

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФИЛИАЛ  
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И  
ИНФОРМАТИКИ»

---



Кафедра: «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

**«ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ  
ДИОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ  
ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ»**

Методическое руководство к лабораторной работе

Ростов-на-Дону  
2019 г.

**Ершов В.В.**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ ДИОДНЫХ ПОЛУПРО-  
ВОДНИКОВЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ**

**Методическое руководство по лабораторной работе**

Руководство предназначено для выполнения экспериментальных исследований трехфазных диодных полупроводниковых выпрямителей для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи.

Рассмотрено и одобрено на заседании  
кафедры ИТСС  
Протокол № 1 от 26.08.2019 г.

## Лабораторная работа №3

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ ДИОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ

Цель работы: 1. Углубить и закрепить теоретические знания по устройству и принципу действия схем трехфазного выпрямления.

2. Обучить студентов методам экспериментальных исследований основных схем трехфазного выпрямления при работе на активную нагрузку и определения эксплуатационных показателей.

### ЗАДАЧИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Уяснить механизм протекания электромагнитных процессов в трехфазных выпрямителях.

2. Определить эксплуатационные показатели исследуемых схем выпрямления.

3. Оформить бланк отчета и защитить полученные в ходе экспериментальных исследований результаты.

### ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Процесс преобразования переменного тока в постоянный называется выпрямлением, а электротехнические устройства, реализующие такое преобразование, получили название выпрямителей. Наибольшее распространение в практике получили статические преобразователи переменного тока в постоянный, использующие нелинейные полупроводниковые приборы - вентили. Выпрямители могут быть построены на неуправляемых вентилях (диодах) и управляемых вентилях (тиристорах).

Работу схем выпрямителей принято характеризовать с помощью следующих показателей:

1. Коэффициента схемы –  $K_{СХ}$ .
2. Коэффициента обратного напряжения –  $K_{ОБР}$ .
3. Коэффициента формы кривой тока –  $K_B$ .
4. Коэффициента пульсаций –  $K_{П}$ .

В лабораторной работе проводится исследование и экспериментальное определение этих показателей для двух наиболее распространенных в практике схем трехфазного выпрямления:

- трехфазной однократной однополупериодной;
- трехфазной двухтактной двухполупериодной (мостовой).

Рассмотрим кратко работу вышеперечисленных выпрямителей без учета влияния фильтра на их выходные параметры.

#### Трехфазная однократная однополупериодная схема выпрямления (схема Миткевича). Энергетические параметры и показатели качества выпрямления

Устройство содержит трехфазный трансформатор и три диода (рис. 1,а). Первичные обмотки трансформатора могут быть соединены звездой или треугольником, вторичные обмотки соединяются только звездой с выводом нулевой точки. Резистор нагрузки  $R_d$  включается между точкой соединения диодов и нулевым выводом. Таким образом, трехфазная схема выпрямления с нулевым выводом является сочетанием трех однофазных выпрямителей, питающихся тремя симметричными напряжениями (последние сдвинуты на  $120^\circ$ ) и работающих на общую нагрузку.

Рассмотрим более подробно работу схемы. На рис. 1,б...е представлены графики напряжений и токов в схеме. По оси абсцисс этих графиков отложен фазовый угол  $\omega t$ , где  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота питающего ( сетевого) напряжения.

Известно, что условием прохождения тока через вентиль является наличие на его аноде положительного потенциала по отношению к катоду. В данном выпрямителе в любой произвольно выбранный момент времени открыт (проводит ток) тот диод, анод которого находится под наибольшим положительным потенциалом. Аноды двух других диодов будут иметь меньший потенциал и эти

диоды закрыты, поскольку наибольший положительный потенциал открытого диода окажется запирающим для них.

Например, на интервале  $\omega t_1 - \omega t_2$  (т.е. в течение  $1/3$  периода) под наибольшим *положительным* потенциалом фазы *a* находится анод диода  $VD1$  (рис. 1,б). Через  $VD1$ ,  $R_d$  и обмотку фазы *a* протекает ток  $i_{VD1} = i_d = i_a$  (рис. 1, в). Индекс *d* используется для обозначения элементов, токов и напряжений схемы на стороне постоянного тока. Этот индекс образован от английского слова “direct” – прямой. Точка соединения катодов окажется практически под потенциалом точки “а” схемы. Следовательно,  $VD2$  и  $VD3$  будут закрыты, так как потенциалы их анодов (точки *b* и *c*) в этом интервале будут меньше потенциала точки *a*. На интервале  $\omega t_2 - \omega t_3$  наибольший *положительный* потенциал будет на аноде  $VD2$  (точка *b*), следовательно,  $VD2$  проводит ток, а  $VD1$  и  $VD3$  закрыты. На интервале  $\omega t_3 - \omega t_4$  работает  $VD3$ , а  $VD1$ ,  $VD2$  закрыты и т.д.

Таким образом,  $VD1$ ,  $VD2$ ,  $VD3$  работают поочередно, каждый в течение  $1/3$  периода; при этом на нагрузку работают соответствующие фазные обмотки трансформатора.

Поскольку в идеализированной схеме выпрямления в трансформаторе и вентиле потерь нет, то можно считать, что форма выпрямленного напряжения  $U_d$  (см. рис.1,е) имеет форму огибающей фазовых напряжений вторичных обмоток трансформатора ( $u_a$ ,  $u_b$ ,  $u_c$ ).

Можно сформулировать **правило**: в схеме в любой момент времени открыт только один вентиль - а именно тот, через который к резистору нагрузки приложено наибольшее фазное напряжение ( $u_a$ ,  $u_b$  или  $u_c$ ).

*Обратное напряжение* на диоде определяется исходя из того, что к электродам закрытых диодов приложена разность потенциалов, соответствующая *линейному* напряжению вторичных обмоток трансформатора.

Каждая фазная обмотка трансформатора данной схемы работает лишь один раз в течение одной трети периода (см. рис.1, б,в,г,д) соответствующего фазного напряжения. При этом ток

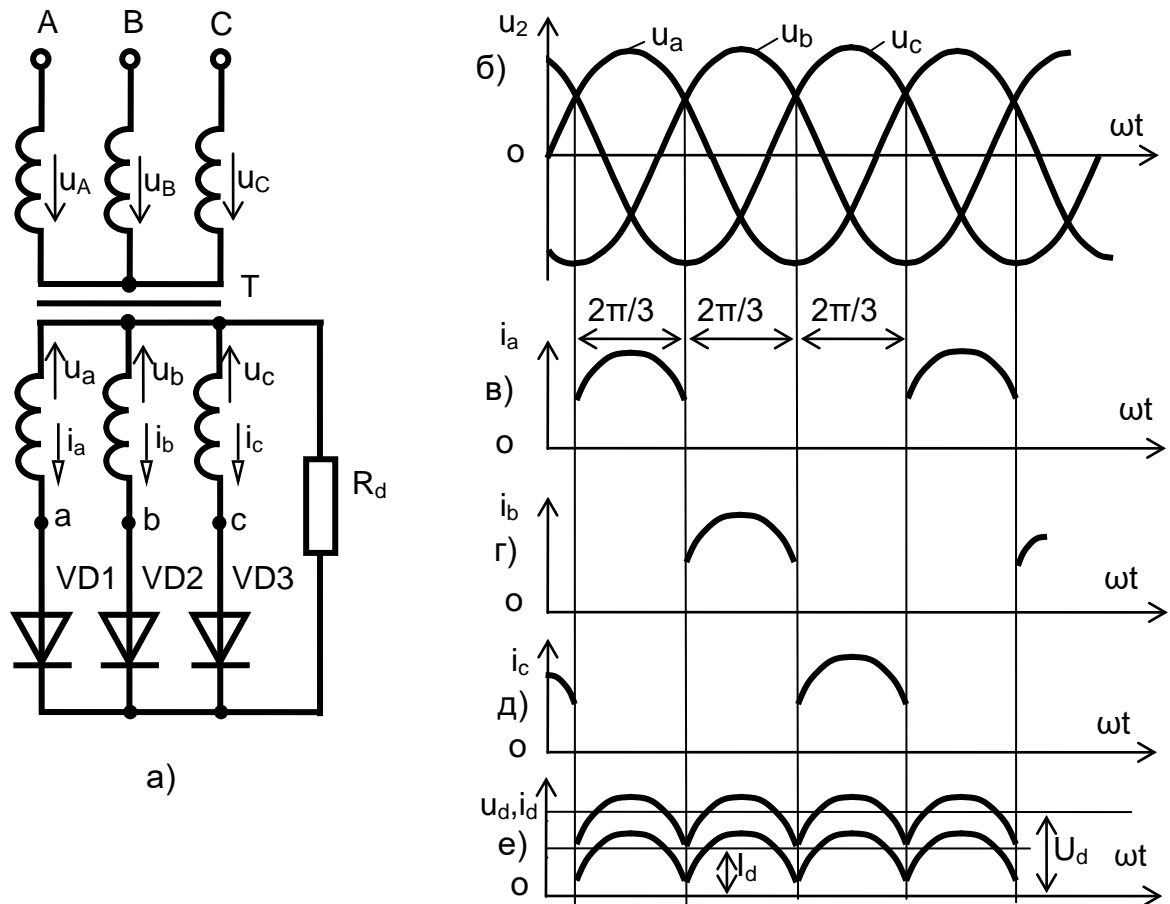


Рис. 1. Трехфазный однотоктный однополупериодный выпрямитель Миткевича: а – электрическая принципиальная схема; б...е – диаграммы напряжений и токов

протекает по обмотке только в одном направлении. Поэтому появляющаяся в этом случае постоянная составляющая тока вызывает *вынужденное подмагничивание* магнитопровода трансформатора.

Среднее значение выпрямленного фазного напряжения определяется выражением (см. рис.2.1,б)

$$\begin{aligned}
 U_d &= \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} u_2 \cdot d\omega t = \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} U_{2m} \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t = \\
 &= \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2\pi} \cdot U_{2m} = 0,83 \cdot U_{2m}.
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Тогда} \quad U_{2m} = U_d / 0,83. \quad (2)$$

Действующее значение фазного напряжения вторичной обмотки трансформатора

$$U_2 = U_{2m} / \sqrt{2} = U_d \cdot / \sqrt{2} \cdot 0,83 = 0,855 \cdot U_d. \quad (3)$$

Импульсное обратное напряжение, прикладываемое к неработающим вентилям, равно вторичному линейному напряжению, так как эти вентили подключены каждый к "своей фазе", а катодами – к другой фазе через работающий вентиль. Таким образом, амплитуда обратного напряжения равна амплитуде линейного напряжения, и с учетом (2) имеем

$$U_{обр.мах} = \sqrt{3} \cdot U_{2m} = \sqrt{3}(U_d / 0,83) = 2,1 \cdot U_d. \quad (4)$$

Среднее значение выпрямленного тока по аналогии с (1)

$$I_d = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2\pi} \cdot I_{VDm} = 0,83 \cdot I_{VDm}. \quad (5)$$

где  $I_{VDm} = U_{2m} / R_d$  – амплитудное значение тока диода. Из (5)

$$I_{VDm} = I_d / 0,83 = 1,21 \cdot I_d. \quad (6)$$

Ток в фазе вторичной обмотки (так же, как и ток в соответствующем диоде) протекает в течение времени, определяемого углом  $2\pi / 3$  за период  $T = 2\pi$ , поэтому действующее значение этого тока (например, в фазе *a*)

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} i_a^2 \cdot d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} I_{am}^2 \sin^2 \omega t \cdot d\omega t}. \quad (7)$$

После интегрирования получим

$$I_2 = 0,587 \cdot I_d. \quad (8)$$

Действующее (среднеквадратичное) значение тока первичной обмотки трансформатора

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_1^2 \cdot d\omega t}. \quad (9)$$

После интегрирования получим

$$I_1 = 0,395 \cdot I_{am} / n = 0,476 \cdot I_d / n, \quad (10)$$

где  $n = I_2 / I_1$  – коэффициент трансформации по току.

**Показатели качества выпрямления.** К таким показателям относятся: коэффициент схемы  $K_{сх}$ , коэффициент обратного

напряжения  $K_{OБP}$ , коэффициент формы кривой тока вентиля  $K_B$ , коэффициент пульсаций  $K_{\Pi}$ .

Поскольку все эти коэффициенты определяются через ряд отношений различных значений переменного напряжения во вторичной обмотке трансформатора к постоянной составляющей  $U_d$  выпрямленного напряжения, установим их связи в виде формул для рассматриваемой трехфазной одноконтурной однополупериодной схемы выпрямления с учетом соотношений (2) и (3).

Выпрямленное напряжение  $u_d$  согласно рис. 2.1,е представляет собой часть синусоиды в пределах фазового угла  $2\pi / 3$ ; его значение определяется из соотношения

$$U_d = U_2 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,83 = 1,17 \cdot U_2. \quad (11)$$

Запишем формулы связи напряжений для данной схемы выпрямления:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= 1,17 \cdot U_2; \\ U_2 &= 0,855 \cdot U_d; \\ U_{2m} &= U_d / 0,83; \\ U_{обр.мах} &= 2,1 \cdot U_d. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

С учетом этих связей запишем все коэффициенты - показатели качества выпрямления рассматриваемой схемы выпрямления.

1. Коэффициент схемы  $K_{сх}$ . Это есть отношение действующего значения напряжения на вторичной обмотке трансформатора  $U_2$  к среднему значению выпрямленного напряжения  $U_d$

$$K_{сх} = \frac{U_2}{U_d} = \frac{U_d}{1,17 \cdot U_d} = 0,855. \quad (13)$$

Следовательно, в данной схеме выпрямления среднее значение выпрямленного напряжения  $U_d$  больше действующего значения напряжения вторичной обмотки трансформатора.

2. Коэффициент обратного напряжения  $K_{OБP}$ . Это отношение обратного напряжения на вентиле к среднему значению выпрямленного напряжения

$$K_{OБP} = \frac{U_{обр}}{U_d} = \frac{2,1 \cdot U_d}{U_d} = 2,1. \quad (14)$$



Данный коэффициент показывает, что для рассматриваемой схемы выпрямления обратное напряжение в 2,1 раза превышает значение  $U_d$ .

3. Коэффициент формы кривой тока  $K_B$ . Этот коэффициент определяется как отношение действующего значения тока в вентиле  $I_{VD}$  к среднему значению выпрямленного тока  $I_d$ , т.е.

$$K_B = \frac{I_{VD}}{I_d}. \quad (15)$$

Действующее значение тока вентиля  $I_{VD}$  равно действующему значению тока вторичной обмотки трансформатора  $I_2$ . Поэтому с учетом выражения (8) коэффициент формы кривой тока имеет значение

$$K_B = \frac{I_{VD}}{I_d} = \frac{0,587 \cdot I_d}{I_d} = 0,587. \quad (16)$$

4. Коэффициент пульсаций  $K_\Pi$ . Это наиболее широко используемый на практике показатель качества выпрямителя. Он определяется отношением амплитудного значения первой гармоники разложения в ряд Фурье кривой выпрямленного напряжения  $U_{d1m}$  к среднему значению выпрямленного напряжения  $U_d$

$$K_\Pi = \frac{U_{d1m}}{U_d}. \quad (17)$$

При аналитических исследованиях коэффициент пульсаций определяется по результатам разложения кривой выпрямленного напряжения в тригонометрический ряд Фурье и оценивается отношением амплитуды первой (основной) гармоники пульсаций  $U_{d1m} = U_{1m}$  к  $U_d$

$$K_{\Pi 1} = \frac{U_{1m}}{U_d}. \quad (18)$$

Для рассматриваемой схемы выпрямления, изображенной на рис. 1, а, кривая выпрямленного напряжения  $u_d$  имеет вид, показанный на рис. 1, е. Разложение ее в тригонометрический ряд согласно [2] дает результат (приняв  $u_{d \max} = U_{2m}$ )

$$u_d(t) = \frac{3\sqrt{3} u_{d\max}}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot \cos 3\omega_1 t - \frac{1}{5 \cdot 6} \cdot \cos 6\omega_1 t + \dots \right), \quad (19)$$

где  $\omega_1 = 2 \cdot \pi / T$  – угловая частота первой гармоники.

Входящие в этот ряд постоянная составляющая  $U_d$  и первая гармоника (остальные не учитываются) позволяют определить соответственно  $U_d$  и  $U_{1m}$ :

$$U_d = \frac{3\sqrt{3} \cdot U_{2m}}{2\pi} = 0,827 \cdot U_2; \quad (20)$$

$$U_{1m} = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot U_{2m}}{\pi} \cdot \frac{1}{2 \cdot 4} = 0,206 \cdot U_2. \quad (21)$$

Теперь можно рассчитать коэффициент пульсаций на основе формулы (18)

$$K_{П1} = \frac{U_{1m}}{U_d} = \frac{0,206 \cdot U_2}{0,827 \cdot U_2} = 0,25. \quad (22)$$

Такое значение  $K_{П1}$  показывает, что амплитуда первой гармоники переменной составляющей выпрямленного напряжения составляет четвертую часть от его постоянной составляющей. Это является существенным достоинством по сравнению с однофазными схемами выпрямления.

Отметим, что приведенные рассуждения и формулы для  $K_{СХ}$ ,  $K_{ОБР}$ ,  $K_{П}$  справедливы и для выпрямленных токов.

**Энергетические параметры схемы выпрямления.** Известно, что при обычной работе трансформатора как преобразователя уровней напряжений переменного тока, его полная мощность одинакова для первичной и вторичной обмоток и равна так называемой габаритной (средней) мощности трансформатора, т.е.  $S_1 = S_2 = S_{тр}$  (где  $S_1$ ;  $S_2$  – полные мощности обмоток).

Иное дело, когда трансформатор работает в схеме выпрямителя. Из принципа действия данной схемы известно, что постоянная составляющая тока вызывает *вынужденное подмагничивание* магнитопровода трансформатора. Это приводит к неравенству полных мощностей в обмотках, т.е.  $S_1 < S_2$ . В этих условиях для обеспечения на приемнике выпрямителя заданной выходной мощности  $S_2$  нужно существенно увеличивать входную мощность трансформатора  $S_1$ .

Габаритная мощность трансформатора определяется полусуммой полных мощностей обмоток, т.е.

$$S_{тр} = (S_1 + S_2)/2, \quad (23)$$

где  $S_1=U_1 \cdot I_1$ ;  $S_2=U_2 \cdot I_2$  – полные мощности соответственно первичной и вторичной обмоток.

Если трансформатор содержит “N” обмоток, то габаритная мощность в этом случае определяется

$$S_{\text{тр}} = (S_1 + S_2 \dots + S_N) / 2.$$

Выразим для рассматриваемой схемы выпрямления полную мощность  $S_1$  через  $U_d$  и  $I_d$ , для чего используем (10), (11) и коэффициент трансформации по напряжению

$$S_1 = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 = 3 \cdot n \cdot U_2 \cdot I_1 = \frac{3 \cdot n}{1,17} \cdot U_d \cdot \frac{0,476}{n} \cdot I_d = 1,23 \cdot P_d, \quad (24)$$

где  $m_1$  – число фаз первичной обмотки трансформатора;

$P_d = U_d \cdot I_d$  – активная мощность, потребляемая нагрузкой.

Полная мощность вторичной обмотки

$$S_2 = m_2 \cdot U_2 \cdot I_2 = 3 \cdot \frac{1}{1,17} \cdot U_d \cdot 0,587 \cdot I_d = 1,47 \cdot P_d. \quad (25)$$

Подставляя  $S_1$  и  $S_2$  в (23), получим

$$S_{\text{тр}} = (1,23 \cdot P_d + 1,47 \cdot P_d) / 2 = 1,35 \cdot P_d. \quad (26)$$

Из формулы (23) видно, что для обеспечения заданной мощности  $P_d$  на выходе выпрямителя трансформатор сам должен иметь мощность, на 35 % большую. Этот показатель является более высоким по сравнению с однофазными схемами выпрямления.

Обычно оценка эффективности работы трансформатора в выпрямителе осуществляется по коэффициенту использования трансформатора  $K_{\text{тр}}$ , под которым понимают отношение активной мощности на выходе выпрямителя к средней (габаритной) мощности трансформатора

$$K_{\text{ТР}} = \frac{P_d}{S_{\text{ТР}}} = \frac{P_d}{1,35 \cdot P_d} = 0,74. \quad (27)$$

Следовательно, трансформатор трехфазного одноконтурного однополупериодного выпрямителя используется только на 74%.

Для приближенной оценки этого показателя в лабораторной работе определяется активная мощность, потребляемая нагрузкой

$$P_d = U_d \cdot I_d. \quad (28)$$

Затем на основе выражений (28), (26) и (27) определяется  $K_{ТР}$ .  
Оценим окончательно достоинства и недостатки трехфазной однотактной однополупериодной схемы выпрямления.

Применение данной схемы позволяет уменьшить коэффициент пульсаций по сравнению с ранее рассмотренными однофазными схемами.

Основным недостатком трехфазной схемы Миткевича является вынужденное подмагничивание магнитопровода трансформатора, что приводит к повышению его габаритной мощности по сравнению с аналогичной для однофазной мостовой схемы выпрямления.

По трехфазной однополупериодной схеме выполняются выпрямители средней и большой мощности.

#### Трехфазная двухтактная двухполупериодная схема выпрямления (схема Ларионова) Энергетические параметры и показатели качества выпрямления

Трехфазный мостовой выпрямитель (рис.2) состоит из трехфазного трансформатора и комплекта диодов, собранных по трехфазной мостовой схеме (схема профессора А.Н. Ларионова).

В схеме выпрямителя используется шесть диодов:  $VD1...VD6$ . Три диода ( $VD1, VD3, VD5$ ) соединены в катодную группу. Их общая точка имеет положительную полярность. Из этих трех диодов проводящим будет тот, на аноде которого в данный момент наиболее высокий положительный потенциал. Три диода ( $VD2, VD4, VD6$ ) соединены в общую точку анодами и образуют анодную группу. Их общая точка имеет отрицательную полярность. Из диодов анодной группы проводящим будет тот, на катоде которого наиболее отрицательный потенциал. В каждый момент времени в рассматриваемой схеме выпрямителя, как и в однофазной мостовой схеме, открыты два диода: один - в катодной, а другой - в анодной группах. Каждый диод работает в течение одной трети периода (рис.2, г, д), что отражено на графиках для токов катодной ( $i_{VDK}$ ) и анодной ( $i_{VDa}$ ) групп.

На рис. 2,б изображены кривые мгновенных значений напряжений в фазах вторичных обмоток трансформатора  $u_a$ ,  $u_b$ ,  $u_c$ , а на рис. 2, в - кривые выпрямленного напряжения  $u_d$  и тока  $i_d$ . На интервале  $\omega t_1 - \omega t_2$ , равном  $\pi/3$ , напряжение фазы  $a$  ( $u_a$ ) имеет наибольшее положительное значение и, следовательно, на аноде диода  $VD1$  потенциал наиболее высокий, т.е. диод  $VD1$  открыт. Наибольшее отрицательное значение на этом же интервале имеет напряжение фазы  $b$  ( $u_b$ ), т.е. катод диода  $VD4$  имеет наибольший отрицательный потенциал, отпирающий этот диод.

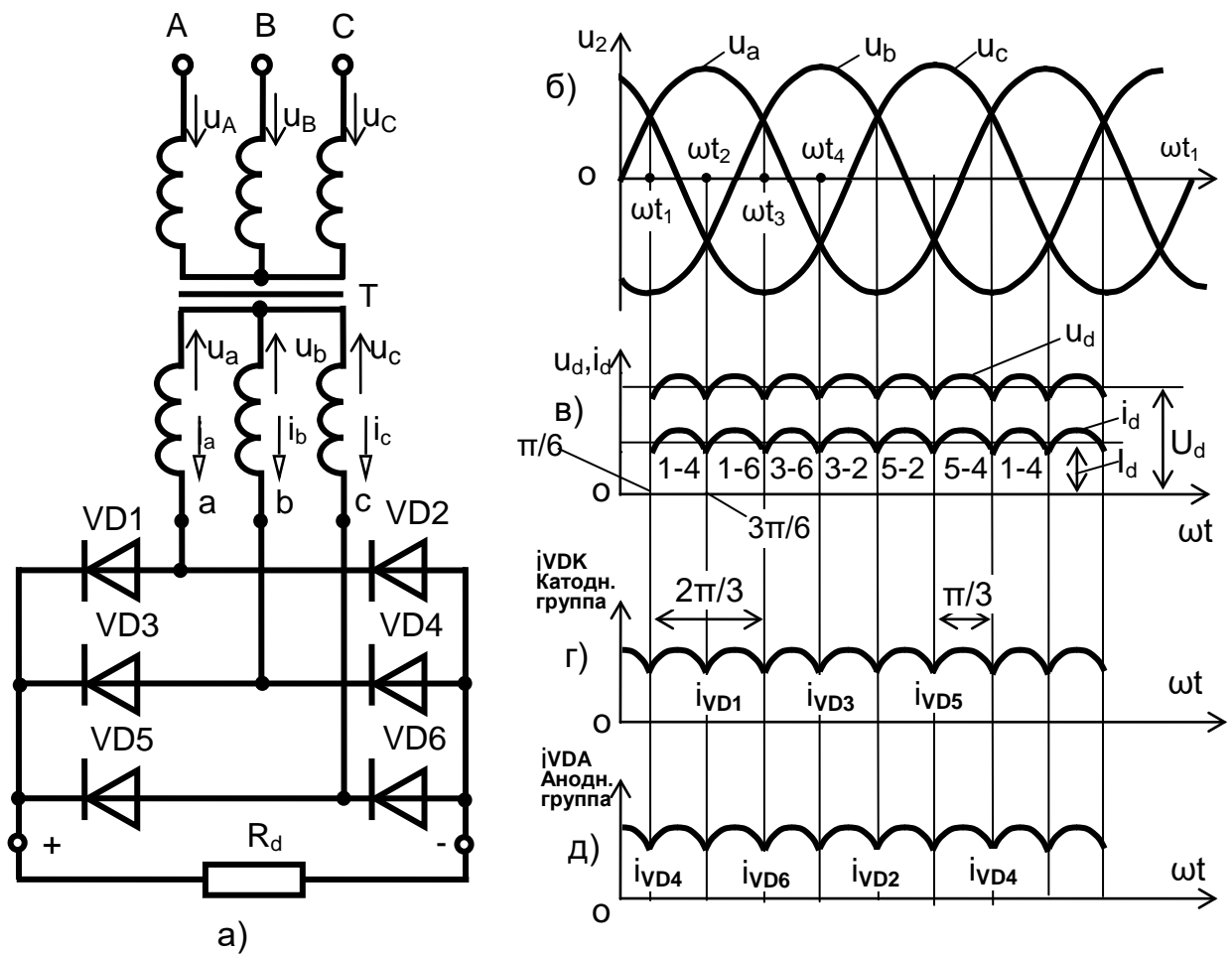


Рис. 2. Трехфазный мостовой выпрямитель Ларионова

а – электрическая принципиальная схема;

б...д – диаграммы напряжений и токов

Таким образом, на интервале  $\omega t_1 - \omega t_2$  к сопротивлению нагрузки через открытые диоды  $VD1$  и  $VD4$  будет приложено линейное напряжение между точками  $a$  и  $b$  ( $u_{ab}$ ). Под действием этого

напряжения ток будет протекать по цепи:  $+u_a, VD1, R_d, VD4, -u_b$ . В момент  $\omega t_2$  ( $M_1$  - точка естественной коммутации диодов) мгновенные значения напряжений  $u_b$  и  $u_c$  равны, а далее напряжение  $u_c$  будет более отрицательным. Это приведет к открытию диода  $VD6$ . Диод  $VD1$  будет оставаться открытым, так как  $u_a$  остается положительным.

На интервале  $\omega t_2 - \omega t_3$ , также равном  $\pi/3$ , будут открыты диоды  $VD1$  и  $VD6$ , к сопротивлению нагрузки будет приложено линейное напряжение между точками  $a$  и  $c$ , и ток будет протекать в том же направлении по цепи:  $+u_a, VD1, R_d, VD6, -u_c$ . В момент  $\omega t_3$  (точка  $N_1$ ) произойдет переключение диодов  $VD1$  и  $VD3$ ; диод  $VD3$  откроется, так как  $u_c$  будет равным  $u_a$  и далее большим, а диод  $VD1$  закроется.

На интервале  $\omega t_3 - \omega t_4$  открыты диоды  $VD3$  и  $VD6$ , ток будет протекать по цепи:  $+u_b, VD3, R_d, VD6, -u_c$ . Далее процессы переключения диодов происходят в точках  $M_2$  ( $VD6$  и  $VD2$ ),  $N_2$  ( $VD3$  и  $VD5$ ),  $M_3$  ( $VD2$  и  $VD4$ ),  $N_3$  ( $VD5$  и  $VD1$ ), обеспечивая протекание тока по нагрузке в одном направлении.

Поскольку на нагрузку работают две последовательно соединенные вторичные фазовые обмотки трансформатора, то график выпрямленного напряжения  $u_d$  представляет собой сумму огибающих фазовых напряжений работающих обмоток трансформатора.

Можно сформулировать **правило**: в схеме в любой момент времени открыты только два вентиля - а именно те, через которые к резистору нагрузки приложено наибольшее линейное напряжение  $u_{\Gamma} = u_{ab} = u_a - (-u_b)$ ,  $u_{\Gamma} = u_{bc} = u_b - (-u_c)$ .

Мгновенные значения в фазах, например,  $a$  и  $b$  записываются в виде

$$u_a = U_{2m} \sin \omega t; \quad u_b = U_{2m} \sin (\omega t - 2\pi/3).$$

Тогда

$$u_{\Gamma} = u_{ab} = U_{2m} [\sin \omega t - \sin (\omega t - 2\pi/3)] = \sqrt{3} \cdot U_{2m} \cos (\omega t - \pi/3). \quad (29)$$

Период изменения основной гармонической переменной составляющей выпрямленного напряжения, как видно из рис.2,в, в 6 раз меньше периода изменения тока сети ( $T_1 = T_c/6$ ). Следовательно, частота этой гармоники в 6 раз больше частоты тока питающей

сети ( $f_1=6f_c$ ). Несмотря на то, что схема получает электропитание от трехфазного трансформатора, кривая выпрямленного напряжения соответствует шестифазной схеме.

Мгновенное значение выпрямленного напряжения равно линейному напряжению работающих одновременно фаз:

$$U_d = \frac{1}{2\pi/6} \int_{\pi/6}^{3\pi/6} U_{2m} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) = \frac{6\sqrt{3}}{2\pi} U_{2m} \int_{\pi/6}^{3\pi/6} \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) = \quad (30)$$
$$= \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} U_{2m} \left[ \sin(\omega t - \frac{\pi}{3}) \right]_{\pi/6}^{3\pi/6} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} U_{2m} = 1,65 \cdot U_{2m}.$$

$$\text{Тогда} \quad U_{2m} = U_d / 1,65. \quad (31)$$

Зависимости между  $U_d$  и фазным и линейным напряжениями имеют вид соответственно

$$U_d = 1,65 \cdot U_2 \cdot \sqrt{2} = 2,34 \cdot U_2. \quad (32)$$

$$U_d = (2,34 / \sqrt{3}) \cdot U_{2\pi} = 1,35 \cdot U_d. \quad (33)$$

Действующее значение фазного напряжения вторичной обмотки трансформатора

$$U_2 = U_{2m} / \sqrt{2} = U_d \cdot / \sqrt{2} \cdot 1,65 = 0,43 \cdot U_d. \quad (34)$$

Импульсное обратное напряжение определяется амплитудой линейного напряжения, т.к. пара последовательно включенных закрытых диодов находится под обратным напряжением, равным линейному напряжению вторичной обмотки. С учетом (31) получим

$$U_{обр.мах} = \sqrt{3} \cdot U_{2m} = \sqrt{3}(U_d / 1,65) = 1,05 \cdot U_d. \quad (35)$$

Среднее значение выпрямленного тока по аналогии с (30)

$$I_d = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot I_{2m} = 1,65 \cdot I_{2m}. \quad (36)$$

Поскольку через пару диодов ток протекает в течение 1/3 части периода, то среднее значение тока диода  $I_{VD} = I_d/3$ , а максимальное значение тока через пару диодов с учетом (33)

$$I_{VDm} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{2\pi}}{R_d} = \frac{U_d}{R_d} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1,35} = 1,05 \cdot I_d. \quad (37)$$

Для определения действующее значение вторичного тока фазы следует иметь ввиду, что в фазе вторичной обмотки трансформатора в течение 1/3 части периода имеют место два импульса тока  $i_a$  в одном направлении, а после паузы в 1/6 части периода - два им-

пульса тока  $i_a$  в противоположном направлении, также в течение 1/3 части периода. С учетом этого обстоятельства действующее значение вторичного тока фазы имеет вид:

$$I_2 = \sqrt{\frac{(2+2)}{2\pi} \int_{\pi/6}^{3\pi/6} i_a^2 \cdot d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} I_{am}^2 \sin^2 \omega t \cdot d\omega t}. \quad (38)$$

После интегрирования получим

$$I_2 = 0,815 \cdot I_d. \quad (39)$$

Кривая первичного тока повторяет по форме кривую вторичного тока, поэтому действующее значение первичного тока с учетом коэффициента трансформации равно

$$I_1 = 0,815 \cdot I_d / n, \quad (40)$$

Запишем формулы связи напряжений для данной схемы выпрямления:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= 1,65 \cdot U_2 \cdot \sqrt{2} = 2,34 \cdot U_2; \\ U_d &= (2,34 / \sqrt{3}) \cdot U_{2л} = 1,35 \cdot U_{2л}; \\ U_2 &= 0,43 \cdot U_d; \\ U_{2m} &= U_d / 1,65; \\ U_{обрmax} &= 1,05 \cdot U_d \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

С учетом этих связей запишем все коэффициенты - показатели качества выпрямления рассматриваемой схемы выпрямления.

1. Коэффициент схемы  $K_{сх}$ . Это есть отношение действующего значения напряжения на вторичной обмотке трансформатора  $U_2$  к среднему значению выпрямленного напряжения  $U_d$

$$K_{сх} = \frac{U_2}{U_d} = \frac{U_d}{2,34 \cdot U_d} = 0,43. \quad (42)$$

Следовательно, в данной схеме выпрямления среднее значение выпрямленного напряжения  $U_d$  больше действующего значения напряжения вторичной обмотки трансформатора, чем в схеме Миткевича.

2. Коэффициент обратного напряжения  $K_{обр}$ . Это отношение обратного напряжения на вентиле к среднему значению выпрямленного напряжения



$$K_{OБP} = \frac{U_{обр}}{U_d} = \frac{1,05 \cdot U_d}{U_d} = 1,05. \quad (43)$$

Данный коэффициент показывает, что для рассматриваемой схемы выпрямления обратное напряжение лишь в 1,05 раза превышает значение  $U_d$ . Значит диоды в этой схеме работают в облегченном режиме.

3. Коэффициент формы кривой тока  $K_B$ . Этот коэффициент определяется как отношение действующего значения тока в вентиле  $I_{VD}$  к среднему значению выпрямленного тока  $I_d$ , т.е.

$$K_B = \frac{I_{VD}}{I_d} = \frac{I_d}{3 \cdot I_d} = 0,33. \quad (44)$$

4. Коэффициент пульсации  $K_{п1}$ . Этот показатель определяется по результатам разложения кривой выпрямленного напряжения в тригонометрический ряд Фурье и оценивается отношением амплитуды первой (основной) гармоники пульсаций  $U_{d1m} = U_{1m}$  к  $U_d$

$$K_{п1} = \frac{U_{1m}}{U_d}. \quad (45)$$

Для рассматриваемой схемы выпрямления, изображенной на рис. 2, а, кривая выпрямленного напряжения  $u_d$  имеет вид, показанный на рис. 2, в. Разложение ее в тригонометрический ряд согласно [2] дает результат (приняв  $u_{d \max} = U_{2m}$ )

$$u_d(t) = \frac{6 \cdot u_{d \max}}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{5 \cdot 7} \cdot \cos 6\omega_1 t - \frac{1}{11 \cdot 13} \cdot \cos 12\omega_1 t + \dots \right), \quad (46)$$

где  $\omega_1 = 2 \cdot \pi / T$  – угловая частота первой гармоники.

Входящие в этот ряд постоянная составляющая  $U_d$  и первая гармоника (остальные не учитываются) позволяют определить соответственно  $U_d$  и  $U_{1m}$ :

$$U_d = \frac{6 \cdot U_{2m}}{\pi} \cdot \frac{1}{2} = 0,955 \cdot U_{2m}; \quad (47)$$

$$U_{1m} = \frac{6 \cdot U_{2m}}{\pi} \cdot \frac{1}{5 \cdot 7} = 0,055 \cdot U_{2m}. \quad (48)$$

Теперь можно рассчитать коэффициент пульсаций на основе формулы (45)

$$K_{П1} = \frac{U_{1m}}{U_d} = \frac{0,055 \cdot U_{2m}}{0,955 \cdot U_{2m}} = 0,057. \quad (49)$$

Такое значение  $K_{П1}$  показывает, что амплитуда первой гармоники переменной составляющей выпрямленного напряжения составляет около 6% от его постоянной составляющей. Это является существенным достоинством по сравнению с трехфазной одноконтурной схемой выпрямления.

**Энергетические параметры схемы выпрямления.** Известно, что при обычной работе трансформатора как преобразователя уровней напряжений переменного тока, его полная мощность одинакова для первичной и вторичной обмоток и равна так называемой габаритной (средней) мощности трансформатора, т.е.  $S_1 = S_2 = S_{тр}$  (где  $S_1$ ;  $S_2$  – полные мощности обмоток).

Из принципа действия данной схемы следует, что в каждой фазе вторичной обмотки трансформатора в течение  $1/3$  части периода имеют место два импульса тока  $i_\phi$  в одном направлении, а после паузы в  $1/6$  части периода – два импульса тока  $i_\phi$  в противоположном направлении, также в течение  $1/3$  части периода. В результате постоянная составляющая тока не вызывает *вынужденного подмагничивания* магнитопровода трансформатора. Поэтому габаритные мощности обеих обмоток трансформатора одинаковы, т.е.

$$S_{ТР} = S_1 = S_2 = 3 \cdot 0,815 \cdot I_d \cdot \frac{U_d}{2,34} = 1,05 \cdot P_d, \quad (50)$$

где  $P_d = U_d \cdot I_d$  – активная мощность, потребляемая нагрузкой.

Из (50) видно, что для обеспечения заданной мощности  $P_d$  на выходе выпрямителя трансформатор сам должен иметь мощность, лишь на 5 % большую. Этот показатель является более высоким по сравнению с трехфазной одноконтурной однополупериодной схемой выпрямления.

Обычно оценка эффективности работы трансформатора в выпрямителе осуществляется по коэффициенту использования трансформатора  $K_{тр}$ , под которым понимают отношение

активной мощности на выходе выпрямителя к средней (габаритной) мощности трансформатора

$$K_{TP} = \frac{P_d}{S_{TP}} = \frac{P_d}{1,05 \cdot P_d} = 0,95. \quad (51)$$

Следовательно, трансформатор трехфазного двухтактного двухполупериодного выпрямителя используется на 95%.

Для приближенной оценки этого показателя в лабораторной работе определяется активная мощность, потребляемая нагрузкой

$$P_d = U_d \cdot I_d. \quad (52)$$

Затем на основе выражений (2.50) и (2.51) определяется  $K_{TP}$ .

Достоинства трехфазной двухтактной мостовой схемы выпрямления по сравнению с предыдущими схемами перечислены ниже.

1. Отсутствие вынужденного подмагничивания постоянной составляющей выпрямленного тока, что обеспечивает высокое значение коэффициента использования трансформатора.

2. Малая амплитуда обратного напряжения.

3. Возможность включения вентилей непосредственно в сеть переменного тока (без трансформатора), если напряжение имеет требуемую величину.

Основным недостатком данной схемы выпрямления является необходимость применения шести вентилей вместо трех по сравнению с предыдущей схемой Миткевича.

Трехфазные мостовые выпрямители находят наиболее широкое применение в СЭП систем телекоммуникаций.

Для практического определения величины коэффициента пульсаций выпрямленного напряжения ГОСТ устанавливает более простое отношение:

$$K_{\Pi} = \frac{U_{d.max} - U_{d.min}}{2U_d}. \quad (53)$$

Здесь  $U_{d.max}$ ,  $U_{d.min}$  – максимальное и минимальное мгновенные значения величины выпрямленного напряжения. Их разность  $U_{d.max} - U_{d.min}$  определяет размах пульсаций, а половина этой разности

$$\frac{U_{d.max} - U_{d.min}}{2}$$

дает амплитуду пульсаций. Размах пульсаций виден на экране осциллографа, поэтому его измеряют с помощью откалиброванного осциллографа, а величину  $U_d$  измеряют вольтметром. Выражением (43) пользуются в технических расчетах при определении коэффициента пульсаций.

## ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА И МЕРЫ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

С точки зрения безопасности работ, проводимых в ходе экспериментальных исследований, следует знать, что лабораторные установки конструктивно смонтированы на универсальном лабораторном столе.

На лицевых панелях выгравированы схемы исследуемых устройств и расположены органы управления. В учебной аудитории размещено четыре универсальных лабораторных стола. Трехфазное и однофазное напряжения к лабораторным столам подается централизованно от автоматических выключателей. На схему каждой лабораторной установки напряжение подается через соответствующий выключатель.

При проведении лабораторных работ обязательным является выполнение следующих правил:

1. Перед началом эксперимента органы управления и индикации на лицевой панели данной лабораторной установки должны быть установлены в исходное положение.
2. Включение схемы лабораторной установки допускается только с разрешения руководителя занятия.
3. Запрещается прикасаться к токоведущим частям лабораторных установок, производить переключения, не оговоренные в руководстве к данной лабораторной работе.
4. В случае поражения электрическим током необходимо:

- немедленно отключить питание лабораторной установки, а также автоматический выключатель питания всех лабораторных столов;
- освободить пострадавшего от соприкосновения с электрической цепью, обеспечив предварительно собственную безопасность;
- доложить о случившемся руководителю занятия, вызвать медицинского работника и, не дожидаясь его прибытия, без промедления приступить к оказанию первой помощи пострадавшему.

## СОСТАВ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Универсальная лабораторная установка предназначена для экспериментального исследования однофазного, трехфазного и шестифазного диодных и тиристорных выпрямителей.

В состав лабораторной установки входят:

1. Лабораторный пульт.
2. Электронный осциллограф.

Лицевая панель лабораторного пульта состоит из трех составных частей: левой, центральной и правой. Левая и правая панели являются стационарными, а центральная вместе с установленными на ней элементами и платами является съемной.

На левой лицевой панели:

- выгравированы схемы трехфазного и однофазного трансформаторов с различными вариантами соединения вторичных цепей;
- размещены вольтметр PV1 и амперметр PA1, предназначенные для измерения переменных и постоянных напряжений и токов в различных точках изучаемых схем. В данной работе вольтметр PV1 измеряет действующее значение напряжения  $U_2$  во вторичной обмотке трансформатора, а амперметр PA1 - действующее значение тока  $I_2$  в этой обмотке и тока в вентиле или группе вентилей  $I_{VD}$ ;
- установлены кнопки *зеленого* цвета ТРЕХФАЗНАЯ СЕТЬ-ВКЛ, ОДНОФАЗНАЯ СЕТЬ-ВКЛ и *красного* цвета ТРЕХФАЗНАЯ СЕТЬ-ВЫКЛ, ОДНОФАЗНАЯ СЕТЬ-ВЫКЛ.

На центральной лицевой панели выгравированы:

- схемы вентильных групп диодных трехфазных (VD1...VD12) выпрямителей;

- схемы диодов (VD13...VD16);
- схемы тиристоров (VS1, VS2);
- схемы конденсаторов C1...C4);

На правой лицевой панели:

- выгравированы схемы электрических сглаживающих фильтров;
- размещены вольтметр PV2 и амперметр PA2, предназначенные для измерения постоянных напряжений и токов на выходе исследуемых схем выпрямления. В данной работе вольтметр PV2 и амперметр PA2 измеряют среднее значение выпрямленного напряжения  $U_d$  и среднее значение выпрямленного тока  $I_d$  на выходе исследуемых схем выпрямления.

- установлен выключатель СЕТЬ для подачи питающего напряжения на установку;

- установлены регуляторы величины сопротивления нагрузки  $R_{н.грубо}$  и  $R_{н.точно}$ .

Приборы PV1, PA1 и PV2 имеют переключатели режима измерения для измерения переменных и постоянных напряжений и тока.

Пределы измерения приборов PV1, PA1 и PV2, PA2 переключаются автоматически в зависимости от режима измерения «переменный - постоянный» и типа подключаемого сменного блока.

Электронный осциллограф - для снятия осциллограмм выходного напряжения исследуемых выпрямителей.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Исследование трехфазной однократной однополупериодной схемы выпрямления.

1.1. Собрать схему для исследования трехфазной однократной однополупериодной схемы выпрямления (рис. 3).

1.2. На правой лицевой панели плавно повернуть ручку регулятора  $R_{Н.ТОЧНО}$  против часовой стрелки до упора, а ручку регулятора  $R_{Н.ГРУБО}$  поставить в положение «3».

1.3. Подключить ВХОД осциллографа к гнездам 6, 7 на лицевой панели пульта. Включить осциллограф.

1.4. Представить схему на проверку преподавателю или заведующему лабораторией.

1.5. На правой лицевой панели включить выключатель СЕТЬ.

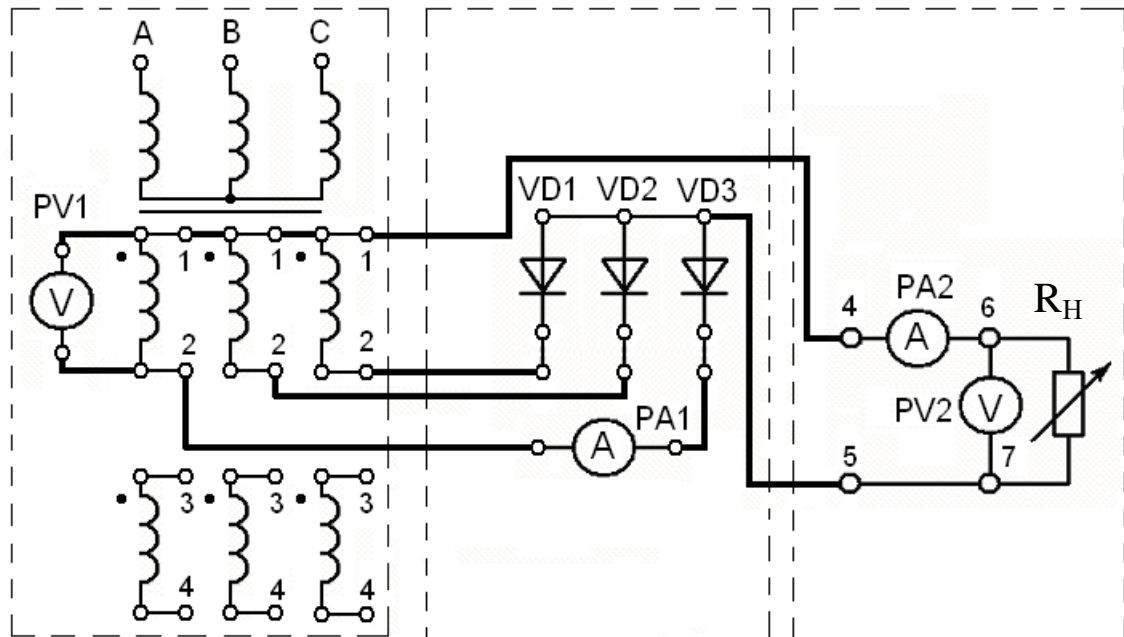


Рис. 3. Схема для исследования трехфазной однопериодной однополупериодной схемы выпрямления

1.6. На левой лицевой панели нажать зеленую кнопку ТРЕХ-ФАЗНАЯ СЕТЬ-ВКЛ.

1.7. С помощью органов управления осциллографа получить на его экране устойчивое изображение кривой выпрямленного напряжения исследуемой схемы.

1.8. Занести в табл. 2.1. показания приборов PV1, PA1 и PV2, PA2.

1.9. По осциллограмме выходного напряжения на экране осциллографа замерить максимальное  $U_{d.max}$  и минимальное  $U_{d.min}$  значения выпрямленного напряжения в малых делениях шкалы. Умножить разность  $U_{d.max} - U_{d.min}$  на множитель, против которого установлена ручка переключателя «V/ДЕЛ.» осциллографа. Используя вы-

ражения (20), (21) рассчитать величину постоянной составляющей и амплитудное значение первой гармоники переменной составляющей выпрямленного напряжения. Вычислить по формуле (22) коэффициент пульсаций  $K_{\Pi}$  и записать в левую часть колонки  $K_{\Pi}$  табл. 1. Для измерения  $U_{\text{ОБР.м}}$  осциллограф следует подключить между гнездами "2" фаз а и в и действуя по вышеописанному алгоритму, определить амплитудное значение  $U_{\text{ОБР.м}}$ .

1.10. Используя данные п.п. 1.8 и 1.9, по формулам (13), (14), (15), (53) рассчитать значения коэффициентов:  $K_{\text{СХ}}$ ,  $K_{\text{ОБР}}$ ,  $K_{\text{В}}$  и  $K_{\Pi}$  и записать в табл. 1. Значение  $K_{\Pi}$  записать в правую часть колонки  $K_{\Pi}$  табл. 1. По формулам (28), (26), (27) рассчитать и записать в табл. 1 значение  $K_{\text{ТР}}$ .

Таблица 1

Схема выпрям- ления	П а р а м е т р ы														
	Измеряются								Вычисляются						
	$U_2$ В	$I_2$ А	$U_d$ В	$I_d$ А	$U_{\text{обр.м}}$ В	$I_{VD}$ А	$U_{d.\text{max}}$ В	$U_{d.\text{min}}$ В	$U_d$ В	$U_{1m}$ В	$K_{\Pi}$ %	$K_{\text{сх}}$	$K_{\text{обр}}$	$K_{\text{в}}$	$K_{\text{тр}}$
ТОО															
ТДД															

1.11. Зарисовать осциллограмму выходного напряжения;

1.12. На левой лицевой панели нажать красную кнопку ТРЕХФАЗНАЯ СЕТЬ-ВЫКЛ.

1.13. На правой лицевой панели выключить выключатель СЕТЬ.

1.14. Разобрать схему.

2. Исследование трехфазной двухтактной двухполупериодной схемы выпрямления.

2.1.Собрать схему для исследования трехфазной двухтактной двухполупериодной схемы выпрямления (рис. 4.).

2.2. На правой лицевой панели плавно повернуть ручку регулятора  $R_{\text{Н.ТОЧНО}}$  против часовой стрелки до упора, а ручку регулятора  $R_{\text{Н.ГРУБО}}$  поставить в положение «3».



2.3. Подключить ВХОД осциллографа к гнездам 6, 7 на лицевой панели пульты. Включить осциллограф.

2.4. Представить схему на проверку преподавателю или заведующему лабораторией.

2.5. На правой лицевой панели включить выключатель СЕТЬ.

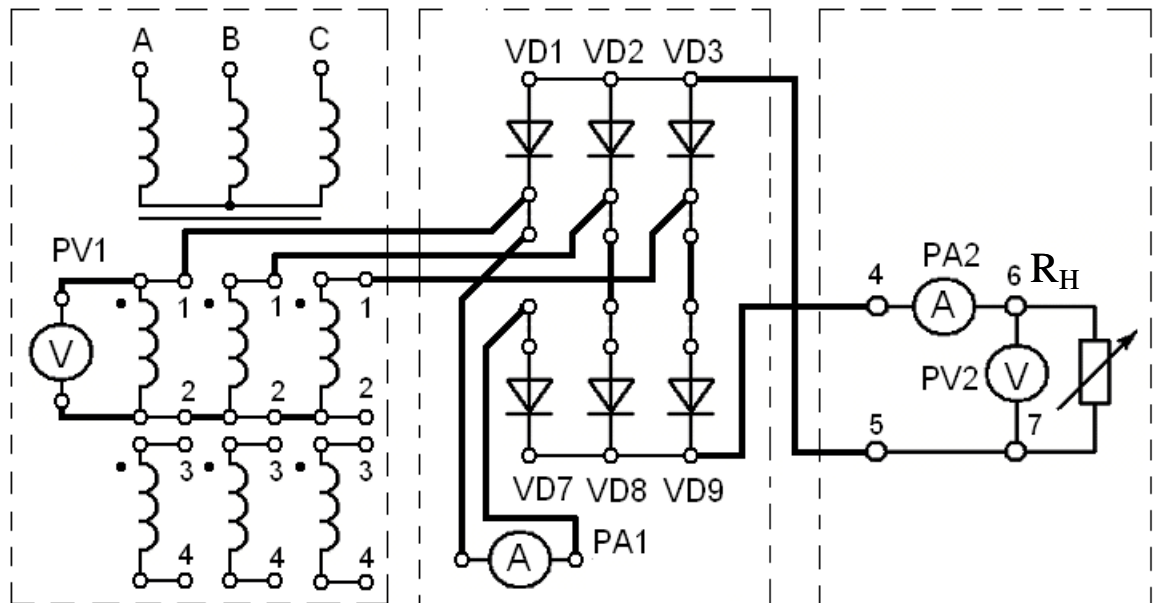


Рис. 4. Схема для исследования трехфазной двухтактной двухполупериодной схемы выпрямления

2.6. На левой лицевой панели нажать зеленую кнопку ТРЕХФАЗНАЯ СЕТЬ-ВКЛ.

2.7. Выполнить п.п. 1.7...1.8.

2.8. По осциллограмме выходного напряжения на экране осциллографа замерить максимальное  $U_{d.max}$  и минимальное  $U_{d.min}$  значения выпрямленного напряжения в малых делениях шкалы. Умножить разность  $U_{d.max} - U_{d.min}$  на множитель, против которого установлена ручка переключателя «V/ДЕЛ.» осциллографа. Используя выражения (47), (48) рассчитать величину постоянной составляющей и амплитудное значение первой гармоники переменной составляющей выпрямленного напряжения. Вычислить по формуле (49) коэффициент пульсаций  $K_{\Gamma}$  и записать в левую часть колонки  $K_{\Gamma}$  табл. 1. Для измерения  $U_{OБР.m}$  осциллограф следует подключить между гнездами “1” фаз а и в и действуя по вышеописанному алгоритму, определить амплитудное значение  $U_{OБР.m}$ .

2.9. Используя данные п.п. 2.7 и 2.8, по формулам (42), (43), (44), (53) рассчитать значения коэффициентов:  $K_{СХ}$ ,  $K_{ОБР}$ ,  $K_{В}$  и  $K_{П}$  и записать в табл. 1. Значение  $K_{П}$  записать в правую часть колонки  $K_{П}$  табл. 1. По формулам (50), (52), (51) рассчитать и записать в табл. 1 значение  $K_{ТР}$ .

2.10. Выполнить п.п. 1.11...1.14.

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схемы электрические принципиальные исследуемых выпрямителей (Рис. 1, а, 2, а).
2. Таблица 1 с результатами измерений и вычислений, осциллограммы кривых выпрямленных напряжений.
3. Выводы по результатам исследований.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Начертить структурную схему выпрямителя и объяснить назначение элементов схемы.
2. Перечислить показатели качества выпрямителей.
3. Классификация выпрямителей.
4. Пояснить выражение: "Трехфазный одноктактный однополупериодный выпрямитель".
5. Пояснить выражение: "Трехфазный двухтактный двухполупериодный выпрямитель".
6. Начертить схему трехфазного одноктактного однополупериодного выпрямителя и объяснить его работу.
7. Начертить схему трехфазного двухтактного двухполупериодного выпрямителя и объяснить его работу.
8. Что называется коэффициентом пульсаций? Способы его определения?
9. Что называется коэффициентом обратного напряжения? Как он определялся в лабораторной работе?
10. Что называется коэффициентом вентилля? Как он определялся в лабораторной работе?

11. Что называется коэффициентом схемы? Как он определялся в лабораторной работе?

12. Определить коэффициент обратного напряжения в трехфазной однократной однополупериодной схеме выпрямления, если  $u_2 = 62,8 \sin \omega t$ .

13. Как изменится  $U_d$  в трехфазной мостовой схеме выпрямления в случае обрыва анодной цепи одного из вентилях катодной группы, если  $u_2 = 31,4 \sin \omega t$  ?

14. Определить среднее значение выпрямленного напряжения и коэффициент обратного напряжения в схеме Миткевича, если  $u_2 = 15,7 \sin \omega t$ .

15. Определить коэффициент пульсаций в трехфазном мостовом выпрямителе, если  $U_{2m} = 31,4$  В.

16. Проведите ранжирование нижеприводимых схем выпрямления по коэффициенту пульсаций:

- двухфазная однократная однополупериодная;
- однофазная двухтактная двухполупериодная;
- трехфазная однократная двухполупериодная

Аргументируйте свои оценки.

17. Проведите ранжирование нижеприводимых схем выпрямления по коэффициенту обратного напряжения:

- однофазная двухтактная двухполупериодная;
- трехфазная однократная однополупериодная;
- трехфазная двухтактная двухполупериодная

Аргументируйте свои оценки.

### Список использованной литературы

1. Электропитание устройств связи: Учебник для ВУЗОВ/ А.А. Бокуняев, В.М. Бушуев, А.С. Жерненко и др: Под ред. Ю.Д. Козляева.-М.: Радио и связь, 1998. 328 с.

2. Краткий курс математического анализа: Учебник для ВУЗОВ. А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович – СПб: Издательство "Лань", 2005. – 736 с.