму интеграла:

$$\arg \min_{\text{по всем } S_i} \int_0^T [z(t) - s_i(t)]^2 dt. \quad (26)$$

На Рис.12 показана структурная схема оптимального приемника Котельникова, реализующая алгоритм (26). Он имеет m одинаковых каналов, отличающихся только генераторами опорных напряжений ГОН, генерирующих образцы $s_i(t)$. Решающее устройство (РУ) дает на выходе символ $s_i(t)$, соответствующий каналу, дающему минимальное напряжение на входе РУ.

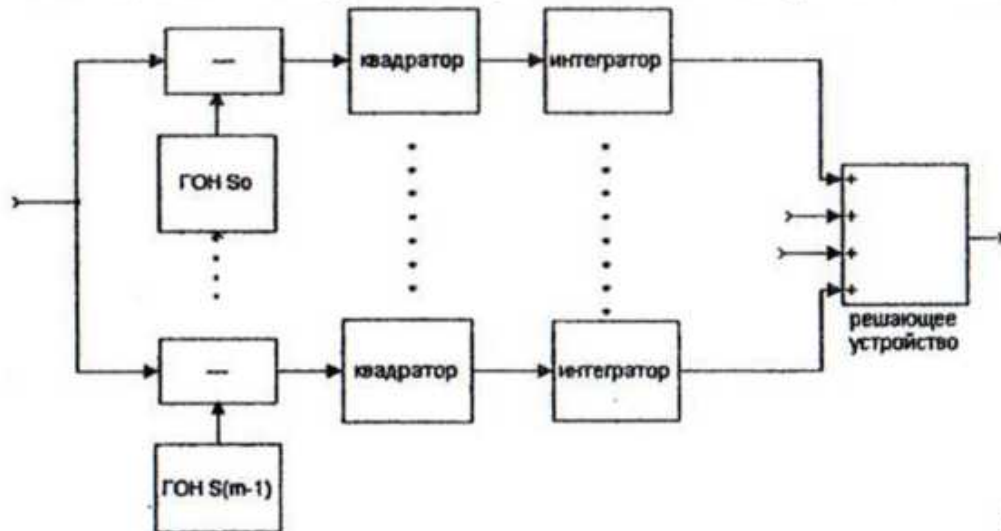


Рис.12

Можно несколько изменить алгоритм (26). Из выражения (25) следует, что можно сократить $z^2(t)$, входящее в показатели числителя и знаменателя.

Получим выражение:

$$\arg \max_{\text{по всем } S_i} \exp\left(\int_0^T [2z(t)s_i(t) - s_i(t)^2] dt\right).$$

Очевидно, что это выражение максимально, если максимален показатель. Т.о. алгоритм работы оптимального приемника принимает вид:

$$\arg \max_{\text{по всем } S_i} \left[\int_0^T z(t) s_i(t) dt - 0.5 \int_0^T s_i(t)^2 dt \right], \quad (27)$$

Оптимальный приемник, реализующий алгоритм (27), называется корреляционным.

Т.к. оптимальный приемник дает минимальную вероятность ошибки, то оптимальный демодулятор должен работать по тем же правилам. Однако, на практике реализовать алгоритмы (26) и (27) сложно, поэтому используются более простые схемы.

Обобщенная структурная схема демодулятора на Рис.13 осуществляет квазиоптимальный прием сигналов для всех видов модуляции, рассмотренных выше.

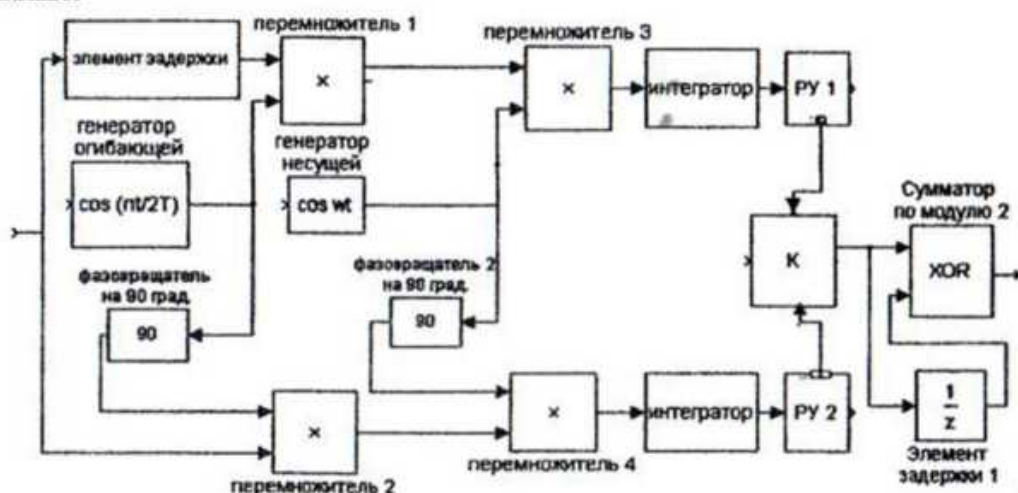


Рис.13

В соответствии с этой схемой определяются проекции $z(t)$ на ортогональные оси и после интегрирования получаем значения a_i и b_i . Коммутатор K преобразует поток a_i и b_i в битовый информационный поток. На выходе коммутатора K включен блок снятия относительности, состоящий из сумматора по модулю 2 (XOR) и элемента задержки 1. Этот блок осуществляет в демодуляторе операцию, обратную операции внесения относительности на передаче.

В отсутствии помех принятые a_i и b_i совпадают с переданными. Помехи искажают сигнал. Потенциальная помехоустойчивость оптимального приемника определяется средним отношением энергии разности символов s_i и s_k , которая совпадает со средним квадратом расстояния Гильберта, к спектральной плотности белого шума:

$$h^2 = \frac{d^2}{2G_0}.$$

Вероятность ошибки зависит прежде всего от величины минимального

расстояния для выбранного ансамбля символов. Минимальное расстояние соответствует минимальной энергии разности символов. При этом вероятность ошибки максимальна. Следовательно, средняя вероятность ошибки определяется формулой:

$$p_{\text{ош}} \leq 1 - F\left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2G_0}}\right); \quad p_{\text{ош}} \leq 1 - F(h_{\min}), \quad (28)$$

$$d_{\min}^2 = \min_{\text{по всем } i, k} \int_0^T [s_i(t) - s_k(t)]^2 dt,$$

где

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx - \text{табулированная функция Лапласа.}$$

Формула (28) позволяет получить точное значение вероятности ошибки для $m=2$ и оценку сверху для $m > 2$.

Для относительных методов модуляции фаза данной посылки отсчитывается от фазы предыдущей посылки. Следовательно, принятие решения связано с анализом (суммированием по модулю 2) не одной, а двух посылок. Поэтому переданный бит будет принят верно, если данная и предыдущая посылки будут обе приняты верно или обе приняты неверно. Вероятность этого события равна:

$$p_{\text{пр}} = (1 - p_{\text{ош}})^2 + p_{\text{ош}}^2.$$

Т.о., вероятность ошибки при приеме сигнала с относительной модуляцией (ОФМ, СОФМ, ОАФМ, СОАФМ) равна:

$$p_{\text{офм}} = 1 - p_{\text{пр}} = 2p_{\text{ош}} - 2p_{\text{ош}}^2, \quad (29)$$

где $p_{\text{ош}}$ - вероятность ошибки для абсолютных видов модуляции.

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ «РАЗРАБОТКА МОДЕМА» (ЧАСТЬ 2.2.)

В первой части задания на курсовую работу (часть 2.1. «Разработка кодека») Вы сформировали на выходе кодера информационный битовый поток в соответствии со своим вариантом. Этот битовый поток поступает на вход модулятора.

1. Выбрать из информационного битового потока 6 первых бит и нарисовать 5 временных диаграмм:
 - временная диаграмма шести информационных бит;
 - четыре временные диаграммы сигналов двоичных ДАМ, ДЧМ, ДФМ, ДОФМ, соответствующих передаваемым битам.

Временные диаграммы даны на рис. 1, 2, 3 в данных МУ.

2. По таблице 1 выбрать соответствующий Вашему варианту вид модуляции и скорость работы в бодах.

Записать аналитические выражения и нарисовать временные диаграммы для

каждого из m символов $s_i(t)$ для заданного вида модуляции с указанием значений a_i и b_i , нарисовать ансамбли символов.

Соответствующие выражения даны формулами (4)–(7), временные диаграммы даны на рис. 4–7, 10, ансамбли символов показаны на рис. 8 в данных МУ.

3. Нарисовать структурную схему модулятора (см. рис. 11 в данных МУ) для заданного вида модуляции, указать назначение всех блоков.

4. Записать выражение для энергетического спектра модулированного сигнала (формулы (15), (18)). Вычислить полосу частот, в пределах которой заключена основная доля энергии сигнала. Рассчитать и построить корреляционную функцию огибающей модулированного сигнала, как преобразование Винера-Хинчина от спектра (формула 15).

5. Нарисовать структурную схему демодулятора для заданного вида модуляции (см. Рис. 13). Указать назначение всех блоков.

6. Вычислить минимальное расстояние Гильберта (формулы (28), (29)) для заданного Вам вида модуляции, если вероятность ошибки не должна превышать $P_{\text{ош}}$. Спектральная плотность белого шума $G_0 = 10^{-9} \text{ В}^2/\text{Гц}$.

Таблица 1

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Вид модуляции	ОФМ-4	ОФМ-8	АФМ-8	ФМ-4	ФМ-8	ММС	АФМ-8	ФМ-8	АФМ-8	ММС
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Скорость, Кбод	128	64	28.8	384	64	14.4	128	384	28.8	14.4
$P_{\text{ош}}$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-4}

m – предпоследняя цифра номера студенческого билета,

n – последняя цифра номера студенческого билета.

h_{min} определяется из таблицы 2

Таблица 2

$P_{\text{ош}}$	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
h_{min}	2.33	3.09	3.72	4.25	4.80

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев А.Н., Краснов Р.П., Чепелев М.Ю.
Теория электрической связи. Курс лекций. Учебное пособие для вузов. Москва: Горячая линия - Телеком, 2014.
2. Белов В.М., Новиков С.Н., Солонская О.И.
Теория информации. Учебное пособие. Москва: Горячая линия - Телеком, 2012
3. Данилов В.А., Львов В.Л., Бородин А.В.
Методическое пособие для проведения практических занятий по дисциплине «Общая теория связи» Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2016.