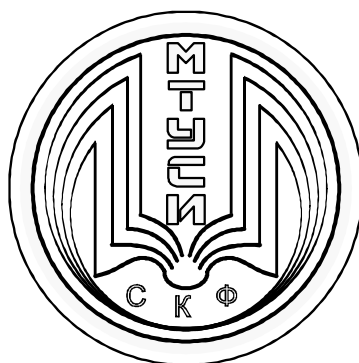


**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ  
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФИЛИАЛ  
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И  
ИНФОРМАТИКИ»**



**КАФЕДРА ОБЩЕНАУЧНОЙ ПОДГОТОВКИ**

**А.В. Бородин**

**Я.Б. Константинова**

**Ю.В. Жабинский**

**ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

**Методическое пособие**

**для проведения лабораторных работ**

направление подготовки 11.03.02

Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Ростов-на-Дону

2019 г.

**Бородин А.В., Константинова Я.Б., Жабинский Ю.В.** «Теория электрических цепей». Методическое пособие для проведения лабораторных работ (направление подготовки 11.03.02 - Инфокоммуникационные технологии и системы связи); Ростов-на-Дону: Северо-Кавказский филиал МТУСИ. 2019.

**Составители:** доцент кафедры ОНП Бородин А.В.,  
доцент кафедры ОНП Константинова Я.Б.,  
доцент кафедры ОНП Жабинский Ю.В.

**Рецензент:** Зав. кафедрой ИТСС СКФ МТУСИ, к.т.н. доц. Юхнов В.И.

Издание рассмотрено и утверждено  
на заседании кафедры ОНП  
26.08.2019 года (протокол № 1)

Целями изучения дисциплины «Теория электрических цепей» являются овладение современными методами анализа, синтеза и расчета электрических цепей, методами моделирования и исследования различных режимов электрических цепей на компьютерах.

## Лабораторная работа № 1

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВНЕШНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Снятие внешних характеристик источников напряжения и тока и определение параметров их схем замещения.

#### 1. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Изучить литературу [1], конспект лекций по данной теме и теоретическую часть лабораторной работы.

Источники электрической энергии делятся на источники (генераторы) напряжения и источники (генераторы) тока. В зависимости от наличия потерь энергии внутри источника различают идеальные и реальные источники. У идеального источника потери внутри самого источника равны нулю. Поэтому внутреннее сопротивление идеального источника напряжения равно нулю и напряжение на его внешних зажимах не зависит от нагрузки, подключенной к этим зажимам. Внутреннее сопротивление идеального источника тока равно бесконечности (соответственно внутренняя проводимость источника равна нулю) и поэтому ток этого источника не зависит от нагрузки, подключенной к зажимам источника.

В реальных источниках имеются потери энергии внутри самого источника и поэтому напряжение на зажимах реального источника напряжения и ток, генерируемый реальным источником тока, зависят от сопротивления нагрузки, подключенной к их внешним зажимам.

Реальный источник напряжения может быть представлен в виде схемы замещения (рис. 1), состоящей из идеального источника напряжения и включенного последовательно с ним резистора с сопротивлением  $R_i$ , называемого внутренним сопротивлением источника напряжения.

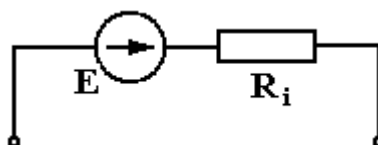


Рис. 1. Схема замещения реального источника напряжения

На практике предполагают, что реальный источник напряжения можно считать идеальным, если его характеристики отличаются от идеальных не более чем на 10%, а это возможно в случае, если выполняется следующее соотношение между внутренним сопротивлением реального источника  $R_i$  и сопротивлением нагрузки  $R_n$ :

$$R_i < 0.1R_n \quad (1)$$

Для снятия внешней характеристики реального источника напряжения и определения параметров его схемы замещения необходимо собрать схему, приведенную на рис. 2.

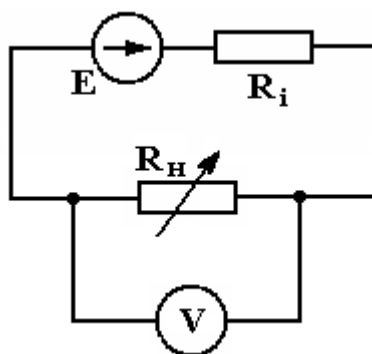


Рис. 2. Схема для определения внешней характеристики реального источника напряжения

С помощью магазина сопротивлений величину  $R_n$  можно изменять в широких пределах. Если сопротивление нагрузки отключить ( $R_n = \infty$ ), то ток в цепи будет близким к нулю, так как входное сопротивление вольтметра  $V$  очень велико (единицы и десятки МОм) и током в его входной цепи можно пренебречь. В этом случае вольтметр показывает напряжение холостого хода  $U_{xx}$ , численно равное э. д. с. источника напряжения  $E$ :

$$U_{xx} = E \quad (2)$$

Если сопротивление нагрузки  $R_n$  уменьшать, то ток в цепи будет возрастать, падение напряжения на внутреннем сопротивлении будет увеличиваться, а на нагрузке напряжение будет уменьшаться в соответствии с выражением:

$$U_n = E - I \cdot R_i \quad (3)$$

Если сопротивление нагрузки сделать равным внутреннему сопротивлению источника, то напряжение  $U_{xx}$  будет поровну распределено между  $R_i$  и  $R_n$  и таким образом можно определить величину  $R_i$  экспериментально. Следовательно сопротивление нагрузки, при котором падение напряжения на нем составляет  $0,5E$ , численно равно внутреннему сопротивлению источника напряжения. Если подобрать сопротивление  $R_n$ ,

при котором  $U_n = 0,5E$  (переменное сопротивление, подключенное к зажимам источника, может изменяться только с определенным шагом), не представляется возможным, то нужно подобрать такое сопротивление нагрузки, при котором  $U_n$  максимально приблизится к значению  $0,5E$ , и вычислить  $R_i$  по формуле:

$$R_i = \left( \frac{E}{U_n} - 1 \right) \cdot R_n \quad (4)$$

**Внешней** или **нагрузочной характеристикой** источника напряжения называют зависимость напряжения на его зажимах от тока, протекающего через эти зажимы. Внешняя характеристика реального источника напряжения (рис. 3) может быть приближенно представлена в виде прямой линии, проходящей через две точки:

- точку, соответствующую режиму холостого хода, при котором:  $R_n = \infty$ ,  $I = 0$ ,  $U = U_{xx}$ ,

- и точку, соответствующую режиму короткого замыкания, при котором:  $R_n = 0$ ,  $U = 0$ ,  $I = I_{кз}$ . (значение  $I_{кз}$  называется током короткого замыкания):

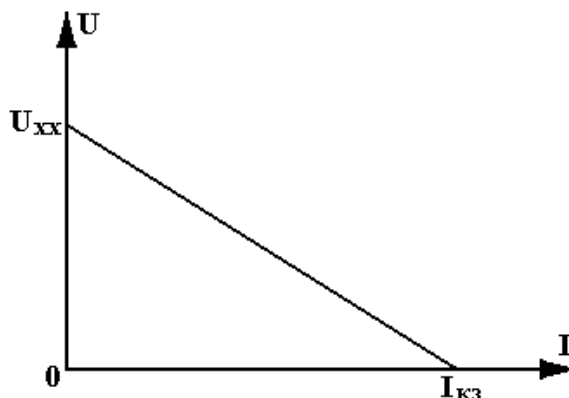


Рис. 3. График внешней характеристики реального источника напряжения

Реальный источник тока может быть представлен в виде схемы замещения (рис. 4), состоящей из идеального источника тока и параллельно включенного с ним резистора с проводимостью  $G_i$ , называемой внутренней проводимостью источника тока.

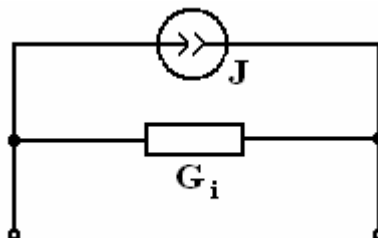


Рис. 4. Схема замещения реального источника тока

На практике предполагают, что реальный источник тока можно считать идеальным, если его характеристики отличаются от характеристик идеального источника не более чем на 10%, а это возможно в случае, если

выполняется следующее соотношение между внутренней проводимостью реального источника  $G_i$  и проводимостью нагрузки  $G_n$ :

$$G_i < 10 G_n \quad (5)$$

Внешняя характеристика реального источника тока устанавливает связь между напряжением и током на его зажимах и определяется аналогично (рис.5) внешней характеристике реального источника напряжения. Эта характеристика (рис. 6) имеет такой же вид, как и внешняя характеристика реального источника напряжения. Если подобрать такое значение сопротивления нагрузки  $R_n$ , при котором ток, протекающий через нагрузку, будет равен  $0.5 J$ , то тогда  $G_i = G_n = 1/R_n$ , т.е. внутренняя проводимость (сопротивление) источника тока будет равна проводимости (сопротивлению) нагрузки. Так можно экспериментально определить внутреннюю проводимость  $G_i$  источника тока.

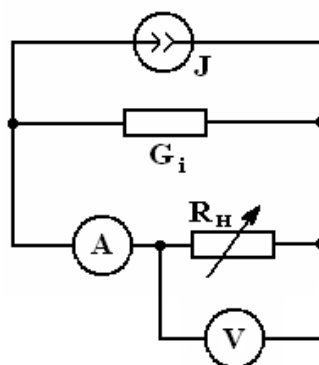


Рис. 5. Схема для определения внешней характеристики реального источника тока

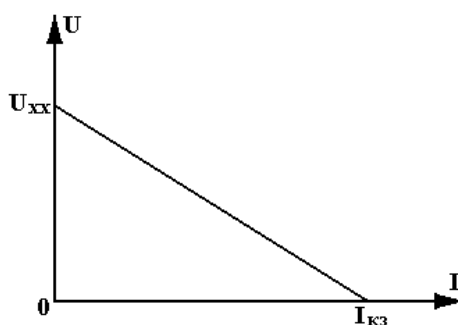


Рис. 6. График внешней характеристики реального источника тока

## 2. ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

### 2.1. Снятие внешней характеристики источника напряжения с помощью универсального лабораторного стенда

#### 2.1.1. Подготовка схемы лабораторной установки

Для снятия внешней характеристики источника напряжения  $E_1$  с помощью универсального лабораторного стенда, на нем нужно собрать схему, приведенную на рис. 7. Клеммы магазина сопротивлений  $R_v$

соединить с выводами источника и параллельно к ним подключить вольтметр  $V$ . На магазине сопротивлений установить переключатель величины сопротивления в положение  $\infty$ . Включить питание лабораторного стенда и вольтметра. При этом вольтметр  $V$  покажет напряжение холостого хода:  $U_n = U_{xx} = E$ . Значения сопротивления нагрузки и напряжения  $U_n$  занести в табл. 1.

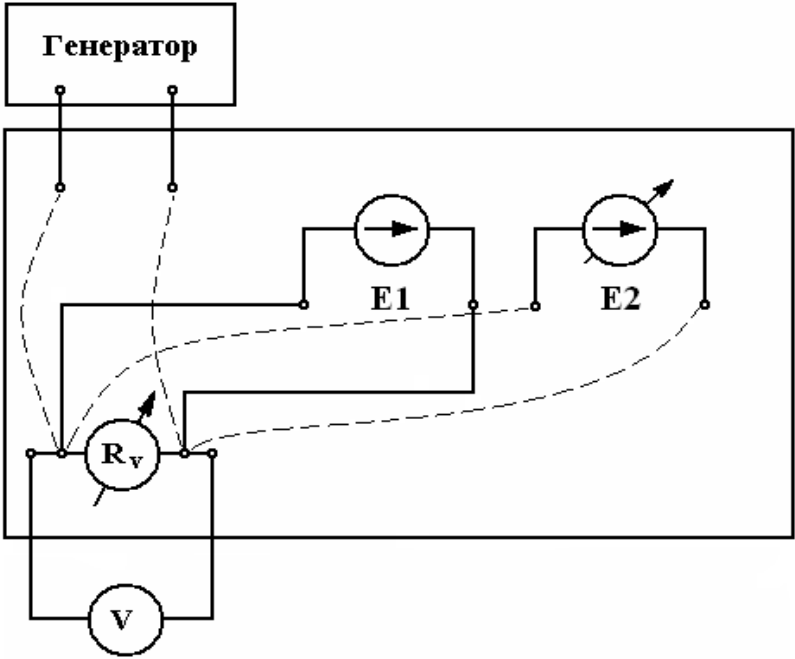


Рис. 7. Схема лабораторной установки для определения внешней характеристики источника напряжения

### 2.1.2. Порядок проведения эксперимента

Изменяя переключателем магазина  $R_v$  значение сопротивления нагрузки от максимального до минимального, фиксировать значения сопротивления и измеренного напряжения. Результаты измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

Первый источник			Второй источник			Третий источник		
Измерения		Расчет	Измерения		Расчет	Измерения		Расчет
$R_v$ , Ом	$U$ , В	$I$ , мА	$R_v$ , Ом	$U$ , В	$I$ , мА	$R_v$ , Ом	$U$ , В	$I$ , мА
$R_i =$			$R_i =$			$R_i =$		

Подключить к магазину сопротивлений  $R_V$  источник напряжения  $E_2$ . По заданию преподавателя установить на выходе источника в режиме холостого хода необходимое напряжение и по аналогии выполнить такие же, как в пункте 2.1.2. измерения. Полученные результаты занести в табл. 1.

Включить питание генератора, установить на нем частоту  $f_{ген} = 5$  кГц и выходное напряжение  $U_{ген\ xx} = 3$  В. Подключить генератор к магазину сопротивлений и выполнить такие же измерения, как в п.п.2.1.2. Результаты занести в табл. 1.

### 3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Обработка результатов измерений, полученных в процессе эксперимента на лабораторном стенде, производится в следующем порядке.

1. Вычисляется значение тока для каждого из измерения при исследовании источников напряжения. Полученные результаты заносятся в табл. 1.

2. Найденное экспериментально или рассчитанное значение внутреннего сопротивления каждого источника напряжения заносится в табл. 1.

3. Строятся графики нагрузочных характеристик  $U = f(I)$  и  $U = f(R)$  для каждого источника напряжения.

4. Определяется значение нагрузочных сопротивлений, при которых каждый источник напряжения является практически идеальным.

5. По результатам измерений и вычислений определяются параметры схемы замещения каждого из исследуемых источников напряжения.

По результатам лабораторного исследования источников тока определяется параметры схемы замещения каждого источника тока: его внутренняя проводимость и ток идеального источника  $J$ . Найденные параметры заносятся в табл. 3. Далее строятся графики нагрузочных характеристик  $I_n = f(U)$  и  $I_n = f(R_n)$  для каждого из источников и определяются значение нагрузочного сопротивления, при котором каждый из них считается практически идеальным.

### 4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать:

- наименование и цель работы;
- схемы исследования внешних характеристик на стенде и на компьютере;
- таблицы результатов измерений;
- расчеты токов в цепях;
- графики внешних характеристик  $U = f(I)$  и  $U = f(R)$  источников напряжения, полученные на лабораторном стенде;
- значения нагрузочных сопротивлений для каждого источника, при которых источники напряжения и тока можно считать идеальными;



- параметры схем замещения исследуемых источников напряжения и тока;
- выводы.

## **5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ДОПУСКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

1. Какие источники электрической энергии называются источниками напряжения, какие источниками тока?
2. В чем отличие независимого источника от зависимого (управляемого)?
3. В чем отличие идеального источника от реального?
4. Сколько типов управляемых источников существует, перечислите их?
5. Сколько и какие элементы содержит схема замещения идеального и реального источника напряжения и тока?
6. Сколько и какие элементы содержит схема замещения каждого из управляемых источников?
7. Как произвести замену источника напряжения эквивалентным источником тока и наоборот?
8. Какая характеристика источника называется внешней и как ее определяют?
9. Какие характеристики называются линеаризованными?
10. Какие характерные точки есть у внешней характеристики источника электрической энергии?
11. Как установить режим холостого хода или короткого замыкания на выходе источника?
12. Как определить внешнюю характеристику источника напряжения (тока)?
13. Как определить параметры схемы замещения источника напряжения (тока) расчетным путем и экспериментально?
14. Как рассчитывается мощность, вырабатываемая или потребляемая источником постоянного (переменного) напряжения (тока)?
15. Может ли источник напряжения (тока) не генерировать, а потреблять энергию?
16. Какую мощность генерирует источник постоянного (переменного) напряжения (тока), в каких единицах она измеряется?
17. Как экспериментально определяется внешняя характеристика источника напряжения (тока) на универсальном лабораторном стенде?
18. Как экспериментально определить параметры схемы замещения источника напряжения (тока) на лабораторном стенде?
19. Для чего используется заземление при сборке схемы цепи на лабораторном стенде?
20. Как установить и изменить номинальное значение параметра схемы цепи?
21. Как измерить ток в цепи при помощи вольтметра?
22. Что такое шунт и для чего он используется в схемах?
23. Какой режим работы источника считается согласованным, как его установить, для чего он нужен?

24. Коэффициент полезного действия источника, его физический смысл, в каких пределах он меняется?

25. Как определить внутреннее сопротивление источника напряжения (внутреннюю проводимость источника тока) с помощью внешней характеристики источника?

26. В каких пределах может меняться внутреннее сопротивление источника напряжения (внутренняя проводимость источника тока)?

27. Как влияет величина внутреннего сопротивления источника напряжения (внутренней проводимости источника тока) на внешнюю характеристику источника?

28. Почему не рекомендуется проводить режим короткого замыкания при снятии внешней характеристики на лабораторном стенде?

## Лабораторная работа № 2

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАКОНОВ КИРХГОФА В РЕЗИСТИВНЫХ ЦЕПЯХ

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментально проверить выполнение законов Кирхгофа в резистивных электрических цепях.

#### 1. ПОДГОТОВКА К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо:

- изучить по учебнику [1] §§ 1.2, 1.3, 1.4, 1.10, 2.1;
- изучить описание данной лабораторной работы и подготовить табл. 2.1, 2.3;
- ответить на вопросы для самоконтроля.

##### 1.1. Основные теоретические положения

Электрической цепью называется совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий э.д.с., тока и напряжения. Все элементы электрических цепей можно разделить на источники и приемники электрической энергии, а также соединительные провода. Как правило, электрическая цепь состоит из ряда элементов, соединенных между собой определенным образом. Описать свойства любой электрической цепи и рассчитать токи и напряжения на ее элементах можно с помощью уравнений электрического равновесия цепи, составленных для нее на основе известных физических законов Ома и Кирхгофа. При составлении указанных уравнений широко используются разнообразные модели электрических цепей.

Основными элементами, из которых состоят электрические цепи, являются: резистор, конденсатор, катушка индуктивности, источники электрической энергии, операционный усилитель. Однако каждый реальный элемент электрической цепи кроме основного полезного качества имеет ряд паразитных свойств. Так реальная катушка индуктивности характеризуется: сопротивлением провода, из которого она изготовлена; емкостью, существующей между витками катушки и между катушкой и землей; и собственно индуктивностью самой катушки. То же самое относится к другим элементам электрической цепи. Если учитывать все качества реального элемента цепи, то задача анализа режима цепи становится очень сложной и громоздкой, а в ряде случаев и неразрешимой. Для упрощения указанной задачи анализа режима электрических цепей с сосредоточенными параметрами полагают, что все реальные элементы этих цепей состоят из определенного числа идеализированных элементов. Каждый идеализированный элемент обладает только одним основным качеством реального элемента. При переходе к идеализированным элементам, каждый реальный элемент цепи заменяется определенной эквивалентной схемой замещения, состоящей из конкретного набора идеализированных элементов. Эти элементы соединяются между собой с помощью идеальных проводников, для которых основные параметры:  $R = L = C = 0$ . Математическое описание полученной схемы замещения должно отражать доминирующие процессы в реальном элементе цепи, или те из них, которые необходимо учесть при решении конкретной задачи.

Таким образом, получается расчетная схема замещения каждого реального элемента цепи и из этих схем замещения в дальнейшем составляется расчетная схема замещения всей цепи.

Введение понятия идеализированные элементы позволяет при анализе реальной электрической цепи приближенно, но с достаточной для практики точностью, заменить ее некоторой моделью, состоящей из совокупности идеализированных элементов.

Система уравнений, описывающих свойства такой модели, представляет собой математическую модель электрической цепи. Условно-графическое изображение модели электрической цепи называется ее расчетной схемой замещения, которая состоит из взаимосвязанных схем замещения отдельных реальных элементов, и служит расчетной моделью реальной цепи.

Каждая схема замещения имеет определенную топологическую (геометрическую) структуру, для описания свойств которой используются понятия: ветвь, узел, контур.

**Ветвью** называют участок цепи с двумя выводами, по которому протекает один и тот же ток. Ветвь, как правило, располагается между двумя узлами цепи и состоит из одного или нескольких последовательно соединенных элементов.

**Узлом** называется место соединения двух и более ветвей. Если в узле соединены только две ветви, то он называется простым или устранимым. В дальнейшем будем рассматривать узлы, в которых соединены более двух ветвей.

Для схемы, приведённой на рис. 1, число узлов  $n_y = 4$ , число ветвей

$n_b = 6$ , шестая ветвь содержит источник тока  $\dot{J}$ .

**Контуром** называется замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям электрической цепи так, что один из узлов является началом и концом пути. Контур, который содержит хотя бы одну ветвь, не входящую в другие контуры, называется независимым. На рис. 1 показаны два независимых контура.

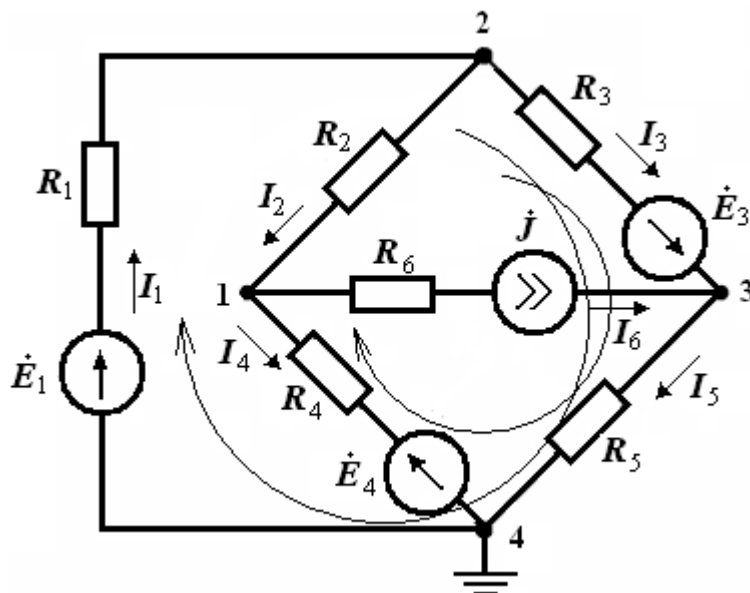


Рис. 1. Схема электрической цепи

## 1.2. Законы Кирхгофа

Законы Кирхгофа (первый и второй) являются следствием всеобщего закона сохранения энергии. Они применяются для определения токов в ветвях линейных и нелинейных схем при любом законе изменения во времени токов и напряжений. На их базе составляются уравнения электрического равновесия в электрических цепях, используемые в различных методах анализа и синтеза электрических цепей.

**Первый закон Кирхгофа** выражает закон сохранения количества электричества (движение зарядов в цепи происходит таким образом, что ни в одном из узлов они не скапливаются), применяется для узлов электрической цепи и формулируется следующим образом:

- *алгебраическая (с учетом знаков) сумма токов ветвей, сходящихся в любом узле электрической схемы в любой момент времени, равна нулю:*

$$\sum_K I_K = 0 \quad (1)$$

При этом токи, направленные к узлу принято записывать со знаком плюс, а направленные от узла - со знаком минус.

Например, для узла электрической цепи, представленного на рис. 2, уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа, имеет вид:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + J_1 - J_2 = 0 \quad (2)$$

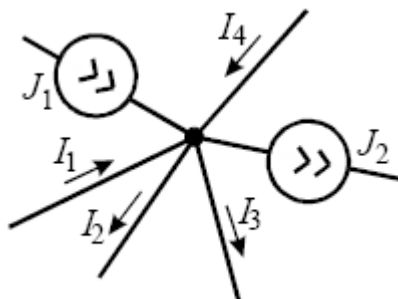


Рис. 2. Узел электрической цепи

Данный закон может быть сформулирован и следующим образом:

- **сумма токов, втекающих в конкретный узел, равна сумме токов, вытекающих из данного узла.**

Для рассмотренного примера это записывается так:

$$J_1 + I_1 + I_4 = J_2 + I_2 + I_3 \quad (3)$$

**Второй закон Кирхгофа** применяется к контурам электрической цепи и формулируется следующим образом:

- **алгебраическая (с учетом направления) сумма падений напряжений на элементах в любом замкнутом контуре электрической цепи равна нулю:**

$$\sum_K U_K = 0 \quad (4)$$

Данный закон может быть сформулирован и в другом виде:

- **алгебраическая сумма падений напряжения на пассивных элементах любого замкнутого контура равна алгебраической сумме э.д.с., входящих в этот контур:**

$$\sum_K R_K I_K = \sum_N E_N \quad (5)$$

В уравнениях (4,5) направления напряжения и э.д.с. считаются положительными, если совпадают с направлением обхода контура, выбираемым заранее в произвольную сторону.

Для рассматриваемой цепи (рис. 3) уравнения по второму закону Кирхгофа имеют следующий вид:

$$U_1 - U_2 + U_3 + U_4 - U_5 = 0. \quad (6)$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 - E_1.$$

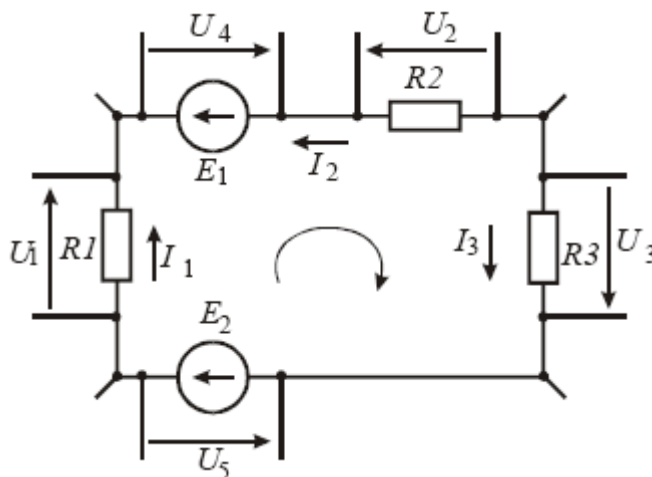


Рис. 3. Контур электрической цепи

### 1.3. Расчет электрической цепи методом законов Кирхгофа (МЗК)

При расчете режима работы электрической цепи заданными обычно являются: схема и элементы цепи, а также параметры пассивных и активных элементов, а определить требуется токи во всех ветвях и напряжения на отдельных элементах цепи. Для решения такой задачи с помощью МЗК требуется составить по первому и второму законам Кирхгофа систему линейных алгебраических уравнений с учетом принятых положительных направлений токов в ветвях и решить ее относительно искомых токов ветвей. Положительные направления токов выбираются произвольно до начала расчета и указываются на схеме цепи стрелкой. Решение системы алгебраических уравнений представляет собой довольно трудоемкую задачу, а объем вычислений, который необходимо выполнить, возрастает с увеличением сложности цепи (числа ветвей).

В общем случае число уравнений, которое нужно составить при использовании данного метода, равно числу ветвей в рассматриваемой цепи –  $n_v$ . Часть уравнений из этого числа составляется по первому закону Кирхгофа –  $n_1$ , а оставшаяся часть по второму –  $n_2$ .

Число независимых уравнений, которые можно составить по первому закону Кирхгофа, равно:

$$n_1 = n_v - 1 \quad (7)$$

Однако, если в схеме цепи имеется ветвь, состоящая только из идеального источника э.д.с., то тогда потенциал узла, к которому присоединен один вывод источника, принимается равным нулю, и следовательно, потенциал узла, к которому присоединен другой вывод источника, будет равен величине э.д.с. источника с соответствующим знаком (в зависимости от направления э.д.с. источника). В этом случае число независимых уравнений, которые можно составить по первому закону Кирхгофа, будет на единицу меньше, чем рассчитано по (7).

Число уравнений, которые нужно составить по второму закону Кирхгофа, должно быть равно:

$$n_2 = n_b - n_1 = n_b - (n_y - 1) \quad (8).$$

Это число равно числу независимых контуров, которые можно выбрать в схеме цепи. Однако, если в схеме цепи имеются ветви, содержащие источники тока ( $n_t$  - количество ветвей с источниками тока), то независимые контуры не могут проходить по этим ветвям, так как напряжение на зажимах источника тока неизвестно (оно может быть определено только после расчета режима всей цепи). Вследствие этого, при выборе независимых контуров в схеме цепи, ветви, содержащие источники тока размыкаются, в полученной схеме выбираются независимые контуры, а затем эти ветви подключаются к схеме и принимаются во внимание при составлении уравнений для независимых контуров по второму закону Кирхгофа. Итак, при наличии источников тока в схеме цепи количество уравнений, которые нужно составить по второму закону Кирхгофа, равно:

$$n^2 = n_b - (n_y - 1) - n_t \quad (9)$$

### 1.3.1. Порядок расчета электрической цепи МЗК

Применение МЗК для расчета режима работы электрической цепи предполагает выполнение следующих этапов:

1. В расчетной схеме исследуемой цепи обозначаются и нумеруются все узлы.
2. Произвольно выбираются положительные направления токов в ветвях цепи, и все токи обозначаются на схеме.
3. Выбираются независимые контуры и обозначаются на схеме положительные направления их обхода.
4. Составляются уравнения по первому и второму законам Кирхгофа в необходимом количестве.
5. Решается полученная система линейных алгебраических уравнений любым из известных методов, и определяются искомые токи.
6. Для подтверждения правильности расчета режима цепи проверяется баланс мощности.

Соблюдение баланса между выработанной и потребленной в электрической цепи мощностью вытекает из закона сохранения энергии. Активная мощность, потребленная в цепи, не может быть больше или меньше, а должна быть равна той активной мощности, которую выработали источниками электрической энергии, действующие в цепи. Причем небаланс активной мощности, т. е. разность между произведенной и потребленной мощностью должна составлять доли процента от произведенной мощности. При несоблюдении баланса мощностей расчет режима цепи нужно уточнить.

Активная мощность, израсходованная в цепи, определяется выражением:

$$P_{nom} = \sum_K R_K I_K^2, \quad (10)$$

где  $I_k$  - действующее значение тока в ветви. Активная мощность  $P$  всегда имеет положительное значение.

Численное значение активной мощности, выработанной отдельным источником электрической энергии, определяется произведением действующего значения э.д.с. источника  $E_{ист}$  на действующее значение протекающего через него тока  $I$ :

$$P_{ист} = E_{ист} \times I \quad (11)$$

Если направления э.д.с. и тока совпадают, то мощность  $P_{ист}$  будет иметь положительное значение, и источник будет отдавать выработанную им мощность в цепь. Если же направления э.д.с. и тока не совпадают (противоположны), то мощность источника будет отрицательной, и он не будет отдавать (вырабатывать), а будет потреблять активную мощность из цепи. При отрицательном значении мощности источник потребляет энергию из цепи, а при положительном значении – отдает ее в цепь. Следует иметь в виду, что при расчете мощности источника ток, протекающий через него, нужно брать с тем знаком, который получился в результате расчета режима цепи.

При определении мощности источника тока нужно брать произведение тока источника на напряжение на его зажимах, а это напряжение определяется разностью потенциалов точки, из которой вытекает ток источника тока, и точки, в которую он втекает.

Напомним, что потенциал точки электрической цепи есть скалярная величина, равная работе сил электрического поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки в бесконечно удаленную точку, потенциал которой равен нулю.

### 1.3.2. Применение МЗК для расчета электрической цепи

Применим МЗК для расчета режима электрической цепи, приведенной на рис. 1. Будем считать узел 4 базисным и примем его потенциал равным нулю. Так как в цепи действуют только источники гармонической э.д.с. и тока одинаковой частоты, то уравнения электрического равновесия цепи можно записать в комплексной форме следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 - \dot{I}_4 - \dot{I}_6 &= 0 \\ \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 &= 0 \\ \dot{I}_3 + \dot{I}_6 - \dot{I}_5 &= 0 \\ R_1 \dot{I}_1 + R_3 \dot{I}_3 + R_5 \dot{I}_5 &= \dot{E}_1 + \dot{E}_3 \end{aligned} \quad (12)$$



$$R_3 \dot{I}_3 + R_5 \dot{I}_5 - R_4 \dot{I}_4 - R_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_3 + \dot{E}_4 \quad (13)$$

Так как в ветви 6 включен независимый источник тока  $\dot{J}$ , то ток  $I_6$  будет равен току  $\dot{J}$ . Запишем систему уравнение (12), (13) в показательной форме:

$$\begin{aligned} I_2 e^{j\psi_2} - I_4 e^{j\psi_4} - J e^{j\psi_j} &= 0 \\ I_1 e^{j\psi_1} - I_2 e^{j\psi_2} - I_3 e^{j\psi_3} &= 0 \\ I_3 e^{j\psi_3} + J e^{j\psi_j} - I_5 e^{j\psi_5} &= 0 \\ R_1 I_1 e^{j\psi_1} + R_3 I_3 e^{j\psi_3} + R_5 I_5 e^{j\psi_5} &= E_1 e^{j\psi_{e1}} + E_3 e^{j\psi_{e3}} \\ R_3 I_3 e^{j\psi_3} + R_5 I_5 e^{j\psi_5} - R_4 I_4 e^{j\psi_4} - R_2 I_2 e^{j\psi_2} &= E_3 e^{j\psi_{e3}} + E_4 e^{j\psi_{e4}} \end{aligned} \quad (14)$$

В цепи, питаемой от гармонических источников с одинаковыми частотами и одинаковыми начальными фазами и состоящей из чисто резистивных элементов, аргументы всех токов и напряжений будут иметь одинаковые значения. Поэтому аргументы  $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi_4 = \psi_5 = \psi_j = \psi_{e1} = \psi_{e3} = \psi_{e4} = \psi$  и множители  $e^{j\varphi}$  в правых и левых частях уравнений (14) могут быть сокращены и сами уравнения электрического равновесия цепи запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} I_2 - I_4 - I_6 &= 0 \\ I_1 - I_2 - I_3 &= 0 \\ I_3 + I_6 - I_5 &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_5 I_5 = E_1 + E_3$$

$$R_3 I_3 + R_5 I_5 - R_4 I_4 - R_2 I_2 = E_3 + E_4$$

В системе уравнений (15) все переменные гармонические токи и э.д.с. представлены модулями своих действующих значений. Такие же уравнения были бы получены для рассматриваемой цепи, если бы в ней вместо источников гармонических токов и напряжений были бы включены источники постоянного тока.

Если в рассматриваемую цепь включить хотя бы один реактивный элемент или начальные фазы у источников будут разными, то уравнения (15), составленные для действующих значений токов и э.д.с., перестанут быть справедливыми. В этом случае надо применять уравнения (14).

## 2. ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

### 2.1. Экспериментальная проверка законов Кирхгофа с помощью универсального лабораторного стенда

#### 2.1.1. Подготовка схемы лабораторной установки

Для экспериментальной проверки законов Кирхгофа на универсальном лабораторном стенде нужно собрать схему цепи, приведенную на рис. 4. В качестве источников э.д.с. используются два низкочастотных источника напряжения, входящих в состав стенда, с дискретно изменяющимся выходным напряжением и частотой 50 Гц. Внутренние сопротивления источников ( $R_i$ ) были определены ранее при выполнении лабораторной работы № 1 на этом же стенде. Сопротивления шунтов -  $R_{ш}$  выбираются равными 10 Ом (для удобства проведения вычислений), а значения остальных сопротивлений задаются преподавателем.

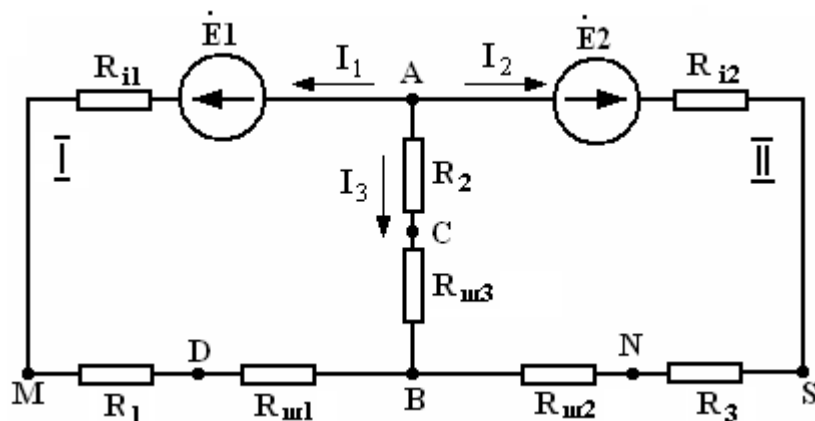


Рис. 4. Расчетная эквивалентная схема исследуемой цепи

#### 2.1.2. Порядок проведения эксперимента и обработки полученных результатов

После ознакомления с описанием лабораторной работы и получения от преподавателя всех необходимых для проведения работы данных: значений э.д.с. источников и величин всех сопротивлений схемы, собрать

исследуемую цепь на лабораторном стенде (схема изображена на рис. 5). В рабочей тетради зарисовать схему цепи и перечертить табл. 2.1. После проверки правильности сбора схемы подать питание на лабораторный стенд, источники питания и вольтметры  $V_1$  и  $V_2$ . С помощью вольтметр  $V_1$  при отключенной нагрузке (в режиме холостого хода) определить напряжение на выходе каждого источника, т.е. измерить э.д.с.  $E_1$  и  $E_2$  каждого источника. Полученные результаты занести в табл. 2.1.

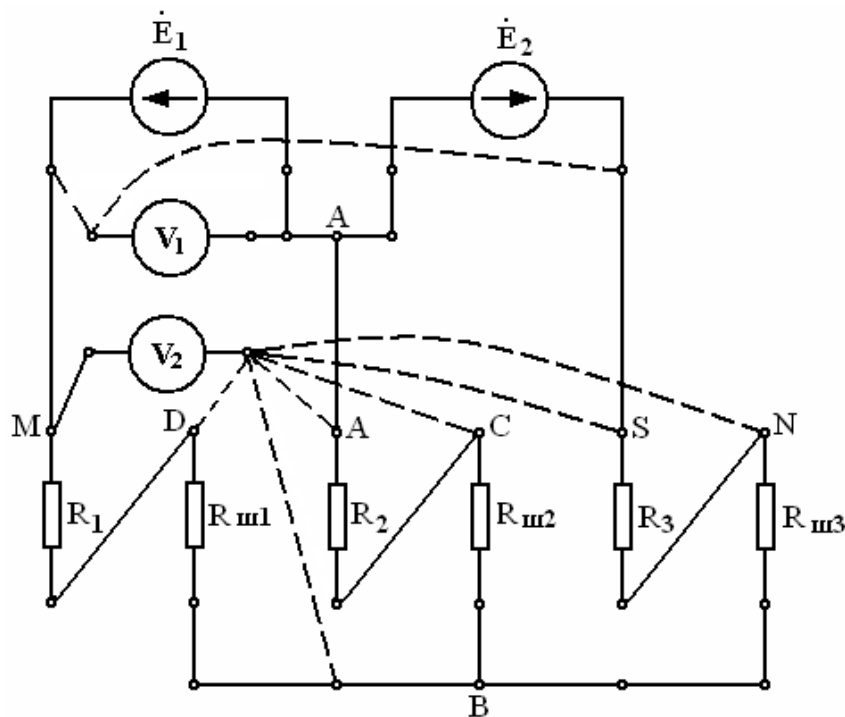


Рис. 5. Схема исследуемой цепи, собранная на лабораторном стенде

Установив корпусной зажим вольтметра  $V_2$  в узел М измерить потенциалы  $\varphi$  всех точек, поименованных на схеме. Результаты измерений занести в табл. 2.1. По найденным потенциалам точек схемы рассчитать напряжения на всех сопротивлениях цепи, а затем по закону Ома найти токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ . Например, ток  $I_1$  может быть рассчитан по формуле:

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{\varphi_M - \varphi_D}{R_1}, \quad (16)$$

Результаты расчета всех токов занести в табл. 2.1.

Зная потенциалы всех точек схемы, определить направления токов в ветвях, имея в виду, что ток в ветви протекает от точки с большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом. После этого убедиться в правильности первого закона Кирхгофа, подставив найденные значения токов с учетом знаков в уравнение для узла А или В:

$$\sum_1 I_K = 0$$

Рассчитать действующие значения напряжения на внутренних сопротивлениях источников по формуле

$$U_{Ri} = I_i \cdot R_i \quad (17)$$

и убедиться в справедливости второго закона Кирхгофа, составив уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров I и II. Например, для контура I это уравнение, при принятых на рис. 4 направлениях токов в ветвях и выбранном положительном направлении обхода контура, будет иметь вид:

$$I_1(R_{i1} + R_1 + R_{u1}) - I_2(R_{u2} + R_2) = E_1 \quad (18)$$

Таблица 2.1

Режимные параметры цепи	Расчетные значения параметров	Экспериментальные значения параметров	
		На лабораторном стенде	При компьютерном моделировании
$E_1, В$	---		
$E_2, В$	---		
$\varphi_A, В$			
$\varphi_C, В$			
$\varphi_B, В$			
$\varphi_D, В$			
$\varphi_N, В$			
$\varphi_S, В$			
$U_{R1}, В$			
$U_{R2}, В$			
$U_{R3}, В$			
$U_{Rи1}, В$			
$U_{Rи2}, В$			
$U_{Rи3}, В$			
$I_1, А$			
$I_2, А$			
$I_3, А$			
$P_{ист}, Вт$			
$P_{потр}, Вт$			

Произвести расчет режима работы рассматриваемой цепи с помощью МЗК теоретически по исходным данным. Результаты расчетов занести в табл. 2.1. Сравнить результаты, полученные экспериментально и расчетным путем. Определить мощности источников и потребителей, используя расчетные и экспериментальные данные и формулы (10), (11):

$$\sum P_{nom} = (R_1 + R_{u1} + R_{i1})I_1^2 + (R_2 + R_{u2})I_2^2 + (R_3 + R_{u3} + R_{i2})I_3^2$$

$$\sum P_{ист} = E_1 I_1 + E_2 I_3$$

Проверить баланс активных мощностей и рассчитать погрешность баланса:

$$\delta = \frac{\left| \sum P_{ист} - \sum P_{ном} \right|}{\sum P_{ист}} \cdot 100\% \quad (19)$$

Небаланс  $\delta$  не должен превышать 1%.

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

**Отчет должен содержать:**

- наименование и цель работы;
- схемы исследуемых цепей для стенда и компьютера и номинальные значения элементов схем;
- таблицы результатов измерений и рассчитанных значений токов, напряжений и других параметров;
- используемые при расчетах формулы и сами расчеты токов, напряжений, мощностей;
- проверку баланса мощностей и анализ полученных результатов;
- выводы о результатах исследования.

### 4. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ЗАЩИТЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Сформулируйте первый и второй закон Кирхгофа для цепей постоянного и переменного тока?
2. Сколько независимых уравнений можно составить по первому и по второму закону Кирхгофа?
3. Что такое идеализированные элементы электрической цепи?

4. Какие цепи называются резистивными?
5. Как производится расчет токов в цепи методом законов Кирхгофа?
6. Что такое расчетная эквивалентная схема замещения цепи и как она составляется?
7. Какие топологические элементы электрической цепи существуют?
8. Из каких реальных элементов состоит электрическая цепь?
9. Какие идеализированные элементы используются при составлении расчетной схемы замещения цепи?
10. Что такое потенциал точки электрической цепи?
11. Какой узел электрической цепи считается базисным?
12. Как выбрать положительное направление тока в ветви?
13. Какие электрические величины называются мгновенными?
14. Какой источник называется источником э.д.с.?
15. Какой источник называется источником тока?
16. Что называется падением напряжения и в чем оно измеряется?
17. Как определить направление тока в ветви, если известны потенциалы узлов?
18. Что такое баланс мощностей?
19. Может ли источник электрической энергии потреблять мощность?
20. Что такое генератор?
21. Чем отличается постоянный ток от переменного тока?
22. Что такое действующее значение переменного тока или напряжения?
23. Какая связь между постоянным током и действующим значением переменного тока?
24. Как рассчитать токи в двух параллельных ветвях?
25. Как рассчитать напряжение при последовательно соединенных резисторах?
26. Какие колебания называются гармоническими?
27. Что называется фазой и начальной фазой гармонического колебания?
28. Что такое показательная форма комплексного числа?
29. Как записывается закон Ома для участка цепи, не содержащего и содержащего источник напряжения?

## Лабораторная работа № 3

### ИССЛЕДОВАНИЕ RLC-ЦЕПИ НА ПОСТОЯННОЙ ЧАСТОТЕ

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Научиться рассчитывать и экспериментально определять действующие значения и начальные фазы токов и напряжений в RLC-цепях при гармоническом воздействии.

## 1. ПОДГОТОВКА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к выполнению лабораторной работы необходимо:

- изучить по учебнику [1] §§ 3.1. – 3.6. и по [2] с. 41-47;
- изучить данное описание лабораторной работы и подготовить табл. 1;
- ответить на вопросы для самоконтроля.

### 1.4. Основные теоретические положения

В общем случае при подключении к RLC-цепи источника с произвольной формой тока или напряжения любые уравнения, описывающие процессы в данной цепи, могут быть составлены только для мгновенных значений токов и напряжений. Например, для цепи на рис.1 по законам Кирхгофа можно записать

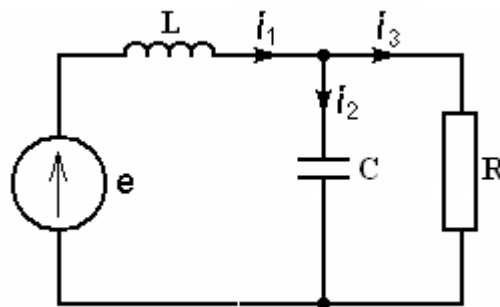


Рис. 1. Схема RLC-цепи

$$\begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 &= 0; \\ u_L + u_C &= e; \\ u_{R3} - u_C &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Если выразить мгновенные значения напряжений через мгновенные значения токов, то система уравнений (1) запишется в виде:

$$\begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 &= 0; \\ L \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C} \int i_2 dt &= e; \\ Ri_3 - \frac{1}{C} \int i_2 dt &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Если э.д.с. или ток источника электрической энергии изменяется по гармоническому закону, то расчет цепи можно выполнять символическим (комплексным) методом с помощью комплексных чисел.

Рассмотрим порядок расчета режима цепи, приведенной на рис. 1, с помощью символического метода. Требуется определить все токи и напряжения ветвей, построить векторные диаграммы токов и напряжений.

Вначале расчета необходимо токи и напряжения всех источников электрической энергии, включенных в цепь, записать в комплексной форме.

Действующий в рассматриваемой цепи источник напряжения  $u(t)$  генерирует синусоидальное напряжение

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

где  $U_m$  – амплитудное (максимальное) значение напряжения,  
 $\varphi$  – начальная фаза синусоидального напряжения,  
 $\omega$  – угловая частота (фазовая скорость) синусоидального напряжения, вычисляемая по формуле:

$$\omega = 2\pi f,$$

где  $f$  – циклическая частота, измеряемая в Гц.

Примем следующие значения параметров источника и элементов цепи:

$$U_m = 10\text{В}, \quad \omega = 10^3 \text{ рад/с}, \quad \varphi = 0^\circ, \\ R_L = 10 \text{ Ом}, \quad L = 10 \text{ мГн}, \quad C = 100 \text{ мкФ}.$$

Тогда действующее значение напряжения источника в комплексной форме запишется в виде:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi} = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 0^\circ} = 7,07\text{В}$$

Далее необходимо все элементы в схеме цепи, заменить комплексными двухполюсниками (рис. 2).

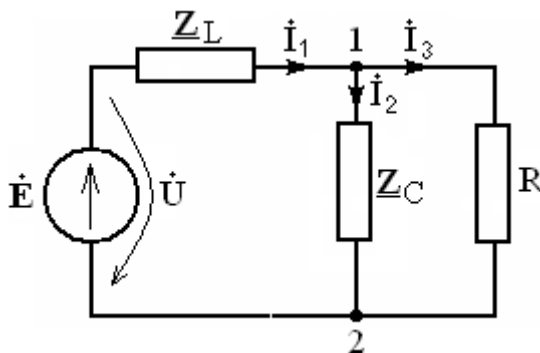


Рис. 2. Схема замещения цепи в комплексной форме

Сопротивления двухполюсников выразим через параметры элементов и рассчитаем их значения. Сопротивления индуктивности  $L$  и ёмкости  $C$  определяются с помощью выражений:

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j10 \text{ Ом},$$



$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j10 \text{ Ом.}$$

Далее рассчитаем сопротивление  $\underline{Z}_{12}$ , параллельного соединения R и C, а затем входное сопротивление  $\underline{Z}_{\text{вх}}$  цепи:

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_C \cdot R}{\underline{Z}_C + R} = \frac{-j10 \cdot 10}{-j10 + 10} = \frac{-j10}{-j+1} = \frac{10 \cdot e^{-j90^\circ}}{\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}} = 7,07 \cdot e^{-j45^\circ}, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{12} = 7,07 \cdot \cos 45^\circ - j7,07 \cdot \sin 45^\circ = 5 - j5, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_L + \underline{Z}_{12},$$

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = j10 + 5 - j5 = 5 + j5 = 7,07 \cdot e^{j45^\circ} \text{ Ом.}$$

Расчет токов в ветвях и напряжений на элементах цепи проводим в следующем порядке:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{7,07 \cdot e^{j0^\circ}}{7,07 \cdot e^{j45^\circ}} = 1 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ А,}$$

$$\dot{U}_L = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_L = 1 \cdot e^{-j45^\circ} \cdot 10 \cdot e^{j90^\circ} = 10 \cdot e^{j45^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{12} = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_{12} = 1 \cdot e^{-j45^\circ} \cdot 7,07 \cdot e^{-j45^\circ} = 7,07 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{12}}{\underline{Z}_C} = \frac{7,07 \cdot e^{-j90^\circ}}{10 \cdot e^{-j90^\circ}} = 0,707 \text{ А,}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{12}}{R} = \frac{7,07 \cdot e^{-j90^\circ}}{10} = 0,707 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ А.}$$

Зная все токи и напряжения в схеме, можно перейти к построению векторных диаграмм.

Для построения векторной диаграммы токов необходимо составить уравнение по первому закону Кирхгофа для рассматриваемого узла. Составим уравнение по первому закону Кирхгофа для узла 1:

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

Подставим в уравнение комплексные значения токов

$$1 \cdot e^{-j45^\circ} - 0,707 - 0,707 \cdot e^{-j90^\circ} = 0$$

и преобразуем его составляющие сумму векторов

$$1 \cdot e^{-j45^\circ} + 0,707 \cdot e^{j180^\circ} + 0,707 \cdot e^{j90^\circ} = 0.$$

Перед построением диаграммы выберем масштаб векторов токов. Примем масштаб: 0.1А/см (т.е. 1 см длины вектора соответствует 0.1А).

Векторная диаграмма строится из начала координат и каждый последующий вектор строится из конца предыдущего. Диаграмма представлена на рис. 3.

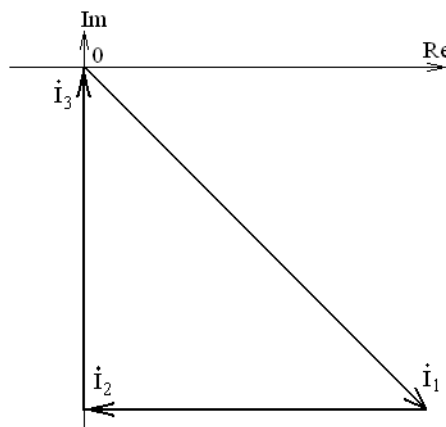


Рис. 3. Векторная диаграмма токов для узла 1.

Для построения векторной диаграммы напряжений составим уравнение по второму закону Кирхгофа для контура цепи (источник – индуктивность – сопротивление  $Z_{12}$ ):

$$\dot{U} - \dot{U}_L - \dot{U}_{12} = 0$$

Подставим в уравнение численные значения векторов:

$$7,07 - 10 \cdot e^{j45^\circ} - 7,07 \cdot e^{-j90^\circ} = 0,$$

и преобразуем уравнение в сумму векторов:

$$7,07 + 10 \cdot e^{j-135^\circ} + 7,07 \cdot e^{j90^\circ} = 0.$$

Для построения диаграммы выберем масштаб: 1В/см. Векторная диаграмма строится аналогично и представлена на рис. 4.

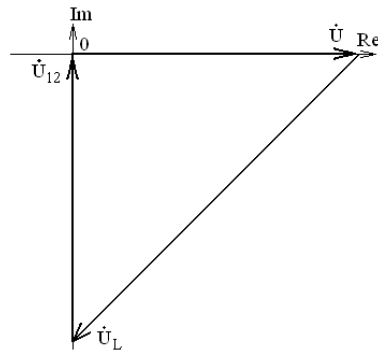


Рис. 4. Векторная диаграмма напряжений

Для наглядного представления расположения векторов токов и напряжений на элементах цепи относительно друг друга построим векторные диаграммы токов и напряжений вместе на общей диаграмме (рис. 5). Из диаграммы видно:

- ток  $\dot{I}_1$  в индуктивности отстает от приложенного к ней напряжения на  $90^\circ$ ,
- ток в активном сопротивлении  $\dot{I}_3$  совпадает с приложенным к нему напряжением  $\dot{U}_{12}$ ,
- ток в емкости  $\dot{I}_2$  опережает приложенное к нему напряжение  $\dot{U}_{12}$  на  $90^\circ$

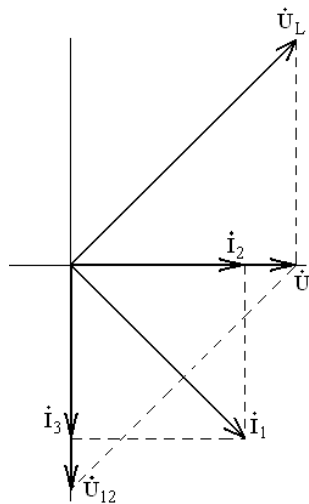


Рис. 5 Совмещенные диаграммы токов и напряжений

Векторные диаграммы, как правило, являются конечным результатом решения задач, подобных рассмотренной. Векторная диаграмма позволяет проверить правильность проведенных расчетов, по ней для сложных цепей можно определить напряжения в комплексной форме между точками, непосредственно не связанными друг с другом.

При необходимости перейти от комплексных выражений токов и напряжений к выражениям мгновенных значений токов или напряжений, это делается очень просто. Умножив действующее значение напряжения на индуктивности  $U_L = 10\text{В}$  на  $\sqrt{2}$ , получаем амплитудное значение напряжения  $u_L(t)$ :  $U_m = 14.14\text{В}$ . Начальная фаза  $\varphi$  напряжения  $u_L(t)$  равна аргументу комплексного напряжения  $\dot{U}_L$ , равному  $45^\circ$ . Следовательно, мгновенное значение напряжения на индуктивности запишется в виде:

$$u_L(t) = 10 \sin(\omega t + 45^\circ), \text{В}$$

## 1.2 Назначение и использование измерителя разности фаз

Измеритель разности фаз (фазометр) представляет собой прибор, позволяющий измерять разность фаз двух напряжений гармонической формы. Напряжение, относительно которого измеряется сдвиг фаз (опорное), подается на разъем 2, а напряжение, фазу которого необходимо измерить (сигнальное), подается на разъем 1. Разъемы расположены на лицевой панели прибора. В лаборатории используется фазометр Ф2 – 34.

**При проведении измерений недопустимо подавать на разъемы 1 и 2 напряжения, действующие значения которых превышают 7 В.**

Схема включения фазометра приведена на рис. 6:

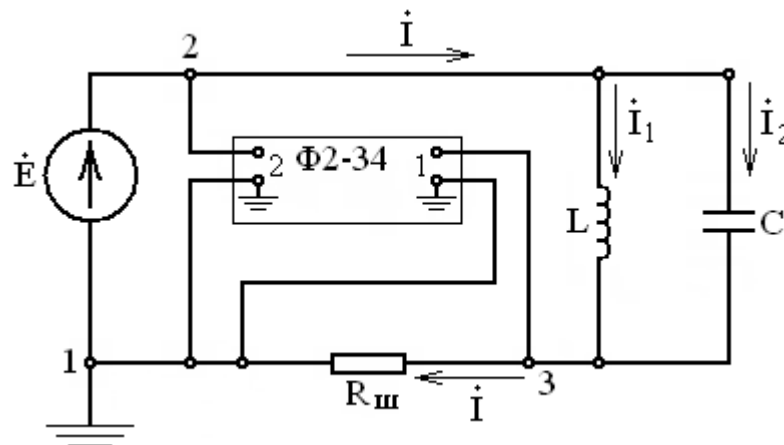


Рис. 6. Схема включения измерителя разности фаз Ф2-34

При подключении соединительных кабелей фазометра к исследуемой цепи в первую очередь подключается заземленный проводник кабеля, отмеченный специальным образом (черным цветом или специальным обозначением). При подключении соединительных кабелей следует соблюдать полярность подключения: заземленный проводник кабеля необходимо подключать только к заземленному контакту цепи (в противном

случае, может произойти короткое замыкание, или прибор будет показывать неверные результаты).

В рассматриваемой схеме (рис. 6) фазометр измеряет сдвиг фаз напряжения  $\dot{U}_{31}$  (сигнального) относительно напряжения  $\dot{U}_{21}$  (опорного). Следует отметить, что оба напряжения сигнальное и опорное обязательно должны иметь общую точку (в данном случае узел 1), которая должна быть заземлена.

После подключения фазометра в схему перед началом измерения разности фаз необходимо нажать кнопку «Ф» на лицевой панели прибора. После нажатия кнопки происходит цикл установки нуля (примерно 70 секунд). Об окончании этого цикла свидетельствует периодическое мигание нижнего сегмента индикатора «°» (градусы). После этого через 3 – 5 секунд на табло прибора высвечивается значение угла сдвига фаз исследуемого сигнала относительно опорного.

Если значение сдвига фаз на приборе находится в пределах  $0 - 180^\circ$ , то оно соответствует действительному сдвигу фаз между напряжениями. Если же значение угла сдвига фаз находится в пределах  $180 - 360^\circ$ , то из значения, показываемого прибором, следует вычесть  $360^\circ$ . Полученное таким образом значение будет соответствовать имеющему место сдвигу фаз между двумя напряжениями (в данном случае сдвиг фаз между напряжениями будет отрицательным, т.е. сигнальное напряжение по фазе будет опережать опорное).

При переключении сигнального проводника соединительного кабеля к другому узлу исследуемой цепи для измерения угла сдвига фаз между соответствующими напряжениями, повторно кнопку «Ф» нажимать не надо. Значение фазового сдвига установится через 3 – 5 сек после переключения. Кнопку «Ф» необходимо нажимать повторно при отключении и последующем включении генератора, а также при изменении схемы цепи или схемы измерений.

## **2. ВЫПОЛНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

### **2.1. Задание на выполнение лабораторной работы**

Провести исследование RLC - цепи, схема которой представлена на рис. 7. Схему цепи перерисовать в рабочую тетрадь и занести в табл. 1 исходные данные для составления схемы и проведения вычислений:

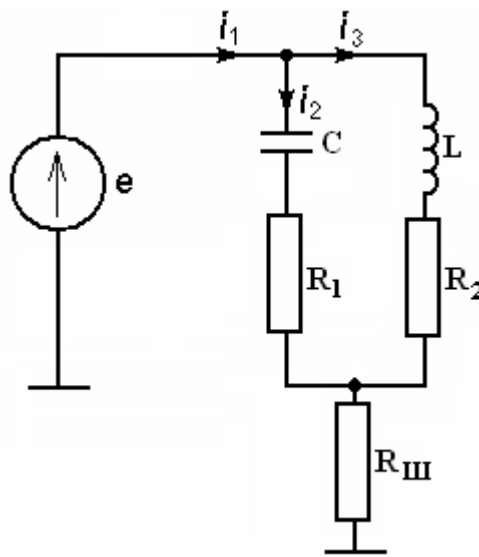


Рис. 7. Схема RLC – цепи

$U_{\text{вх}} = 5 \text{ В}$ ,  $f = 5 \text{ кГц}$ ,  
 $R_1 = 500 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_{\text{III}} = 100 \text{ Ом}$ ,  
 $L = 13 \text{ мГн}$ ,  $C = 0,02 \text{ мкФ}$ .

При проведении лабораторной работы учебной группой исходные данные каждой бригаде задаёт преподаватель, проводящий занятие в группе.

Рассчитать теоретически, а также определить с помощью лабораторного стенда и программы компьютерного моделирования Electronics Workbench (EWB) действующие значения и начальные фазы следующих напряжений и токов:

- $U_{R_{\text{III}}}$ ,  $U_{R_1}$ ,  $U_{R_2}$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ ;
- $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ;
- начальные фазы:  $\varphi_{R_{\text{III}}}$ ,  $\varphi_{R_1}$ ,  $\varphi_{R_2}$ ,  $\varphi_L$ ,  $\varphi_C$ .

Результаты, полученные различными способами необходимо занести в табл. 1.

## 2.2. Теоретический расчет режима цепи

Теоретический расчет режима цепи – RLC был рассмотрен ранее в разделе 1.1. Используя приведенные в нем формулы, необходимо выполнить подобный расчет для рассматриваемой цепи (рис. 7) с заданными в разделе 2.1 исходными данными. Полученные результаты нужно занести в столбец «Результаты расчетов» табл. 1.

## 2.3. Исследование RLC - цепи на лабораторном стенде

### 2.3.1. Подготовка схемы на лабораторном стенде к измерениям

Для экспериментального исследования RLC - цепи на универсальном лабораторном стенде нужно собрать на нем схему цепи, приведенную на рис. 7. В качестве источника э.д.с. используется генератор ГЗ-112. В

качестве элементов цепи используются элементы, размещенные в лабораторном стенде. Для измерения действующих значений напряжений и токов используются два милливольтметра ВЗ-38, а для измерения разности фаз - фазометр Ф2-34.

Таблица 1

Измеряемые величины	$U_{вх} = 5 \text{ В}, \quad f = 5 \text{ кГц}, \quad R_1 = 500 \text{ Ом}, \quad R_2 = 300 \text{ Ом},$ $R_{III} = 100 \text{ Ом}, \quad L = 13 \text{ мГн}, \quad C = 0,02 \text{ мкФ}$		
	Результаты расчетов	Результаты измерений	Результаты моделирования
$U_{R_{III}}, \text{ В}$			
$U_{R1}, \text{ В}$			
$U_{R2}, \text{ В}$			
$U_L, \text{ В}$			
$U_C, \text{ В}$			
$I_1, \text{ А}$			
$I_2, \text{ А}$			
$I_3, \text{ А}$			
$\varphi_{R_{III}}, \text{ град.}$			
$\varphi_{R1}, \text{ град.}$			
$\varphi_{R2}, \text{ град.}$			
$\varphi_L, \text{ град.}$			
$\varphi_C, \text{ град.}$			

### 2.3.2. Порядок проведения эксперимента и обработки полученных результатов

Вначале следует ознакомиться с описанием лабораторной работы и освоить правила проведения измерений с помощью фазометра Ф2-34.

Далее на универсальном лабораторном стенде собирается первая исследуемая цепь (рис. 8). После проверки правильности сборки схемы преподавателем включается питание генератора, вольтметров  $V_1$  и  $V_2$  и измерителя разности фаз. На генераторе устанавливается частота 5 кГц и выходное напряжение, равное 5В. Выходное напряжение устанавливается с помощью милливольтметра  $V_1$ . Милливольтметр  $V_2$  используется для измерения напряжения  $\dot{U}_{R_{III}}$  на резисторе  $R_{III}$ , а прибором Ф2-34 измеряется разность фаз  $\varphi_{R_{III}}$  между напряжением  $\dot{U}_{R_{III}}$  (сигнальным напряжением  $\dot{U}_{31}$ ) и опорным напряжением  $\dot{U}_{21}$ . Полученные результаты занести в табл. 1.

С помощью закона Ома, используя измеренное напряжение  $U_{R_{III}}$  и известное значение  $R_{III}$ , определяется действующее значение тока  $I_1$ . Полученный результат занести в столбец «Результаты измерений» в табл. 1.

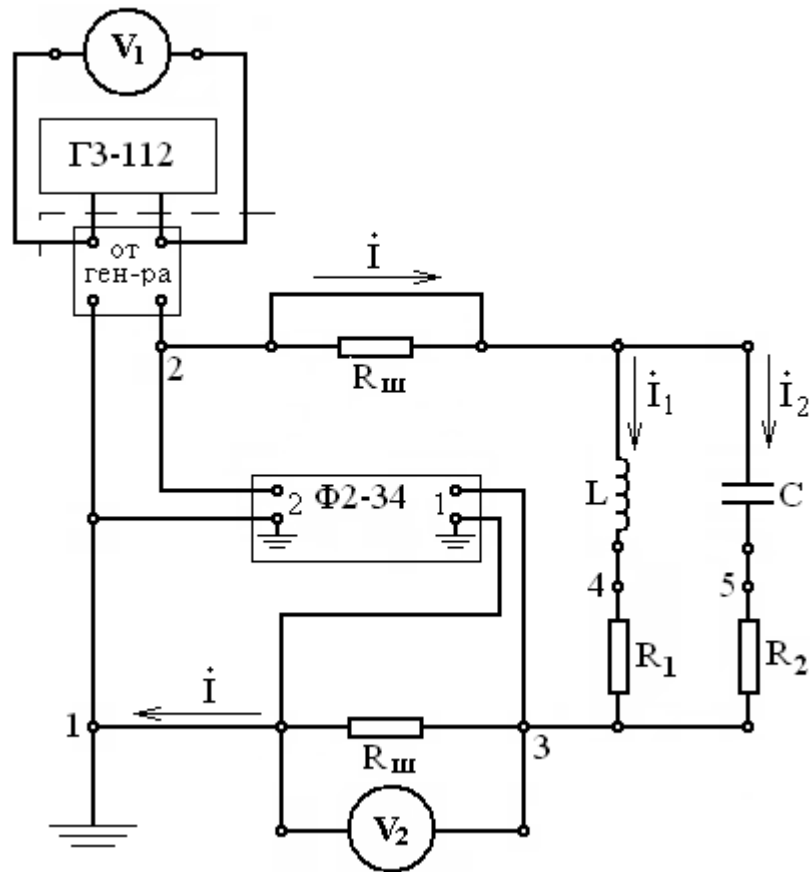


Рис. 8. Схема для измерения действующего значения напряжения  $U_{R_{III}}$  и его начальной фазы  $\varphi_{R_{III}}$

Так как в активном сопротивлении ток и напряжение совпадают по фазе, то найденное значение начальной фазы  $\varphi_{R_{III}}$  напряжения  $U_{R_{III}}$ , будет также начальной фазой  $\varphi_{II}$  тока  $\dot{I}_1$ .

Для измерения действующих значений и начальных фаз  $\varphi_{R1}$  и  $\varphi_{R2}$  напряжений  $\dot{U}_{R1}$  и  $\dot{U}_{R2}$  следует в исследуемой схеме (рис. 8) зашунтировать (закоротить) резистор  $R_{III}$  в ветви 1-3 и расшунтировать (включить в схему) такой же резистор  $R_{III}$  в ветви 2-4. Это необходимо для того, чтобы схема цепи не изменилась, и в ней можно было бы определить сдвиг фаз напряжений  $\dot{U}_{43}$  и  $\dot{U}_{53}$  относительно опорного напряжения  $\dot{U}_{21}$ . В схеме цепи все эти напряжения должны иметь общий заземленный узел (им является узел 1). Если в схеме не будет общей заземленной точки у этих напряжений, то фазометр будет давать неверные показания.

Схема, соответствующая указанным преобразованиям, приведена на рис. 9. Ее необходимо собрать на лабораторном стенде. Затем с помощью милливольтметра  $V_2$  и фазометра измерить действующие значения  $U_{R1}$  и  $U_{R2}$  и начальные фазы  $\varphi_{R1}$  и  $\varphi_{R2}$  этих напряжений  $\dot{U}_{R1}$  и  $\dot{U}_{R2}$ . Полученные результаты необходимо занести в столбец «Результаты измерений» табл. 1. Используя измеренные напряжения  $U_{R1}$  и  $U_{R2}$  и известные значения  $R_1$  и  $R_2$ , рассчитать токи  $I_2$  и  $I_3$ . Полученные результаты также занести в табл. 1 в столбец «Результаты измерений».



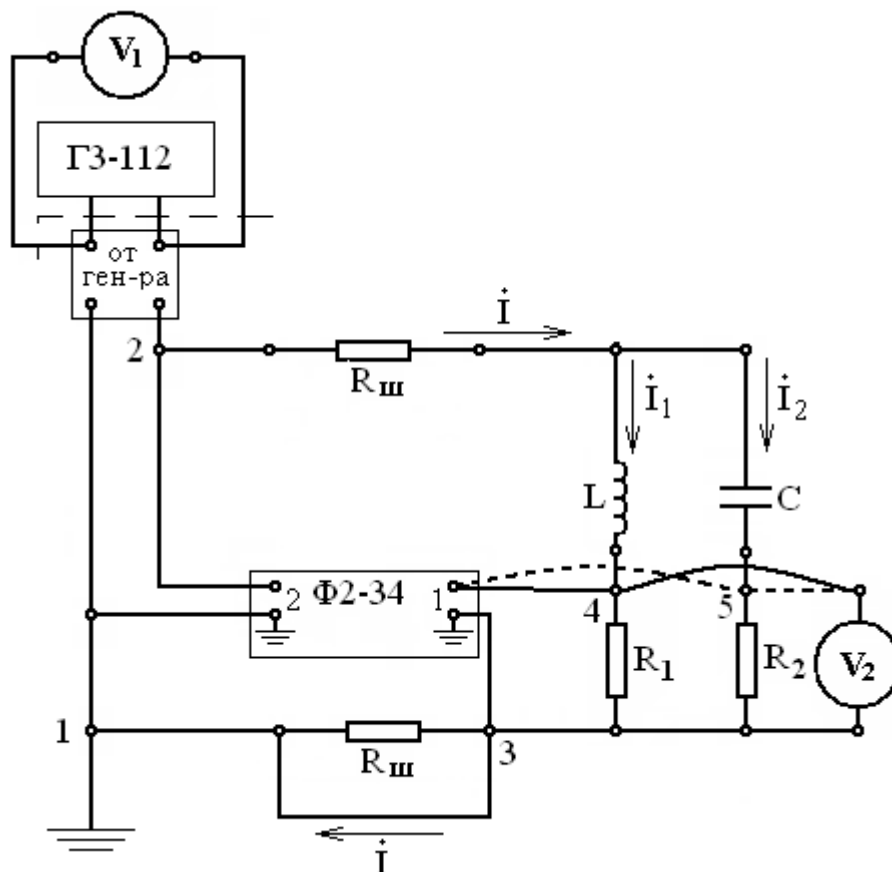


Рис. 9. Схема измерения действующих значений напряжений  $\dot{U}_{R1}$ ,  $\dot{U}_{R2}$  и их начальных фаз  $\varphi^{R1}$  и  $\varphi^{R2}$

Для измерения действующих значений и начальных фаз напряжений  $\dot{U}_L$  и  $\dot{U}_C$  в каждой из параллельных ветвей схемы нужно поменять местами реактивный элемент с резистором. Тогда у напряжений  $\dot{U}_L$ ,  $\dot{U}_C$  и опорного напряжения  $\dot{U}_{21}$  будет общий заземленный узел 1, и можно будет определить сдвиг фаз между напряжениями на реактивных элементах и опорным напряжением.

Схема, соответствующая этим изменениям приведена на рис. 10.

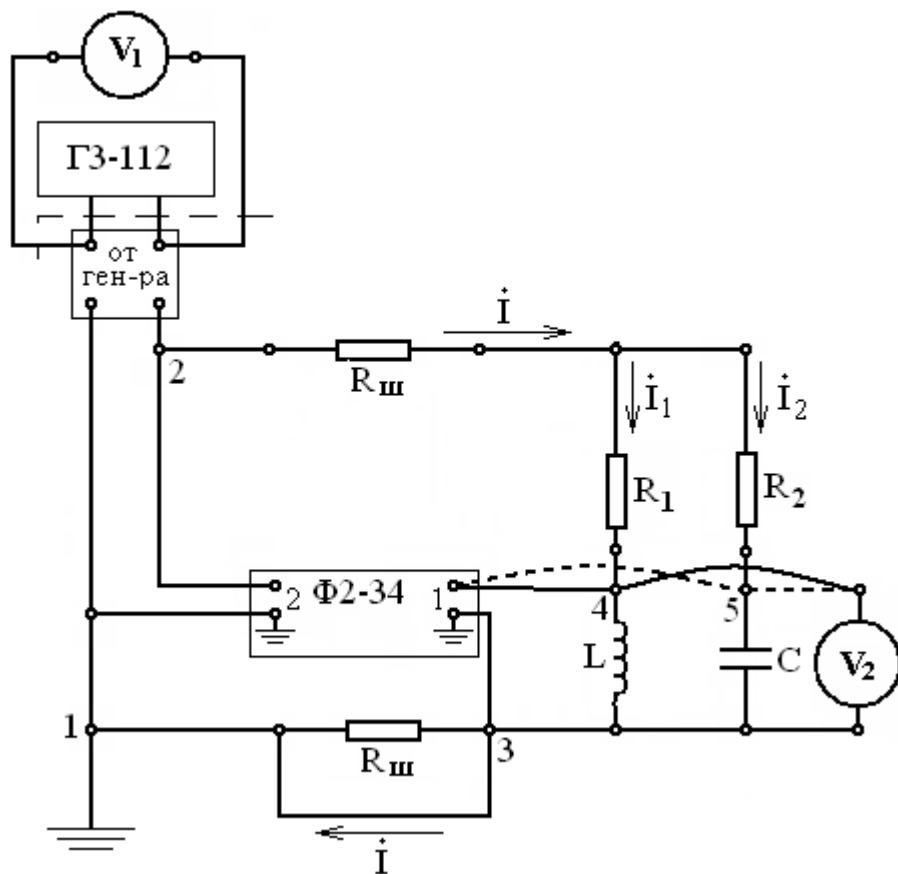


Рис. 10. Схема для измерения действующих значений и начальных фаз  $\varphi_L$  и  $\varphi_C$  напряжений  $\dot{U}_L$ ,  $\dot{U}_C$

Собрать данную схему. По аналогии с предыдущими измерениями  $\dot{U}_{R1}$  и  $\dot{U}_{R2}$  произвести измерения действующих значений напряжений  $\dot{U}_L$  и  $\dot{U}_C$ , а также их начальных фаз  $\varphi_C$  и  $\varphi_L$ . Результаты измерений занести в таблицу 1.

Сравнить начальные фазы напряжения  $\dot{U}_L$  и тока  $\dot{I}_1$  в индуктивности. Их разность должна составлять величину близкую к  $90^\circ$ , так как напряжение на идеальной индуктивности (активное сопротивление которой равно нулю) опережает протекающий по ней ток на угол, равный  $90^\circ$ . В схеме макета используется реальная индуктивность, представляющая собой катушку индуктивности, имеющая определенное активное сопротивление. Поэтому в данном случае угол сдвига фаз между напряжением и током в индуктивности будет меньше  $90^\circ$ .

Сравнить также нужно начальные фазы напряжения и тока, протекающего через емкость. В идеальной емкости напряжение отстает от протекающего через нее тока на  $90^\circ$ . В рассматриваемой схеме используется реальный конденсатор, обладающий определенным активным сопротивлением. Следовательно, в исследуемой схеме разность начальных фаз напряжения и тока должна быть близка к значению  $(-90^\circ)$ .

По результатам проведенных в разделе 2.3. исследований построить векторные диаграммы токов и напряжений на элементах рассмотренной RLC – цепи.

Сравнить результаты расчетов токов и напряжений в рассмотренной цепи, полученные теоретически и экспериментально на универсальном

лабораторном стенде. Расхождения в результатах расчетов должны составлять не более 5%. Возникновение их связано с тем, что при проведении экспериментальных исследований возникают погрешности измерений, обусловленные классом точности используемых приборов и погрешностью номинальных значений элементов, используемых в универсальном лабораторном стенде, указанной на самих элементах.

### **3. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА**

***Отчет должен содержать:***

- наименование и цель работы;
- схемы исследуемых цепей для стенда и компьютера и номинальные значения элементов схем;
- таблицу результатов измерений и рассчитанных значений токов и напряжений;
- используемые при расчетах формулы и сами расчеты токов и напряжений;
- векторные диаграммы токов и напряжений по результатам расчетов и измерений на лабораторном стенде;
- выводы о результатах исследования.

### **4. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

1. Из каких реальных элементов состоит электрическая цепь?
2. Какие идеализированные элементы используются при составлении расчетной схемы замещения цепи?
3. Какой узел электрической цепи считается базисным?
4. Как определить направление тока в ветви, если известны потенциалы узлов?
5. Какие колебания называются гармоническими?
6. Какие электрические величины называются мгновенными?
7. Что такое действующее значение переменного тока или напряжения?
8. Что называется фазой и начальной фазой гармонического колебания?
9. Какое число называется комплексным?
10. Какие существуют формы записи комплексного числа?
11. Как определить модуль и аргумент комплексного числа?
12. Как складываются, вычитаются, умножаются и делятся комплексные числа?
13. Что такое сдвиг фаз и что он характеризует?
14. Какой угол сдвига фаз между напряжением и током в активном сопротивлении?
15. Какой угол сдвига фаз между напряжением и током в индуктивности и емкости?
16. Как рассчитать теоретически и определить экспериментально сдвиг фаз между напряжением и током?

17. Запишите в комплексной форме закон Ома для участка цепи, содержащего источник напряжения, активное сопротивление, индуктивность и емкость?
18. Что такое шунт и для чего он используется в схемах?
19. Как измерить начальную фазу тока в ветви?
20. Как измерить ток в цепи при помощи вольтметра?
21. Как перейти от записи тока или напряжения в синусоидальной форме к записи их в комплексной форме и наоборот?
22. Нарисуйте треугольник сопротивлений последовательной RLC – цепи.
23. Как зависят реактивные сопротивления индуктивности и емкости от частоты?
24. Как определяется сдвиг фаз между двумя синусоидальными напряжениями?
25. Как определить угол сдвига фаз между синусоидальным напряжением и синусоидальным током?
26. Как называется модуль комплексного сопротивления?
27. Как называется аргумент комплексного сопротивления?
28. Запишите в комплексной форме закон Ома для последовательной RLC – цепи.
29. Для чего используется заземление при сборке схемы цепи на лабораторном стенде и на компьютере?
30. Правила и порядок составления схемы цепи на компьютере с помощью программы компьютерного моделирования EWB.
31. Как установить и изменить номинальное значение параметра элемента схемы цепи при компьютерном моделировании?
32. Какой прибор называется измерителем разности фаз. Как и разность каких фаз он измеряет?
33. Правила включения измерителя разности фаз в схему.
34. Как измерить напряжение между двумя узлами?

## Лабораторная работа № 4

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВХОДНЫХ И ПЕРЕДАТОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСТЕЙШИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

#### 1. Общие положения

К простейшим электрическим цепям переменного тока относятся цепи первого порядка, представляющие собой неразветвленные двухэлементные четырехполюсники с одним реактивным элементом. Примеры таких цепей приведены на рисунке 1:

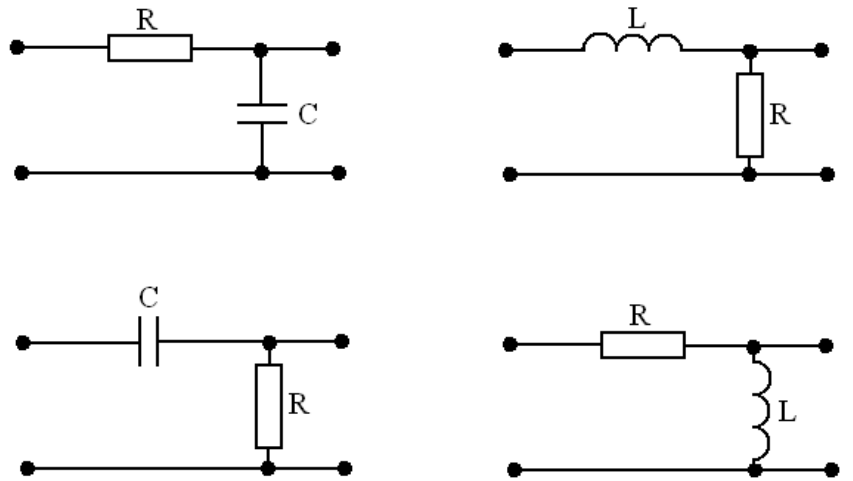


Рисунок 1 - Двухэлементные неразветвленные цепи первого порядка

Важнейшими частотными характеристиками таких цепей являются входные и передаточные характеристики. В число входных характеристик входят входное комплексное сопротивление  $\underline{Z}_{BX}(j\omega)$  и входная комплексная проводимость  $\underline{Y}_{BX}(j\omega)$ . В число передаточных характеристик входят: передаточные функции цепи по напряжению  $H_U(j\omega)$  и току  $H_I(j\omega)$ , а также передаточное сопротивление  $H_Z(j\omega)$  и передаточная проводимость  $H_Y(j\omega)$ . Входное комплексное сопротивление представляет собой отношение входного комплексного напряжения к входному комплексному току:

$$\underline{Z}_{BX}(j\omega) = \frac{\dot{U}_{ex}}{\dot{I}_{ex}} \quad (1)$$

При изменении частоты сопротивления реактивных элементов  $L$  и  $C$  изменяются, а, соответственно, изменяются модуль и аргумент комплексного сопротивления  $\underline{Z}_{BX}(j\omega)$ . Зависимость модуля входного комплексного сопротивления от частоты называется входной амплитудно-частотной характеристикой цепи (АЧХ), а зависимость аргумента комплексного входного сопротивления от частоты называется входной фазочастотной характеристикой цепи (ФЧХ). При анализе простейших электрических цепей выражение комплексного входного сопротивления легко записать по виду схемы цепи.

Если на вход любой из приведенных схем (рисунок 1) подключить источник, а на выход – нагрузку, то каждую из схем можно рассматривать как передаточное звено. Для каждой из схем в этом случае можно записать выражение любой из передаточных функций цепи, отмеченных выше. В общем случае любая из передаточных функций представляет собой отношение комплексного значения выходного напряжения или тока к комплексному значению входного напряжения или тока. Наиболее широко

при исследовании электрических цепей используется комплексная передаточная функция цепи по напряжению  $H_U(j\omega)$ , иногда называемая комплексным коэффициентом передачи цепи по напряжению  $K_U(j\omega)$ . Комплексная передаточная функция цепи по напряжению представляет собой отношение комплексного действующего значения выходного напряжения  $\dot{U}_{вых}$  к комплексному действующему значению входного напряжения  $\dot{U}_{вх}$ :

$$H_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}}. \quad (2)$$

Выражение  $H_U(j\omega)$  можно записать в показательной форме (индекс  $U$  в дальнейшем указывать не будем, так как выражение этой характеристики в отличие от выражений других характеристик, как правило, записывается без индекса):

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)}. \quad (3)$$

Модуль комплексной передаточной функции по напряжению  $|H(j\omega)| = H(\omega)$ , представляющий собой отношение модуля выходного напряжения к модулю входного напряжения, называется амплитудно-частотной характеристикой цепи (АЧХ), а аргумент комплексной передаточной функции по напряжению  $\varphi(\omega)$ , представляющий собой разность начальных фаз выходного и входного напряжений, называется фазочастотной характеристикой цепи (ФЧХ).

При изменениях значений напряжений на входе и выходе цепи в широких пределах пользуются логарифмическим масштабом и логарифмической единицей измерения - децибел (дБ).

Значение модуля  $H(\omega)$ , выраженное в децибелах, записывается в виде:

$$H(\omega) = 20 \lg |H(j\omega)|, \text{ дБ} \quad (4)$$

Производная аргумента комплексной передаточной функции по частоте

$$\tau_s = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (5)$$

называется временем задерживания (ВЗ). ВЗ показывает время задержки спектральной составляющей сигнала с частотой  $\omega$  при прохождении его через цепь.

Для неискаженной передачи входного сигнала через цепь необходимо, чтобы АЧХ цепи в заданной полосе частот была постоянной, а ФЧХ – линейной (ВЗ - константа). АЧХ и ФЧХ таких цепей имеют вид (рисунок 2):

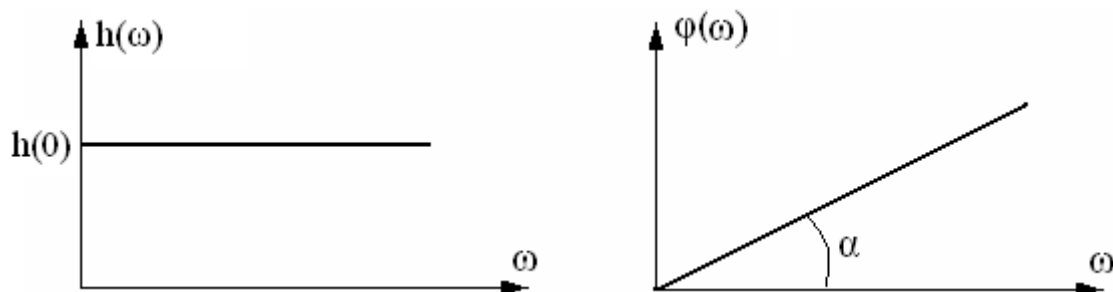


Рисунок 2 - АЧХ и ФЧХ цепи, обеспечивающей неискаженную передачу сигнала

Если АЧХ цепи имеет постоянное значения, то все спектральные составляющие передаваемого сигнала изменяются на одинаковое значение по амплитуде. В этом случае в выходном сигнале соотношения между амплитудами спектральных составляющих будут такими же, как во входном сигнале и поэтому в выходном сигнале будут отсутствовать амплитудно-частотные искажения его формы. Величина  $\operatorname{tg} \alpha$  определяет время задерживания каждой из спектральных составляющих входного сигнала при конкретном значении частоты  $\omega$ . Если угол наклона ФЧХ  $\alpha$  постоянен для всего диапазона частот, то время задерживания  $\tau_z$ , равное  $\operatorname{tg} \alpha$  будет одинаковым для всех спектральных составляющих входного сигнала. Вследствие этого угол сдвига фаз между всеми спектральными составляющими в выходном сигнале сохранится таким же во входном сигнале, и в выходном сигнале будут отсутствовать фазочастотные искажения формы входного сигнала. При выполнении этих двух условий форма входного и выходного сигналов будет одинаковой, т.е. не произойдет ее искажения.

На практике достаточно выполнение данных условий в пределах ширины спектра входного сигнала.

При невыполнении указанных условий, в выходном сигнале возникают амплитудные и фазовые искажения, и форма сигнала на входе и выходе цепи будут отличаться, и соответственно будет искажена информация, передаваемая с помощью этих сигналов.

Входные и передаточные функции цепи могут выражаться в двух формах: операторной и комплексной.

При записи функций в операторной форме используется прямое преобразование Лапласа. Входное сопротивление цепи в операторной форме представляет собой отношение входного операторного напряжения к входному операторному току. Для его записи в выражении (1) нужно заменить переменную  $j\omega$  оператором Лапласа  $p$ :

$$Z_{BX}(p) = \frac{U_{ex}(p)}{I_{ex}(p)} \quad (6)$$

Выражение входной операторной проводимости  $Y(p)$  обратно выражению операторного входного сопротивления.

Выражения операторных напряжений и токов известных напряжений и токов получают с помощью изображений по Лапласу, изображения неизвестных токов и напряжений получают в процессе расчетов с помощью законов Ома и Кирхгофа при записи сопротивлений элементов цепи в операторной форме. Выражение активного сопротивления одинаково при записи в комплексной и операторной форме. Выражения сопротивлений реактивных элементов получаются из выражений этих сопротивлений в комплексной форме путем замены в них переменной  $j\omega$  оператором Лапласа  $p$ .

Для индуктивности производится следующая замена:

$$\underline{Z}_L(j\omega) = j\omega L \quad \underline{Z}_L(p) = p L, \quad (7)$$

для емкости аналогичная замена:

$$\underline{Z}_C(j\omega) = 1/j\omega C \quad \underline{Z}_C(p) = 1/p C \quad (8)$$

Выражения передаточной функции по напряжению в операторной форме также можно получить из  $H(j\omega)$  путем замены в нем переменной  $j\omega$  оператором  $p$ :

$$H_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_{ex}}{\dot{U}_{bx}} \quad H_U(p) = \frac{U_{ex}(p)}{U_{bx}(p)} \quad (9)$$

Рассмотрим определение выражений входного сопротивления и передаточной функции по напряжению электрической цепи, приведенной на рисунке 3:

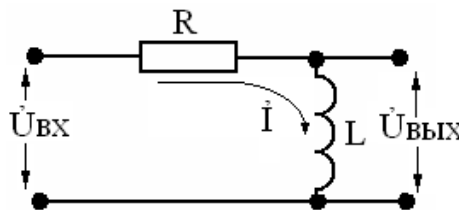


Рисунок 3 - Электрическая цепь  $RL$

По схеме цепи запишем выражение ее входного сопротивления в операторной форме:

$$Z_{ex}(p) = R + Lp, \quad (10)$$

из которого можно получить выражение входного комплексного сопротивления:



$$Z_{\text{ex}}(j\omega) = R + j\omega L \quad (11)$$

Выражения модуля входного сопротивления  $Z_{\text{ex}}(\omega)$  (входной АЧХ) и аргумента  $\varphi_{Z_{\text{ex}}}(\omega)$  (входной ФЧХ) записываются в виде:

$$Z_{\text{ex}}(\omega) = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (12)$$

$$\varphi_{Z_{\text{ex}}}(\omega) = \arctg \frac{\omega L}{R} \quad (13)$$

Графики функций  $Z_{\text{ex}}(\omega)$  и  $\varphi_{Z_{\text{ex}}}(\omega)$  комплексного входного сопротивления цепи, изображенной на рисунке 3, приведены на рисунках 4 и 5:

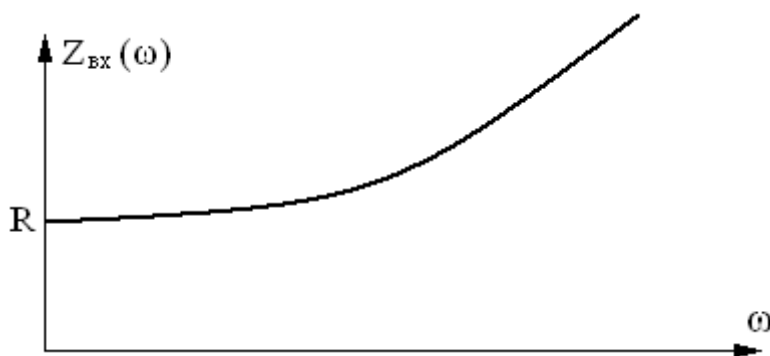


Рисунок 4 – График входной АЧХ электрической цепи  $RL$

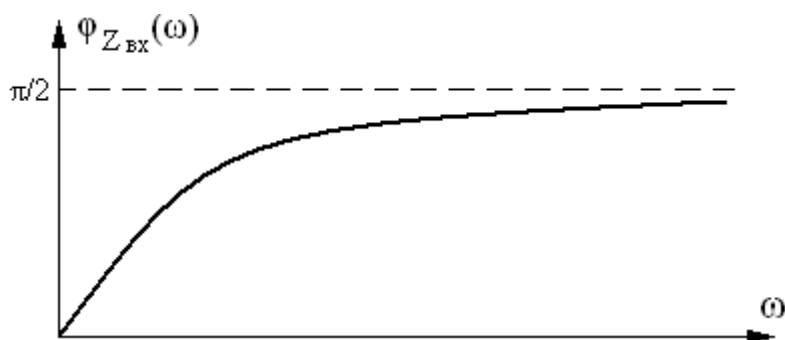


Рисунок 5 – График входной ФЧХ электрической цепи  $RL$

Для расчета передаточной функции в операторной форме вначале запишем выражение входного тока в цепи:

$$I(p) = \frac{U_{\text{ex}}(p)}{Z_{\text{ex}}(p)} = \frac{U_{\text{ex}}(p)}{R + Lp} \quad (14)$$

Выражение операторного напряжения на выходе определим по закону Ома:

$$U_{\text{вых}}(p) = I(p) \cdot Z_{\text{вых}}(p) = \frac{U_{\text{вх}}(p) \cdot Lp}{R + Lp} \quad (15)$$

Операторная передаточная функция цепи по напряжению в результате запишется в виде:

$$H(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{Lp}{R + Lp} \quad (16)$$

Для перехода от операторной передаточной функции к комплексной заменим переменную  $p$  на  $j\omega$ :

$$H(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \quad (17)$$

Из (17) определим выражения для АЧХ и ФЧХ передаточной функции:

$$|H(j\omega)| = H(\omega) = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}; \quad (18)$$

$$\varphi(\omega) = \Theta(\omega) = \arctg \frac{\omega L}{0} - \arctg \frac{\omega L}{R} = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega L}{R} \quad (19)$$

Графики функций  $H(\omega)$  и  $\Theta(\omega)$  передаточной функции цепи, изображенной на рисунке 3, приведены на рисунках 6 и 7:

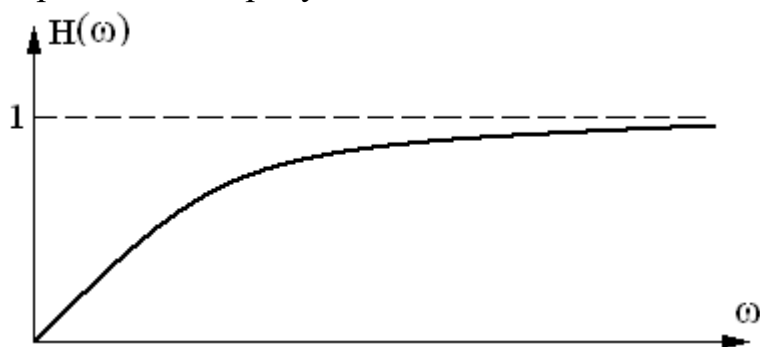


Рисунок 6 – АЧХ электрической цепи  $RL$

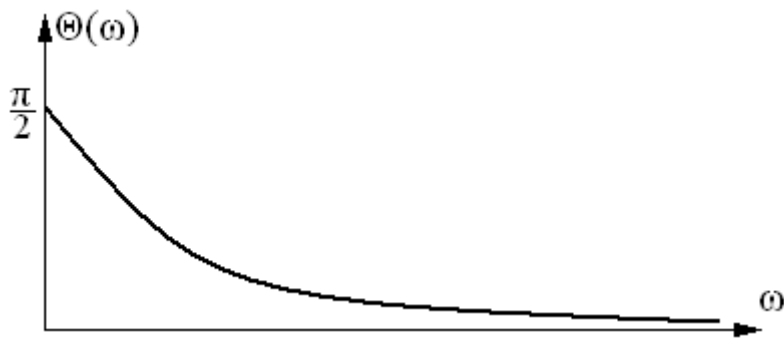


Рисунок 7 - ФЧХ электрической цепи  $RL$

## 2. Задание на лабораторную работу

Целью данной лабораторной работы является исследование входных и передаточных амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик простейших электрических цепей с одним реактивным элементов.

Данные характеристики определяются для одной из указанных выше схем цепей расчетным и экспериментальным путями. Исследуемую цепь и ее параметры задает преподаватель, проводящий занятие. Порядок проведения исследований описан ниже. Проводятся они на универсальном лабораторном стенде и с помощью программы компьютерного моделирования Electronics Workbench (EWB).

Полученные экспериментально и рассчитанные теоретическим путем результаты заносятся в таблицы, а затем по ним строятся графики исследуемых характеристик. Все эти результаты, а также схемы исследуемых цепей, формулы, используемые при расчетах, и сами расчеты заносятся в отчет по лабораторной работе.

## 3. Экспериментальное исследование входных характеристик электрической цепи $RL$

### 3.1. Подготовка исследуемой цепи на лабораторном стенде

Для экспериментального исследования частотных характеристик входного сопротивления исследуемой электрической цепи с одним реактивным элементом с помощью универсального лабораторного стенда, необходимо собрать схему этой цепи на данном стенде. Для исследования выберем цепь, приведенную на рисунке 6:

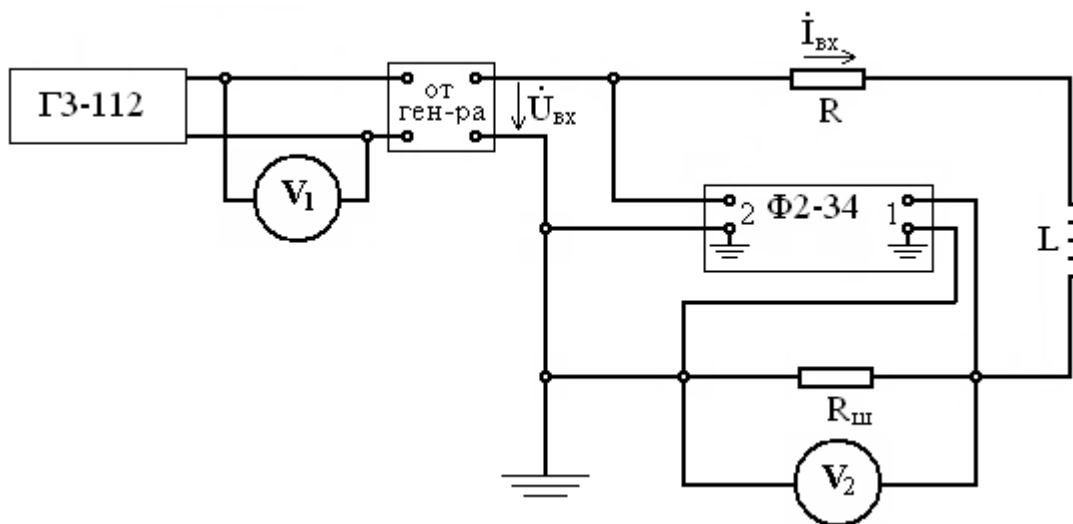


Рисунок 6 - Схема исследуемой электрической цепи  $RL$

В качестве источника э.д.с. в цепи используется генератор ГЗ-112, а в качестве элементов цепи используются элементы, размещенные в лабораторном стенде. Для измерения действующих значений напряжений используются два милливольтметра ВЗ-38, а для измерения разности фаз - фазометр Ф2-34.

Выберем следующие значения элементов цепи:

- сопротивления резисторов:  $R = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_{\text{ш}} = 100 \text{ Ом}$ ,
- величина индуктивности  $L = 10 \text{ мГн}$ .

Генератор ГЗ-112 и милливольтметры ранее широко использовались при выполнении лабораторных работ по дисциплине ТЭЦ, а фазометр Ф2-34 применялся редко, поэтому рассмотрим порядок его использования.

### 3.2. Порядок использования фазометра Ф2 - 34

Измеритель разности фаз (фазометр) представляет собой прибор, измеряющий разность фаз двух напряжений гармонической формы. Напряжение, относительно которого измеряется сдвиг фаз (опорное), подается на разъем 2, а напряжение, фазу которого необходимо измерить (сигнальное), подается на разъем 1. Разъемы расположены на лицевой панели прибора. В лаборатории используется фазометр Ф2 – 34.

**При проведении измерений недопустимо подавать на разъемы 1 и 2 напряжения, действующие значения которых превышают 7 В.**

Схема включения фазометра приведена на рисунке 7:

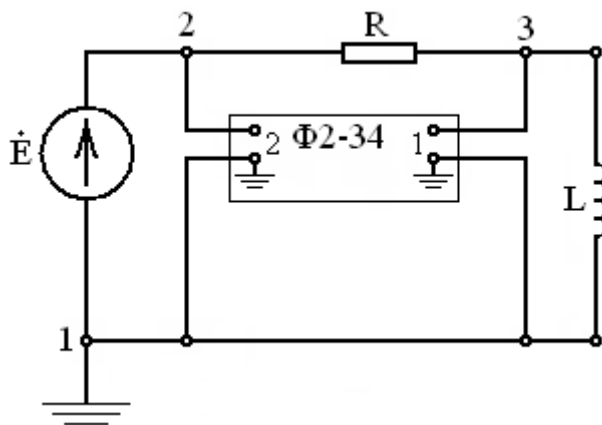


Рисунок 7 - Схема включения измерителя разности фаз  $\Phi 2-34$  при исследовании передаточной функции

При подключении соединительных кабелей фазометра к исследуемой цепи в первую очередь подключается заземленный проводник кабеля, отмеченный специальным образом (черным цветом или специальным обозначением). При подключении соединительных кабелей следует соблюдать полярность подключения: заземленный проводник кабеля необходимо подключать только к заземленному контакту цепи (в противном случае, может произойти короткое замыкание, или прибор будет показывать неверные результаты).

В рассматриваемой схеме (рисунок 7) фазометр измеряет сдвиг фаз напряжения  $\dot{U}_{31}$  (сигнального) относительно напряжения  $\dot{U}_{21}$  (опорного). Следует отметить, что оба напряжения: сигнальное и опорное обязательно должны иметь общую точку (в данном случае узел 1), которая должна быть заземлена.

После подключения фазометра в схему перед началом измерения разности фаз необходимо нажать кнопку «Ф» на лицевой панели прибора. После нажатия кнопки происходит цикл установки нуля (примерно 70 секунд). Об окончании этого цикла свидетельствует периодическое мигание нижнего сегмента индикатора «°» (градусы). После этого через 3 – 5 секунд на табло прибора высвечивается значение угла сдвига фаз исследуемого сигнала относительно опорного.

Если значение сдвига фаз на приборе находится в пределах  $0 - 180^\circ$ , то оно соответствует действительному сдвигу фаз между напряжениями. Если же значение угла сдвига фаз находится в пределах  $180 - 360^\circ$ , то из значения, показываемого прибором, следует вычесть  $360^\circ$ . Полученное таким образом значение будет соответствовать имеющему место сдвигу фаз между двумя напряжениями (в данном случае сдвиг фаз между напряжениями будет отрицательным, т.е. сигнальное напряжение по фазе будет опережать опорное).

При переключении сигнального проводника соединительного кабеля к другому узлу исследуемой цепи для измерения угла сдвига фаз между соответствующими напряжениями, повторно кнопку «Ф» нажимать не надо. Значение фазового сдвига установится через 3 – 5 сек после переключения. Кнопку «Ф» необходимо нажимать повторно при отключении и последующем включении генератора, а также при изменении схемы цепи или схемы измерений.

### 3.3. Экспериментальное исследование входных характеристик цепи RL на лабораторном стенде

После того, как схема собрана и проверена преподавателем, проводящим занятие, необходимо включить питание всех приборов: генератора ГЗ-112, милливольтметров ВЗ-38 и фазометра Ф2-34. На выходе генератора нужно установить напряжение синусоидальной формы, равное 5В с помощью вольтметра  $V_1$ . Поддерживая неизменным это напряжение при каждом измерении, производим изменение частоты генератора в пределах: 1 – 10 кГц (8 - 10 значений). При установке каждого значения частоты измеряем напряжение  $U_2$  и разность фаз  $\varphi_{U_{BX}} - \varphi_{U_{SH}}$  между входным напряжением и напряжением на сопротивлении  $R_{SH}$ . В процессе исследования требуется определить модуль входного сопротивления  $Z_{BX}(\omega)$  и его аргумент  $\varphi_{Z_{BX}}(\omega)$ , которые рассчитываются с помощью следующих выражений:

$$Z_{BX}(\omega) = U_{BX} / I_{BX}, \quad (26)$$

где  $U_{BX} = U_1$ ,

а модуль входного тока  $I_{BX}$  определяется по формуле:

$$I_{BX} = U_2 / R_{SH} \quad (27)$$

$$\varphi_{Z_{BX}}(\omega) = \varphi_{U_{BX}}(\omega) - \varphi_{I_{BX}}(\omega) \quad (20)$$

Так как фаза напряжения на активном сопротивлении  $R_{SH}$  совпадает с фазой протекающего по нему входного тока  $I_{BX}$ :

$$\varphi_{U_{SH}}(\omega) = \varphi_{I_{BX}}(\omega) \quad (22)$$

то измеренный фазометром сдвиг фаз будет соответствовать аргументу входного сопротивления.

Значение аргумента входной проводимости  $\varphi_{Z_{BX}}$  равно измеренному фазометром значению  $\varphi_{Y_{BX}}$ , взятому с обратным знаком:

$$\varphi_{Y_{BX}}(\omega) = - \varphi_{Z_{BX}}(\omega) \quad (25)$$

Схема электрической RL-цепи при исследовании ее входного сопротивления и порядок включения измерителя разности фаз представлены на рисунке 8:

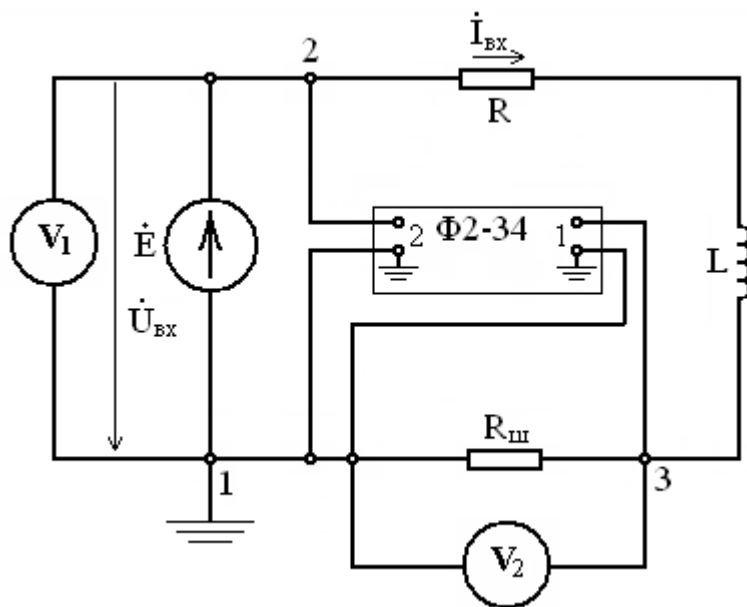


Рисунок 8 - Схема цепи RL при исследовании ее входного сопротивления

Результаты проведенных измерений заносятся в строки 1-3 таблицы 1:

Таблица 1 - Результаты определения входных характеристик экспериментально

№/№ п/п	$U_1 = 5 \text{ В}, \quad R = 100 \text{ Ом}, \quad R_{\text{ш}} = 100 \text{ Ом}, \quad L = 10 \text{ мГн}$								
1	$f, \text{ кГц}$	1	2	3	4	5	6	7	
2	$U_2, \text{ В}$	2.24	1.87	1.55	1.31	1.13	0.98	0.88	
3	$\varphi_I, \text{ град}$	21	36	47	54	60	64	67	
4	$I_{\text{BX}}, \text{ мА}$	22.4	18.7	15.5	13.1	11.3	9.8	8.8	
5	$Z_{\text{BX}}(\omega), \text{ Ом}$	223.2	267.4	322.6	381.7	442.5	510.2	568.2	
6	$Y_{\text{BX}}(\omega), \text{ мСм}$	4.48	3.74	3.1	2.6	2.26	1.96	1.76	
7	$\varphi_z, \text{ град}$	21	36	47	54	60	64	67	

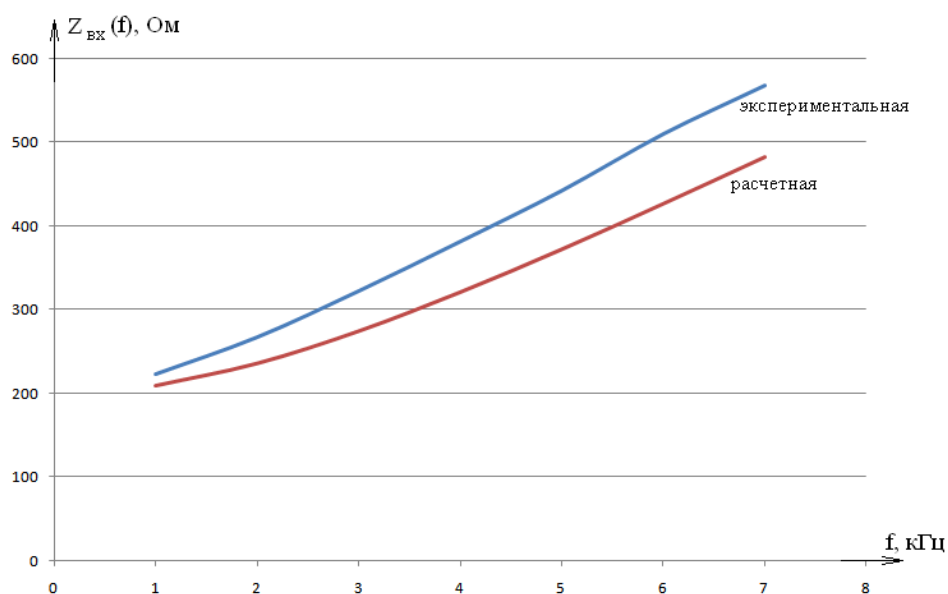
Остальные строки 4-7 таблицы 1 заполняются после проведения расчета модулей входного сопротивления и входной проводимости и определения аргумента входной проводимости для всех значений частоты  $f$ , при которых проводились измерения. Последний столбец заполняется исходя из теоретических соображений.

Все результаты исследования входного сопротивления и входной проводимости, полученные экспериментально, должны быть проверены путем теоретических расчетов по формулам (12) и (13) и занесены в таблицу 2:

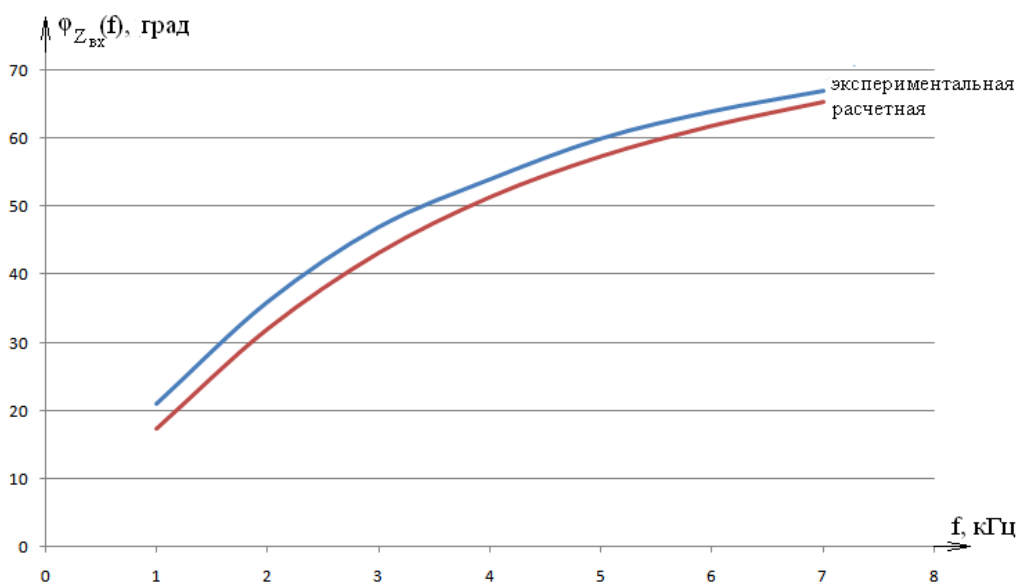
Таблица 2 – Результаты расчета входных характеристик теоретическим путем

№/№ п/п	R = 500 Ом, R <sub>ш</sub> = 100 Ом, L = 10 мГн								
1	f, кГц	1	2	3	4	5	6	7	
2	$Z_{вх}(\omega)$ , Ом	209.6	236.2	274.7	321.1	372.3	426.6	482.3	
3	$\varphi_z$ , град	17.4	32.1	43.3	51.5	57.5	62.0	65.5	
4	$Y_{вх}(\omega)$ , мСм	4.8	4.2	3.6	3.1	2.7	2.3	2.07	
5	$\varphi_y$ , град	-17.4	-32.1	-43.3	-51.5	-57.5	-62.0	-65.5	

По результатам проведенных исследований и расчетов строят графики зависимостей  $Z_{вх}(\omega)$  и  $\varphi_{Z_{вх}}(\omega)$  в одном масштабе по частоте один под другим (рисунки 9а, 9б):



а)



б)



## Рисунок 9 – Графики входных характеристик цепи R L, полученные по экспериментальным данным и теоретически

Несовпадение значений входных характеристик цепи, полученных экспериментальным путем и рассчитанными теоретически, объясняется неточностью номинальных значений параметров схемы R и L и неточностью измерений электрических величин приборами, имеющими определенный класс точности.

### 4. Содержание отчета

***В отчете по лабораторной работе должны быть приведены:***

- наименование и цель лабораторной работы;
- схемы исследуемых цепей для лабораторного стенда;
  - номинальные значения элементов схем;
- таблицы результатов измерений измеряемых и рассчитываемых параметров;
  - графики АЧХ и ФЧХ входного сопротивления и передаточной функции цепи RL, полученные экспериментально и расчетным путем на лабораторном стенде;
- сравнительный анализ графиков;
- выводы о результатах исследования.

## 5. Контрольные вопросы

35. Дайте определение АЧХ цепи.
36. Дайте определение ФЧХ цепи.
37. Приведите пример определения АЧХ и ФЧХ двухэлементной цепи.
38. Дайте определение операторного коэффициента передачи цепи по напряжению. Как он связан с комплексным коэффициентом передачи ?
39. Объясните ход кривой АЧХ входного сопротивления на графике для двухэлементной цепи.
40. Объясните ход кривой ФЧХ входного сопротивления на графике для двухэлементной цепи.
41. Объясните ход кривой АЧХ передаточной функции на графике для двухэлементной цепи.
42. Объясните ход кривой ФЧХ передаточной функции на графике для двухэлементной цепи.
43. Сформулируйте условия неискаженной передачи сигнала. Какой вид имеют АЧХ и ФЧХ идеальных фильтров ?
44. Построить векторную диаграмму напряжений для заданной двухэлементной линейной цепи и объяснить характер изменения ФЧХ.
45. Правила и порядок составления схемы электрической цепи на компьютере с помощью программы компьютерного моделирования EWB.
46. Как установить и изменить номинальное значение параметра элемента схемы цепи при компьютерном моделировании?
47. Какой прибор называется измерителем разности фаз (фазометром) ?
48. Разность каких фаз измеряет фазометр ?
49. Правила включения измерителя разности фаз в схему.
50. Начертите схему включения фазометра для измерения разности фаз между : входным напряжением и входным током, между входным и выходным напряжением.
51. Постройте входные характеристики простейших электрических цепей, предложенных преподавателем.
52. Запишите аналитические характеристики простейших электрических цепей, предложенных преподавателем.
53. Определить в предложенной схеме частоту, при которой аргумент входного сопротивления имеет максимальное значение.
54. Определить в предложенной схеме частоту, при которой у входного сопротивления активная и реактивная составляющие имеют одинаковое значение.
55. С помощью каких приборов измеряют АЧХ и ФЧХ в электрических цепях?

56. Чем отличается передаточная функция цепи от коэффициента передачи?

57. На предложенной схеме электрической цепи нарисуйте подключение приборов для определения АЧХ и ФЧХ цепи.

## Лабораторная работа № 5

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

### 1. Основные положения

Переходные процессы возникают в цепях, содержащих реактивные элементы в момент коммутации (скачкообразного изменения схемы цепи, подключения или отключения источника энергии). Переходной процесс связан с изменением энергии, накопленной или накапливаемой в реактивных элементах цепи, которая не может измениться мгновенно, а изменяется только плавно в течение определенного времени, соответствующего времени переходного процесса. По итогам переходного процесса в цепи устанавливается новый запас энергии в реактивных элементах и устанавливается новый установившийся режим (в случае устойчивых электрических цепей).

Цепями второго порядка называются цепи, содержащие два реактивных элемента  $L$  и  $C$ , которые могут быть включены последовательно или параллельно. Изменения тока или напряжения на элементах таких цепей описываются дифференциальными уравнениями второго порядка.

Примерами таких цепей являются последовательный и параллельный колебательные контуры.

При прохождении сигналов через электрические цепи, содержащие реактивные элементы, в них возникают переходные процессы, которые приводят к изменениям их формы.

На рисунке 1 показан переходный процесс в  $RLC$  - цепи (напряжение на одном из элементов цепи) при подаче на ее вход воздействия  $u_1(t)$  в виде прямоугольного импульса.

В период времени от  $t = 0$  до  $t = t_1$  напряжение на выходе цепи  $u_2(t)$  изменяется по определенному закону, отличающемуся от  $u_1(t)$ , вследствие протекания в ней переходного (неустановившегося) процесса. В момент времени  $t = t_1$  переходный процесс заканчивается и в цепи наступает установившийся режим (напряжение на выходе цепи не изменяется). С момента  $t = t_{и}$  до  $t = t_2$  в цепи вновь протекает переходной процесс, после которого вновь наступает новый установившийся режим.

За время действия переходных процессов энергия, накопленная в реактивных элементах цепи, передается от одного элемента к другому и постепенно рассеивается в процессе передачи на активных сопротивлениях. После окончания переходного процесса в цепи устанавливается новое значение энергии, соответствующее новым значениям токов и напряжений на элементах цепи.

Воздействие в виде прямоугольного импульса можно рассматривать как коммутацию (подключение и отключение) цепи к источнику напряжения в моменты

$t = 0$  и  $t = t_{и}$ . Следовательно, переходный процесс возникает в цепи в моменты коммутации, т.е. в моменты подключения или отключения от цепи источника энергии.

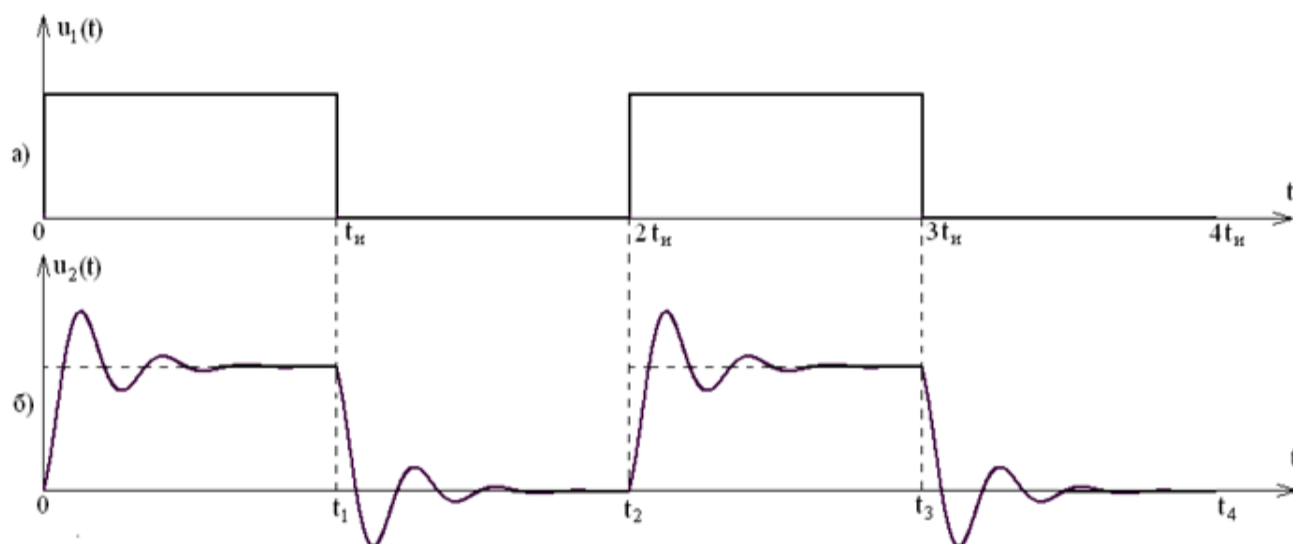


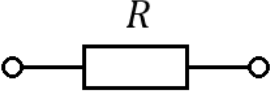
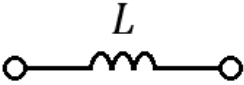
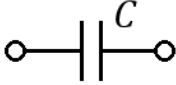
Рисунок 1 - Реакция RLC - цепи на воздействие последовательности прямоугольных импульсов

Кроме этого, возникновение переходных процессов может быть связано с изменением схемы самой цепи (переключением элементов внутри нее). Из-за этих переключений возможно скачкообразное изменение значений токов и напряжений на отдельных элементах цепи и возникновение переходного процесса.

Поскольку энергия электромагнитного поля мгновенно измениться не может, то это на основании этого формулируются два закона коммутации и определяются начальные условия режима цепи, т.е. значения напряжений и токов на элементах цепи в первый момент времени после коммутации (при  $t = 0+$ ). При этом предполагается, что коммутация происходит мгновенно.

В таблице 1 приведены формулы, связывающие мгновенные значения токов и напряжений на различных элементах цепи.

Таблица 1. Формулы, связывающие между собой мгновенные значения токов и напряжений на различных элементах электрической цепи

 $i \longrightarrow$ $u \longrightarrow$	 $i_L \longrightarrow$ $u_L \longrightarrow$	 $i_C \longrightarrow$ $u_C \longrightarrow$
$i = \frac{1}{R} u$ $u = Ri$	$i_L = I_0 + \frac{1}{L} \int u_L dt$ $u_L = L \frac{di_L}{dt}$	$i_C = C \frac{du_C}{dt}$ $u_C = u_0 + \frac{1}{C} \int i_C dt$

В активном сопротивлении не происходит накопление энергии. Энергия электрического поля в нем полностью преобразуется в тепловую энергию. Мгновенные значения тока и напряжения совпадают с точностью до масштабного множителя  $R$ . При скачкообразном изменении напряжения скачкообразно изменяется и ток.

Поэтому в цепях, состоящих из активных сопротивлений, переходные процессы не возникают.

В индуктивности ток и напряжение связаны через интеграл. Это означает, что при скачкообразном изменении напряжения ток изменяется по интегральному закону, т.е. плавно. Из этого следует, что в первый момент времени после коммутации ток в индуктивности  $i_L(t = 0)$  будет равен току  $I_0$ , протекающему через нее до коммутации. Следовательно, ток в индуктивности не может измениться скачком, а в первый момент после коммутации сохраняет то значение, которое он имел до коммутации (это сущность первого закона коммутации).

Напряжение на емкости связано с протекающим через нее током тоже через интеграл. Из этого следует, что напряжение на емкости также не может измениться скачком и в первый момент после коммутации сохраняет то значение, которое было на ней до коммутации (это сущность второго закона коммутации).

Следует отметить, что при коммутации в момент времени  $t = 0+$  напряжение на индуктивности  $u_L(t)$  и ток в емкости  $i_C(t)$  могут измениться скачкообразно, так как определяются через дифференциал.

В настоящей лабораторной работе исследуются переходные процессы в последовательном колебательном контуре, схема которого показана на рисунке 2.

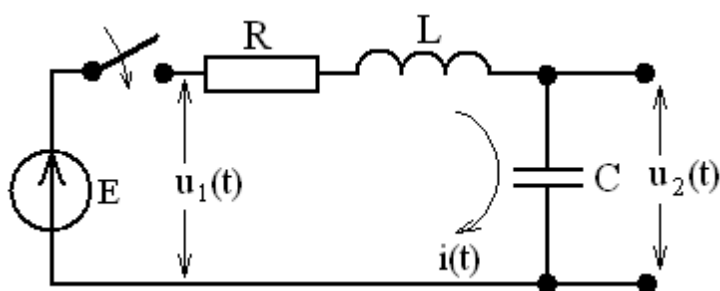


Рисунок 2 - Схема последовательного колебательного контура

К цепи в момент  $t = 0$ , при нулевых начальных условиях ( $U_0 = 0, I_0 = 0$ ), подключается источник ЭДС.

В результате на входе цепи действует сигнал в виде ступенчатой функции

$$u_1(t) = E \cdot 1(t), \text{ где } 1(t) - \text{единичная ступенчатая функция,}$$

$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

С учетом выбранного направления тока цепь, показанная на рисунке 2, описывается дифференциальным уравнением второго порядка:

$$LC \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = E \quad (1.2)$$

Переходный процесс можно анализировать различными методами: классическим, операторным и другими. Наиболее простым и мощным является операторный метод расчета переходных процессов. При его использовании мгновенные значения токов  $i(t)$  и напряжений  $u(t)$  заменяются их операторными изображениями по Лапласу  $I(p)$ ,  $U(p)$ . Комплексные сопротивления цепи  $Z(j\omega)$  и комплексная передаточная функция  $H(j\omega)$  заменяются их операторными выражениями  $Z(p)$  и  $H(p)$ . Уравнения электрического равновесия цепи записываются в данном случае в алгебраической форме, а не в дифференциальной. Решать такие уравнения значительно проще, чем дифференциальные. Удобство операторного метода заключается также в том, что для всех возможных воздействий составлены таблицы оригиналов и изображений. На рисунке 3 показана операторная схема замещения последовательного колебательного контура.

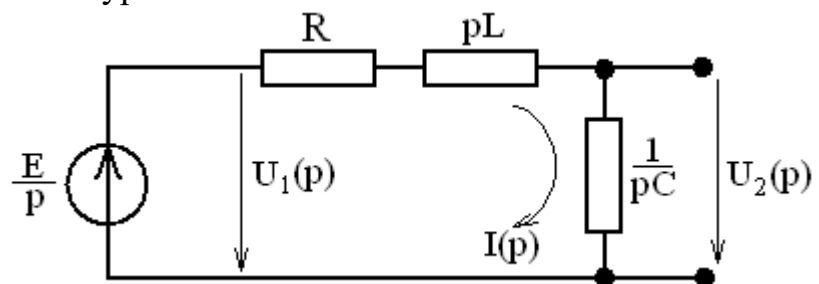


Рисунок 3 - Операторная схема замещения последовательного колебательного контура

Решение уравнения (1.2) в операторной форме имеет вид:

- напряжение на емкости в операторной форме:

$$U_C(p) = \frac{1}{pC} I(p) = \frac{E}{LC} \cdot \frac{1}{p(p-p_1)(p-p_2)} \quad (1.3)$$

- оригинал  $u_C(t)$  изображения  $U_C(p)$ :

$$u_C(t) = L \frac{di(t)}{dt} = E \frac{1}{p_1 - p_2} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}), \quad (1.4)$$

где  $p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0$  - характеристическое уравнение цепи,

$$\begin{cases} p_1 = -\delta + \omega_c \\ p_2 = -\delta - \omega_c \end{cases} \quad \text{- корни характеристического уравнения,} \quad (1.5)$$

$\delta$  – собственное затухание контура,  $\delta = R/2L$ ;

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  - резонансная частота колебательного контура,

$\omega_c = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$  - частота собственных затухающих колебаний в

контуре.

Из (1.5) видно, что характер переходных процессов определяется значениями корней  $p_1$  и  $p_2$ , которые зависят от соотношения между параметрами  $\delta^2$  и  $\omega_0^2$ . Поскольку  $\delta^2 = R^2/4L^2$ , а  $\omega_0^2 = 1/LC$ , то характер корней и соответственно характер переходных процессов определяется соотношением между  $R$  и характеристическим сопротивлением колебательного контура  $\rho = \sqrt{L/C}$ .

Все возможные случаи соотношений между параметрами  $\delta$  и  $\omega_0$  приведены в таблице 2.

Таблица 2. Все возможные случаи соотношений между  $\delta$  и  $\omega_0$

Соотношение между $R$ и $\rho$	Значения корней характеристического уравнения
Апериодический режим $R > 2\rho$	Поскольку $\delta > \omega_0$ , имеем простые разные корни $p_1 = -\delta + \omega_c$ , $p_2 = -\delta - \omega_c$ ; в виде отрицательных действительных чисел
Критический режим	Поскольку $\delta = \omega_0$ , имеем кратный



$R = 2\rho$	<p>корень</p> <p><math>p_1 = p_2 = -\delta</math>,</p> <p>в виде отрицательного действительного числа</p>
<p>Квазипериодический режим</p> <p><math>R &lt; 2\rho</math></p>	<p>Поскольку <math>\delta &lt; \omega_0</math>, имеем простые корни</p> <p><math>p_1 = -\delta + j\omega_c</math>, <math>p_2 = -\delta - j\omega_c</math>;</p> <p>в виде комплексно-сопряженных чисел</p>

Рассмотрим возможные виды переходных процессов в последовательном колебательном контуре, соответствующие различным значениям корней характеристического уравнения.

Апериодический переходный режим

Подставляя значения  $p_1$  и  $p_2$  для апериодического режима в (1.4), получаем после преобразований:

$$u_c(t) = E + \frac{E}{2\omega_c} (p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}) \quad (1.6)$$

Из выражения (1.6) следует, что в апериодическом режиме напряжение на емкости представляет собой разность двух экспонент относительно уровня, определяемого значением  $E$ . Расположение корней на комплексной плоскости показано на рисунке 4, а график  $u_c(t)$  приведен на рисунке 5.

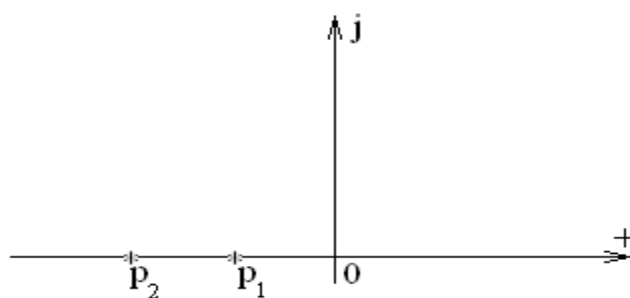


Рисунок 4 - Расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости при апериодическом переходном процессе

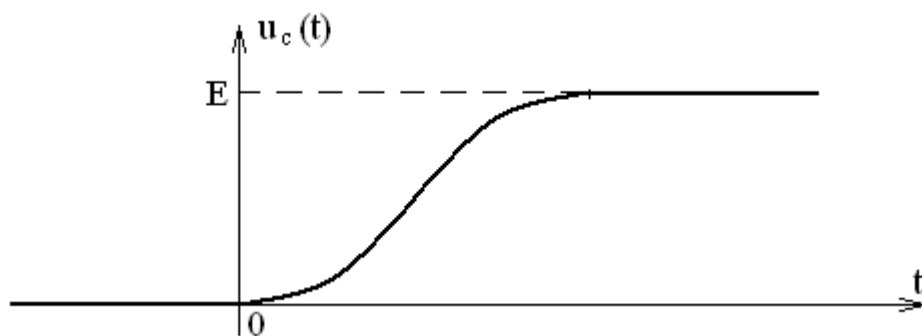


Рисунок 5 - График аperiodического переходного процесса  
в последовательном колебательном контуре

Критический переходный режим

В случае, если  $\delta = \omega_0$ , то частота собственных затухающих колебаний  $\omega_c = 0$ .

В этом случае при кратных корнях изображение напряжения имеет вид:

$$u_c(p) = \frac{E}{LC} \frac{1}{p(p+\delta)^2} \quad (1.7)$$

Оригинал от изображения (1.7) записывается в вид

$$u_c(t) = \frac{E}{LC\delta^2} (1 - e^{-\delta t} - \delta t e^{-\delta t}) \quad (1.8)$$

Расположение полюсов для данного случая показано на рисунке 6, а график переходного процесса  $u_c(t)$  приведен на рисунке 7.

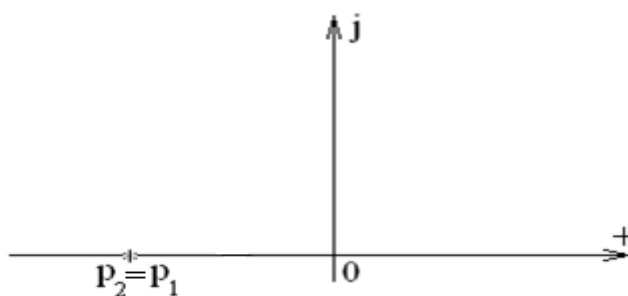


Рисунок 6 - Расположение корней характеристического  
уравнения  
на комплексной плоскости при критическом переходном  
процессе

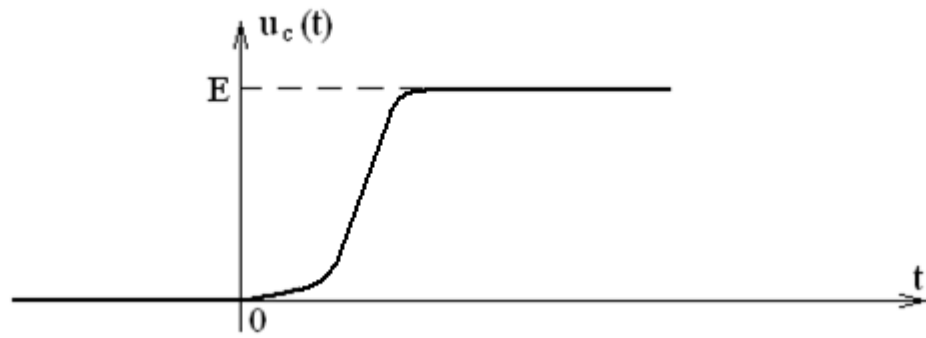


Рисунок 7 – График критического переходного процесса в последовательном колебательном контуре

При критическом режиме зависимость, представленная на рисунке 7, имеет более крутой подъем. Критический переходный процесс находится на границе между апериодическим и колебательным процессами.

Квазипериодический (колебательный) переходный режим

Для этого случая корни характеристического уравнения будут комплексно-сопряженными:  $p_1 = -\delta + j\omega_c$ ,  $p_2 = -\delta - j\omega_c$ ,

где  $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  – частота собственных затухающих колебаний контура.

Подставляя  $p_1$  и  $p_2$  в (1.3), получаем после преобразований:

$$u_c(t) = E - E e^{-\delta t} \left( \cos \omega_c t + \frac{\delta}{\omega_1} \sin \omega_c t \right) \quad (1.9)$$

Расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости представлено на рисунке 8, а график зависимости  $u_c(t)$  при колебательном переходном процессе в контуре приведен на рисунке 9.

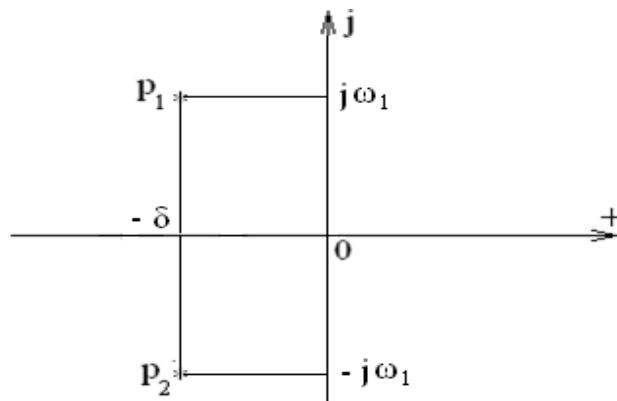


Рисунок 8 – Расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости при колебательном переходном процессе

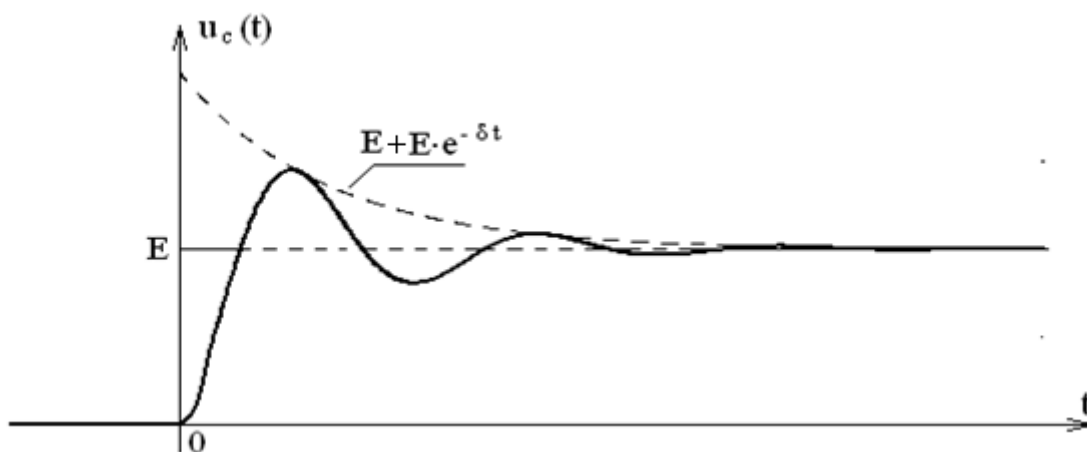


Рисунок 9 – График колебательного переходного процесса в последовательном колебательном контуре

Из рисунка 9 видно, что если корни характеристического уравнения являются комплексно-сопряженными числами и расположены в левой полуплоскости, то их действительные части будут отрицательными, а в цепи будут наблюдаться затухающие колебания. При этом коэффициент затухания и частота собственных затухающих колебаний связаны с добротностью колебательного контура следующим образом:

$$\delta = \omega_c / 2Q \quad (1.10)$$

$$\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2} \quad (1.11)$$

где:  $Q = \rho / R$ .

Частоте  $\omega_c$  соответствует период собственных затухающих колебаний

$$T_c = 2\pi / \omega_c = \frac{2\pi}{\omega_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}} \quad (1.12)$$

Формула (1.12) справедлива для  $Q > 0,5$ . При  $Q = 0,5$  имеем  $R = 2\rho$ , т.е. в цепи будет критический переходный режим.

С увеличением добротности величина периода  $T_c$  уменьшается. При  $Q \gg 1$ ,  $T_c \approx 2\pi / \omega_0$ , т.е. период собственных затухающих колебаний становится равным периоду колебаний резонансной частоты.

Из рисунка 9 видно, что амплитуда колебаний убывает по экспоненте в соответствии со значением множителя  $e^{-\delta t}$ . Поскольку экспонента практически затухает при значении времени  $T_n = 5/\delta$ , то время  $T_n$  фактически определяет время переходного процесса. Взяв отношение  $n = T_n / T_c$ , определяем число периодов затухающего колебания за время  $T_n$ .

Для характеристики скорости уменьшения колебаний вводится понятие логарифмического декремента затухания, определяемого выражением:

$$\Delta = \ln \frac{u(t)}{u(t+T_c)} = \frac{\pi R}{2L\omega_c} = \frac{\pi R}{2L\sqrt{1/LC - R^2/4L^2}} \quad (1.13)$$

Из (1.13) следует, что активное сопротивление  $R$  не только влияет на скорость уменьшения амплитуды колебаний, но и на частоту  $\omega_c$ . Чем больше  $R$ , тем меньше частота  $\omega_c$  и тем больше период собственных колебаний  $T_c$ .

При  $R = 2\rho$ ,  $\omega_c = 0$ , т.е. переходный процесс в контуре превращается в аperiodический ( $T_c = \infty$ ).

При уменьшении величины  $R$  частота  $\omega_c$  увеличивается, а период  $T_c$  уменьшается. В частном случае, когда  $R = 0$ ,  $\omega_c = \omega_0$ ,  $\Delta = 0$ , и колебания становятся незатухающими.

## 2. Задание на лабораторную работу

Целью данной лабораторной работы является исследование переходных процессов в электрических цепях второго порядка при воздействии на них последовательности прямоугольных импульсов.

В качестве исследуемой цепи будем использовать последовательный колебательный контур. При подаче на его вход последовательности прямоугольных импульсов в нем возникают переходные процессы, которые можно наблюдать с помощью осциллографа. При возникновении переходного процесса ток и напряжения на элементах контура будут меняться по законам, которые были рассмотрены выше.

Регистрируя переходные процессы на осциллографе, можно определить момент возникновения этого процесса, проверить соблюдение законов коммутации, оценить характер и параметры переходного процесса, определить визуально влияние активного сопротивления контура  $R$  на характер переходного процесса. По осциллограмме можно также рассчитать постоянную времени исследуемой цепи и продолжительность переходного процесса.

Для исследования переходных процессов используется двухлучевой осциллограф, который позволяет видеть на экране два сигнала: подаваемый на вход цепи и получаемый на ее выходе. Так как они располагаются на экране друг под другом, то наглядно видно как цепь реагирует на подачу импульса и на его отключение, по какому закону изменяется напряжение на выходе цепи в первый

момент времени после коммутации (в момент поступления прямоугольного импульса).

Исследоваться должны все предложенные схемы включения последовательного колебательного контура, приведенные на рисунке 10.

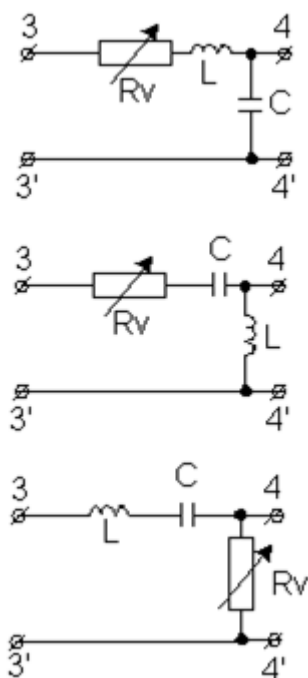


Рисунок 10 – Схемы исследуемых цепей второго порядка

В каждой из приведенных на рисунке 10 схем должны исследоваться все возможные виды переходных процессов: апериодический, критический и колебательный. Осциллограммы изменения напряжения на конкретном элементе переносятся с экрана осциллографа на лист кальки или бумаги с соблюдением расположения друг относительно друга, как это наблюдается на экране осциллографа (рисунок 11). При расположении на рисунке нескольких осциллограмм исследуемого напряжения осциллограмма входного сигнала всегда располагается в самом верху.

По результатам проведенных исследований:

- проверяется соблюдение законов коммутации в индуктивности и емкости,
- определяется закон изменения выходного сигнала,

- рассчитывается постоянная времени и длительность переходного процесса в цепи,
- визуально определяется момент окончания переходного режима и начала нового установившегося режима.

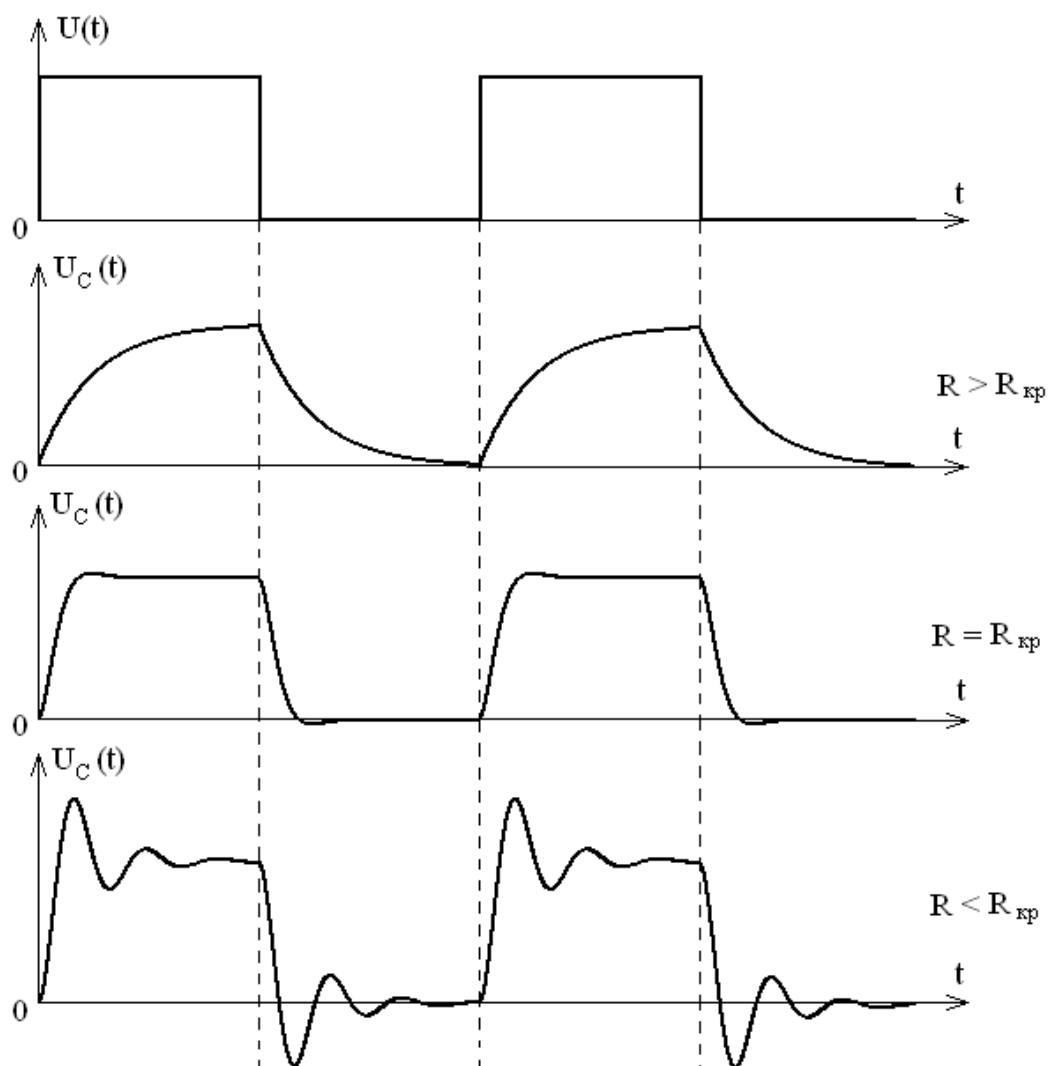


Рисунок 11 – Возможные виды переходных процессов в последовательном колебательном контуре

### Экспериментальное исследование переходных процессов в

Снятые экспериментально осциллограммы переходных процессов должны заноситься в отчет по лабораторной работе с соответствующими комментариями.



### **3. Экспериментальное исследование переходных процессов в цепи второго порядка с помощью лабораторного стенда**

#### **3.1. Подготовка к исследованию переходных процессов**

Для экспериментального исследования переходных процессов с помощью универсального лабораторного стенда необходимо собрать на нем поочередно каждую из рекомендованных схем последовательного колебательного контура. Для примера выберем схему колебательного контура, в которой исследуется изменение напряжения на конденсаторе при подаче на вход контура последовательности прямоугольных импульсов. Данная схема цепи с подключенными к ней измерительными приборами приведена на рисунке 12.

В качестве источника ЭДС при исследовании переходных процессов используется генератор низкочастотных сигналов ГЗ-112, а в качестве реактивных элементов цепи - элементы, размещенные в лабораторном стенде. Для измерения действующих значений входного и выходного напряжений используются милливольтметры ВЗ-38, а для снятия осциллограмм – универсальный двухлучевой осциллограф.

В качестве активного сопротивления используется набор сопротивлений стенда, либо магазин сопротивлений.

Осциллограф при проведении предыдущих лабораторных работ не применялся, поэтому рассмотрим подробно порядок его использования.

#### **3.2. Порядок использования осциллографа**

Универсальный осциллограф предназначен для наблюдения и исследования формы электрических сигналов путем визуального наблюдения и измерения их временных и амплитудных значений.

Осциллограф обеспечивает:

- наблюдение формы сигналов обеих полярностей длительностью от 1мкс до 16с при максимальном значении от 1 мВ до 300В;

- наблюдение периодических сигналов в диапазоне частот от 0.1 Гц до 1 МГц;
- измерение значений мгновенных и амплитудных значений сигналов от 2 мВ до 300В;
- измерение временных интервалов в пределах от 2мкс до 1бс.

На лицевой панели осциллографа расположены следующие органы управления:

- тумблер «Сеть» для включения и выключения осциллографа;
- ручка «Фокус» для фокусировки луча электроннолучевой трубки (ЭЛТ);
- ручка «Яркость» для изменения яркости луча ЭЛТ;
- ручка «Шкала» для регулировки освещенности шкалы осциллографа.

На лицевой панели осциллографа располагаются два блока усилителей, блоки развертки и синхронизации.

На вход каждого блока усиления подается один из исследуемых сигналов. С помощью ручек управления, находящихся на панели блока, производится:

- усиление только переменной или переменной и постоянной составляющей входного сигнала вместе;
- регулируется в значительных пределах чувствительность самого усилителя;
- осуществляется перемещение по вертикали и горизонтали на экране ЭЛТ подаваемого на вход усилителя сигнала;
- производится балансировка самого усилителя.

Блок развертки регулирует длительность развертки сигнала на экране ЭЛТ, т.е. изменяет масштаб изображения по оси абсцисс.

Блок синхронизации с помощью ручек «Стабильность» и «Уровень» позволяет установить неподвижное изображение входного сигнала на экране осциллографа.

Переключатель вида синхронизации при проведении лабораторных работ устанавливается в положение - «Внутренняя».

Для получения изображения сигнала на экране осциллографа перед его включением необходимо установить ручки управления в следующие положения:

- «Яркость», «Фокус», «Балансировка» и регулировка положения луча по горизонтали и вертикали в средние положения;
- переключатель подачи на вход входного сигнала в положение совместного пропуска на вход постоянной и переменной составляющей сигнала;
- «Стабильность» в крайнее правое;
- «Уровень» в среднее.

Далее необходимо включить тумблер «Сеть», при этом загорается сигнальная лампочка. Через 3-5 минут на экране осциллографа появляется линия развертки – горизонтальная линия на экране осциллографа. Необходимо отрегулировать ее яркость, фокусировку и положение на экране с помощью соответствующих ручек. После этого на вход соответствующего усилителя подается исследуемый сигнал. Амплитуда сигнала на экране осциллографа регулируется с помощью ручек, находящихся на панели усилителя. Изображение сигнала должно занимать  $\frac{3}{4}$  экрана.

Далее с помощью ручек управления блока «Развертка» нужно добиться такой длительности развертки, чтобы на экране наблюдалось 2 – 4 периода исследуемого сигнала.

Неподвижность изображения сигнала на экране нужно добиться с помощью ручек блока «Синхронизация»: «Стабильность» и «Уровень». Для достижения устойчивого изображения необходимо повернуть ручку «Стабильность» влево до момента исчезновения изображения на экране осциллографа. Затем нужно повернуть ручку «Уровень» до положения, при котором изображение сигнала становится устойчивым.

Измерение временных интервалов и значений величины сигнала осуществляется с помощью ручек, находящихся на панели усилителей, и шкалы, нанесенной на экран осциллографа.

### 3.3. Экспериментальное исследование переходных процессов

Значения параметров элементов схемы задаются преподавателем.

В качестве примера выберем следующие значения элементов цепи:

- величина индуктивности  $L = 19 \text{ мГн}$ ,
- величина ёмкости  $C = 57,4 \text{ нФ}$ .

По заданным параметрам цепи необходимо рассчитать характеристическое сопротивление контура  $\rho$ , критическое сопротивление  $R_{кр}$  и добротность контура по формулам:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad R_{кр} = 2\rho, \quad Q = \frac{\rho}{R}.$$

Для колебательного режима (при  $R = 0,1R_{кр}$ ) вычислить с помощью выражений:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad - \text{ частота собственных затухающих колебаний}$$

исследуемого контура,

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} \quad - \text{ период собственных затухающих колебаний исследуемого}$$

контура,

$$\Delta = \frac{\pi R}{2L\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad - \text{ логарифмический декремент затухания,}$$

$$\delta = \frac{\Delta}{T_c} \quad - \text{ коэффициент затухания собственных колебаний контура.}$$

Расчеты параметров переходного процесса приведены ниже:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{19 \cdot 10^{-3}}{57,4 \cdot 10^{-9}}} = 10^3 \cdot \sqrt{\frac{19}{57,4}} = 0,575 \cdot 10^3 = 575 \text{ Ом.}$$

$$R_{кр} = 2 \cdot \rho = 2 \cdot 575 = 1150 \text{ Ом.}$$

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{575}{115} = 5.$$

Для колебательного режима  $R = 0,1 \cdot R_{кр} = 0,1 \cdot 1150 = 115 \text{ Ом}$ .

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{19 \cdot 10^{-3} \cdot 57,4 \cdot 10^{-9}} - \frac{115^2}{4 \cdot (19 \cdot 10^{-3})^2}} =$$
$$\sqrt{917 \cdot 10^6 - 9,16 \cdot 10^6} = 30 \cdot 10^3 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{6,28}{30 \cdot 10^3} = 209,4 \text{ мкс},$$

$$\Delta = \frac{\pi R}{2L\omega_c} = \frac{3,14 \cdot 115}{2 \cdot 19 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^3} = 0,315,$$

$$\delta = \frac{\Delta}{T_c} = \frac{0,315}{209,4 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \cdot 10^3.$$

Результаты расчетов занести в таблицу 3.

Для проведения исследования переходных процессов в последовательном колебательном контуре с помощью универсального лабораторного стенда необходимо собрать схему исследования, показывающую порядок подключения к колебательному контуру генератора прямоугольных импульсов, осциллографа и милливольтметра (рисунок 12):

При сборке схемы исследования сигнал с выхода генератора подается на вход колебательного контура и параллельно на вход первого канала осциллографа, с помощью которого на экране осциллографа будет разворачиваться входной сигнал. При соединении элементов схемы нужно строго соблюдать правильность соединения потенциальных и заземленных узлов.

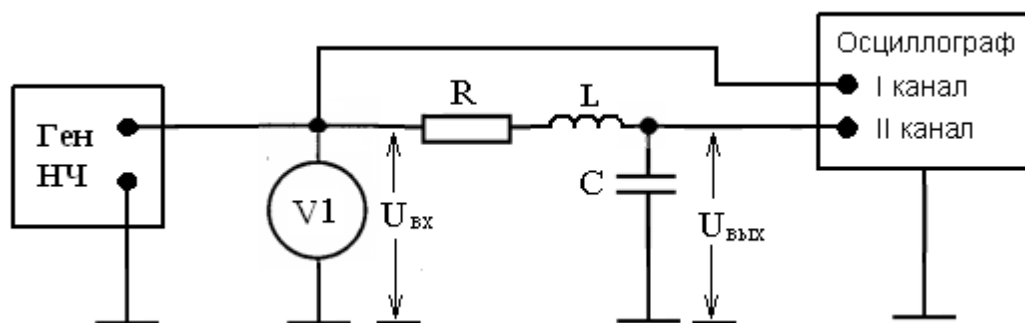


Рисунок 12 - Схема исследования переходных процессов в последовательном колебательном контуре

Выход колебательного контура соединяется с входом второго канала осциллографа, с помощью которого на экране осциллографа будет разворачиваться выходной сигнал.

Правильность соединения элементов исследуемой схемы должен проверить преподаватель, ведущий лабораторное занятие. Если схема собрана правильно, то необходимо включить питание всех приборов: генератора, милливольтметра и осциллографа. На выходе генератора

нужно установить с помощью находящегося на панели генератора тумблера, изменяющего форму генерируемого сигнала, режим генерации прямоугольных импульсов. Далее с помощью соответствующих ручек, находящихся на панели генератора, на выходе генератора устанавливается напряжение, равное 5В, и частота напряжения, равная 500 Гц.

После подачи напряжения на вход схемы и подключения выхода контура к усилителю УС2 нужно с помощью ручек осциллографа: «Вольт/дел», «Время/дел», «Стабильность» и «Уровень» добиться устойчивого изображения на экране осциллографа последовательности прямоугольных импульсов на первом канале осциллографа и получить устойчивое изображение напряжения с выхода исследуемой цепи (напряжения на конденсаторе) на втором канале осциллографа.

Устанавливая поочередно значения активного сопротивления  $R$ , равные:  $2R_{кр}$ ,  $R_{кр}$ ,  $0.1R_{кр}$ , получить на выходе цепи для каждого значения сопротивления  $R$  осциллограммы напряжения на конденсаторе при подаче на вход последовательности прямоугольных импульсов. Перенести в отчет с экрана осциллографа совместно графики изменений входного и выходного напряжений исследуемой RLC - цепи для каждого из трех значений сопротивления  $R$ . Для рассматриваемого примера графики приведены на рисунке 13.

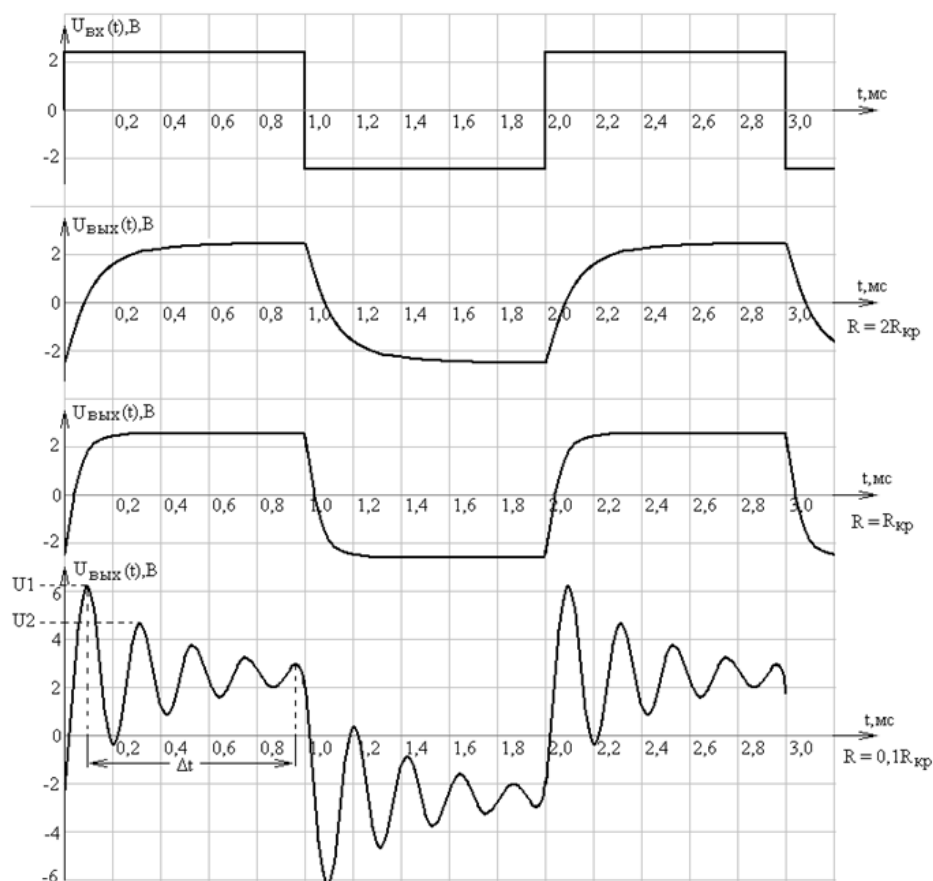


Рисунок 13 – Графики изменения напряжения на конденсаторе исследуемой цепи

Для колебательного режима (при  $R = 0,1R_{кр}$ ) по осциллограмме выходного сигнала измерить и рассчитать те же параметры, которые рассчитаны теоретически.

Сначала измерим длительность нескольких периодов собственных затухающих колебаний  $\Delta t$ . Для повышения точности измерений берем максимальное число периодов. На графике (рисунок 13) длительность четырех периодов равна  $\Delta t = 0,825$  мс. Вычислим период собственных колебаний

$$T_c = \frac{\Delta t}{N} = \frac{0,825 \cdot 10^{-3}}{4} = 0,206 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 206 \text{ мкс},$$

где  $N$  – число периодов.

По найденному периоду вычислим частоту собственных колебаний

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} = \frac{6,28}{0,206 \cdot 10^{-3}} = 30,5 \cdot 10^3 \text{ рад/с.}$$

Вычислим логарифмический декремент затухания, используя выражение (1.13). Для этого по осциллограмме выходного сигнала измерим соседние максимумы выходного сигнала  $U1$  и  $U2$ . На графике (рисунок 13)  $U1 = 6,2$  В,  $U2 = 4,4$  В.

$$\Delta = \ln \frac{U1}{U2} = \ln \frac{6,2}{4,4} = \ln 1,409 = 0,343.$$

Вычислим коэффициент затухания собственных колебаний контура по формуле

$$\delta = \frac{\Delta}{T_c} = \frac{0,343}{0,206 \cdot 10^{-3}} = 1,665 \cdot 10^3.$$

Результаты параметров, полученные с помощью универсального лабораторного стенда, заносятся в таблицу 3 .

### 3.4 Оформление результатов исследования

Результаты исследования по данной части лабораторной работы, которые полностью войдут в отчет по лабораторной работе, должны содержать:

- принципиальную схему проведения эксперимента и измерения необходимых характеристик (рисунок 12),
- результаты расчета параметров контура:  $\rho$ ,  $R_{kp}$  (таблица 3),
- результаты расчета и экспериментального определения параметров колебательного переходного процесса:  $\omega_c$ ,  $\delta$ ,  $\Delta$  (таблица 3),
- совмещенные осциллограммы входного и выходного сигналов исследованных переходных процессов (рисунок 13),
- выводы о результатах проведенных исследований.



Таблица 3. Параметры контура и колебательного переходного процесса в нем

Параметры входного сигнала	Параметры контура	Параметры переходного колебательного процесса для $R = 0.1R_{kp} = 115 \text{ Ом}$	
		рассчитанные теоретически	рассчитанные экспериментально (с помощью лабораторного стенда)
U = 5В	L = 19 мГн C = 57.4 нФ $\rho = 575 \text{ Ом}$ $R_{kp} = 1150 \text{ Ом}$ Q = 5	$\omega_c = 30 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$	$\omega_c = 30,5 \text{ рад/с}$
		$T_C = 209,4 \text{ мкс}$	$T_C = 206 \text{ мкс}$
$\delta = 1,5 \cdot 10^3$		$\delta = 1,665 \cdot 10^3$	
f = 500Гц		$\Delta = 0,315$	$\Delta = 0,343$

#### 4. Оформление всех результатов отчета

Параметры входного сигнала	Параметры контура	Параметры переходного колебательного процесса для $R = 0.1R_{kp} = 115 \text{ Ом}$	
		рассчитанные теоретически	полученные экспериментально (с помощью лабораторного стенда)
U = 5В	L = 19 мГн C = 57.4 нФ ρ = 575 Ом	$\omega_c = 30 \cdot 10^3$ рад/с	$\omega_{св} = 30,28 \cdot 10^3$ рад/с
		$T_c = 0.2$ мкс	$T_c = 0,2075$ мкс
f = 500Гц	$R_{kp} = 1150 \text{ Ом}$ Q = 5	$\delta = 1,5 \cdot 10^3$	$\delta = 1,665 \cdot 10^3$
		$\Delta = 0,315$	$\Delta = 0,343$

## 5. Контрольные вопросы

1. Какие процессы бывают в электрических цепях?
2. Объясните физический смысл переходных процессов.
3. В каких электрических цепях возникают переходные процессы?
4. Условия возникновения переходного процесса.
5. Что такое коммутация?
6. Законы коммутации.
7. Поясните понятия переходного, свободного, установившегося и принужденного режимов.
8. Почему в цепях, не содержащих реактивных элементов, не возникают переходные процессы?
9. Что такое начальные условия электрической цепи, используемые при расчете переходных процессов?
10. Чем отличаются зависимые начальные условия от независимых начальных условий?
11. Запишите и объясните формулы, связывающие мгновенные значения тока и напряжения для индуктивности, емкости, сопротивления.
12. Цепь называется колебательным контуром?
13. Какие бывают колебательные контуры?
14. Нарисуйте схемы колебательных контуров?
15. В чем заключается расчет переходного процесса?
16. Какие существуют методы расчета переходного процесса?
17. Что получается в результате расчета переходного процесса?
18. В чем отличие классического метода расчета переходного процесса от операторного?
19. В чем достоинства классического и операторного методов расчета переходных процессов?
20. Как составляется операторная схема замещения электрической цепи?
21. Что такое порядок электрической цепи?
22. Чем отличается цепь первого порядка от цепи второго порядка?

23. Как получить характеристическое уравнение электрической цепи?
24. Для чего используются корни характеристического сопротивления электрической цепи?
25. Какие виды переходных процессов бывают в электрических цепях?
26. Какие параметры электрической цепи влияют на характер переходного процесса в ней?
27. Дайте определение единичной ступенчатой функции.
28. Дайте определение последовательности прямоугольных импульсов.
29. Основные параметры, которые характеризуют последовательность прямоугольных импульсов?
30. Что такое режим свободных колебаний?
31. Что такое декремент затухания?
32. Как определяется частота свободных колебаний?
33. Как влияет активное сопротивление на период свободных колебаний?
34. Какой переходный процесс происходит в последовательном колебательном контуре при воздействии на него ступенчатой функции и прямоугольного импульса?
35. Объясните зависимость характера переходных колебаний от расположения корней характеристического уравнения на комплексной плоскости.

## Лабораторная работа № 6

### ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ СПЕКТРОВ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Основная цель лабораторной работы - углубление, систематизация и закрепление теоретических знаний по дисциплине ТЭЦ, а также приобретение практических навыков разложения последовательностей периодических негармонических сигналов в ряд Фурье и исследования амплитудно-частотных спектров этих сигналов.

В методических указаниях подробно рассмотрены вопросы:

- теоретического обоснования разложения последовательностей периодических негармонических сигналов на гармонические составляющие в ряд Фурье;
- использования электрических цепей для экспериментального выделения гармонических составляющих из периодической последовательности негармонических сигналов;
- анализа амплитудно-частотных спектров периодических последовательностей негармонических сигналов.

## АННОТАЦИЯ

В описании приведены разработанные задание и методические указания для выполнения лабораторной работы № 6 - «Исследование амплитудно-частотных спектров периодических негармонических сигналов» по дисциплине «Теория электрических цепей» (ТЭЦ).

Задание и методические указания предназначены для студентов 2 курса очной и заочной формы обучения всех профилей направления подготовки 11.03.02 - «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

Основная цель лабораторной работы - углубление, систематизация и закрепление теоретических знаний по дисциплине ТЭЦ, а также приобретение практических навыков разложения последовательностей периодических негармонических сигналов в ряд Фурье и исследования амплитудно-частотных спектров этих сигналов.

В методических указаниях подробно рассмотрены вопросы:

- теоретического обоснования разложения последовательностей периодических негармонических сигналов на гармонические составляющие в ряд Фурье;
- использования электрических цепей для экспериментального выделения гармонических составляющих из периодической последовательности негармонических сигналов;
- анализа амплитудно-частотных спектров периодических последовательностей негармонических сигналов.

## 1. Гармонический анализ на основе разложения периодической функции в ряд Фурье

Любую периодическую функцию  $f(t)$  (рисунок 1), удовлетворяющую условиям непрерывности и дифференцируемости, можно разложить в бесконечный гармонический ряд Фурье:

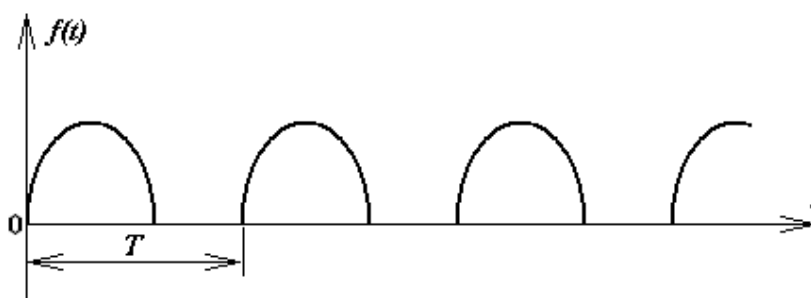


Рисунок 1. Периодическая негармоническая функция

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (1.1)$$

где:  $\omega_1 = 2\pi/T$  – частота первой (основной) гармоники;

$T$  – период колебания функции  $f(t)$ ;

$n\omega_1$  – частота гармоники  $n$ -ого порядка,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;

$\frac{a_0}{2}$  – постоянная составляющая функции  $f(t)$ .

Коэффициенты разложения (1.1) определяются выражениями:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt ; \quad (1.2)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_1 t dt ; \quad (1.3)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_1 t dt. \quad (1.4)$$

Разложение функции  $f(t)$  в форме (1.1) можно привести к виду:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t + \varphi_n), \quad (1.5)$$

где:

$$A_n = \sqrt{b_n^2 + a_n^2}, \quad \varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}. \quad (1.6)$$

Теоретически тригонометрический ряд Фурье (1.5) бесконечен. Однако реальные функции  $f(t)$  сигналов, используемых в ТЭЦ, как правило,

разлагаются на спектры, амплитуды гармоник которых быстро убывают с увеличением номера гармоники. Выражение (1.5) также свидетельствует о том, что периодический негармонический сигнал  $f(t)$  может быть получен в результате суммирования ряда функций:

- постоянной составляющей  $\frac{a_0}{2}$ ,
- первой гармоники с частотой  $\omega_1$ , амплитудой  $A_1$ , начальной фазой  $\varphi_1$ ,
- второй гармоники с частотой  $2\omega_1$ , амплитудой  $A_2$ , начальной фазой  $\varphi_2$ ,
- третьей гармоники с параметрами  $3\omega_1$ ,  $A_3$ ,  $\varphi_3$ ,
- других высших гармоник.

Зависимости амплитуд гармоник  $A_n$  и их начальных фаз  $\varphi_n$  от частоты называются частотными спектрами соответствующей функции  $f(t)$ .

Частотные спектры любого сигнала принято изображать графически в функции частоты (рисунок 2):

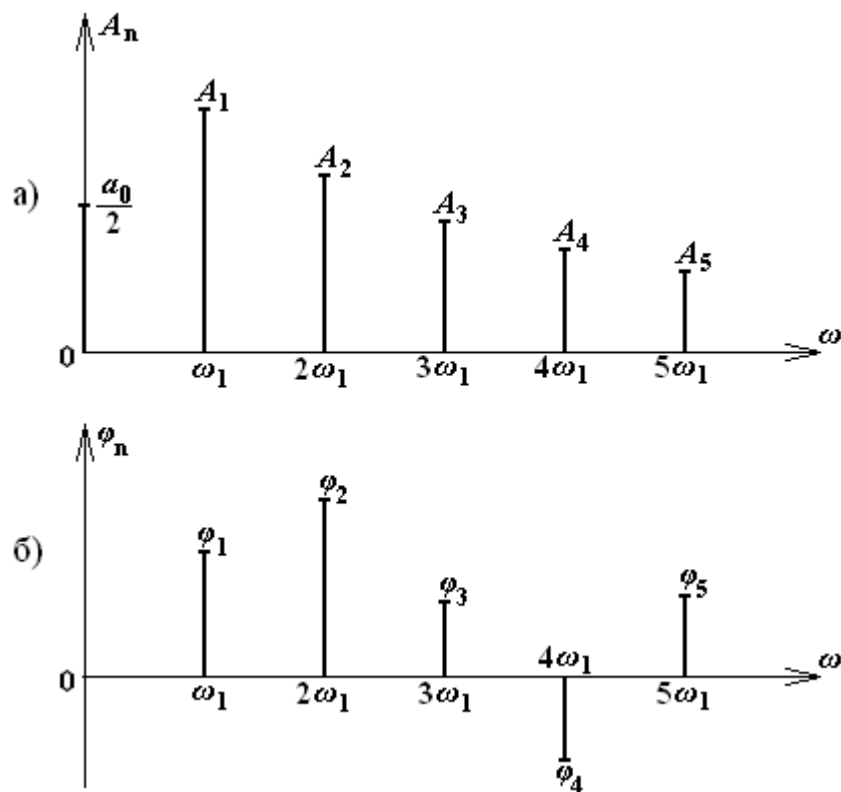


Рисунок 2. Частотные спектры сигнала  $f(t)$

Зависимость амплитуд гармоник от частоты называется амплитудно-частотным спектром (АЧС) функции  $f(t)$  (рисунок 2а), а зависимость начальных фаз гармоник от частоты называется фазо-частотным спектром (ФЧС) функции  $f(t)$  (рисунок 2б).

Из выражения (1.5) и рисунков 2а, 2б следует, что периодические негармонические колебания имеют дискретные спектры. При графическом изображении частотных спектров их составляющие располагаются на оси частот с интервалом, кратным частоте первой гармоники  $\omega_1$ . Исходя из выше изложенного, можно утверждать, что математически периодическая негармоническая последовательность сигналов может быть представлена, как сумма постоянной составляющей и бесконечно большого числа синусоидальных составляющих с частотами, кратными частоте первой гармоники  $\omega_1$ .

Рассчитаем теоретически и построим графически амплитудные спектры периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов (рисунок 3):

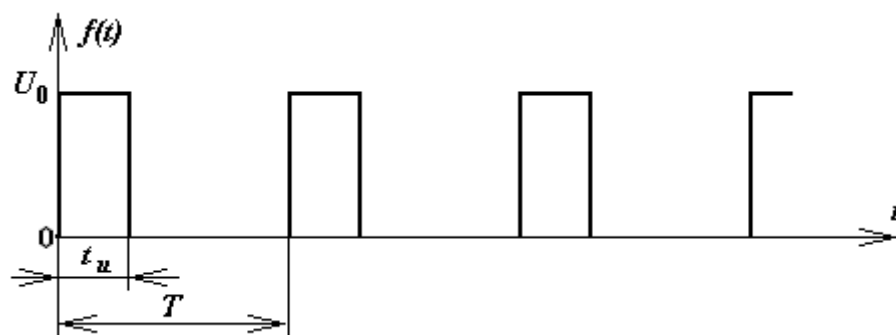


Рисунок 3. Периодическая последовательность прямоугольных видеоимпульсов.

Выберем следующие обозначения параметров импульсов: амплитуда —  $U_0$ , длительность импульса —  $t_u$ , период следования импульсов —  $T$ .

Аналитически периодическая последовательность негармонических видеоимпульсов на интервале  $T$  в зависимости от времени записывается следующим образом:



$$f(t) = \begin{cases} U_0 & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\text{и}} \\ 0 & \text{при } t_{\text{и}} \leq t \leq T \end{cases} \quad (1.7)$$

Рассчитаем коэффициенты разложения данного сигнала в ряд Фурье (1.1). В соответствии с (1.2) постоянная составляющая сигнала будет равна:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_{\text{и}}} U_0 dt = U_0 \frac{t_{\text{и}}}{T}. \quad (1.8)$$

Подставляя данные в выражение (1.3), получим значение коэффициента  $a_n$ :

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_1 t dt = \frac{2}{T} \int_0^{t_{\text{и}}} U_0 \cos n\omega_1 t dt = \\ &= \frac{2U_0}{Tn\omega_1} \sin n\omega_1 t \Big|_0^{t_{\text{и}}} = \frac{2U_0}{Tn\omega_1} \sin n\omega_1 t_{\text{и}} \end{aligned} \quad (1.9)$$

С помощью выражения (1.4) определяем значение коэффициента  $b_n$ :

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_1 t dt = \frac{2}{T} \int_0^{t_{\text{и}}} U_0 \sin n\omega_1 t dt = \\ &= \frac{2U_0}{Tn\omega_1} (-\cos n\omega_1 t) \Big|_0^{t_{\text{и}}} = \frac{2U_0}{Tn\omega_1} (1 - \cos n\omega_1 t_{\text{и}}) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Используя значения коэффициентов  $a_n$  (1.9) и  $b_n$  (1.10), найдем выражения  $A_n$  и  $\varphi_n$ :

$$\begin{aligned} A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{2U_0}{Tn\omega_1} \sqrt{\sin^2 n\omega_1 t_{\text{и}} + 1 - 2 \cos n\omega_1 t_{\text{и}} + \cos^2 n\omega_1 t_{\text{и}}} = \\ &= \frac{2U_0}{Tn\omega_1} \sqrt{2(1 - \cos n\omega_1 t_{\text{и}})} = \frac{2U_0}{Tn\omega_1} \sqrt{4 \sin^2 \frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2}} = \\ &= \frac{4U_0}{Tn\omega_1} \left| \sin \frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2} \right| = \frac{2U_0}{n\pi} \left| \sin \frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2} \right| \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned}\varphi_n &= \arctg \frac{a_n}{b_n} = \arctg \frac{\sin n\omega_1 t_{\text{и}}}{1 - \cos n\omega_1 t_{\text{и}}} = \\ &= \arctg \left( \frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2} \right) = \frac{1}{2} (\pi - n\omega_1 t_{\text{и}})\end{aligned}\quad (1.12)$$

Подставляя полученное значение коэффициентов  $A_n$  и  $\varphi_n$  в (1.5), получим выражение ряда Фурье для последовательности прямоугольных видеоимпульсов:

$$f(t) = U_0 \frac{t_{\text{и}}}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2U_0}{n\pi} \left| \sin \frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2} \right| \sin \left[ n\omega_1 t + \frac{1}{2} (\pi - n\omega_1 t_{\text{и}}) \right]. \quad (1.13)$$

В соответствии с выше изложенным, амплитудно-частотный спектр (АЧС) последовательности прямоугольных видеоимпульсов теоретически складывается из постоянной составляющей и синусоидальных гармоник с частотами  $n\omega_1$  и амплитудами:

$$\frac{2U_0}{n\pi} \left| \sin \frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2} \right| (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (1.14)$$

Изобразим АЧС исследуемой последовательности графически. Для этого введем обозначение:  $n\omega_1 = \omega^*$  и будем условно считать, что  $\omega^*$  изменяется непрерывно. При этом кривая, описывающая закон изменения амплитуд спектра последовательности прямоугольных видеоимпульсов (1.14), называется огибающей амплитудно-частотного спектра, и изменяется по закону  $\frac{2U_0}{n\pi} \left| \sin \frac{\omega^* t_{\text{и}}}{2} \right|$ . Частоты, при которых огибающая АЧС будет обращаться в нуль, определяются из условия:

$$\sin \frac{\omega^* t_{\text{и}}}{2} = 0 \text{ или } \frac{\omega^* t_{\text{и}}}{2} = k\pi, \quad (1.15)$$

в котором значения  $\omega^* = \frac{2\pi}{t_{\text{и}}} k$  вычисляются при  $(k = 1, 2, 3, \dots)$ .

Рассчитанный АЧС последовательности прямоугольных видеоимпульсов имеет вид (рисунок 4):

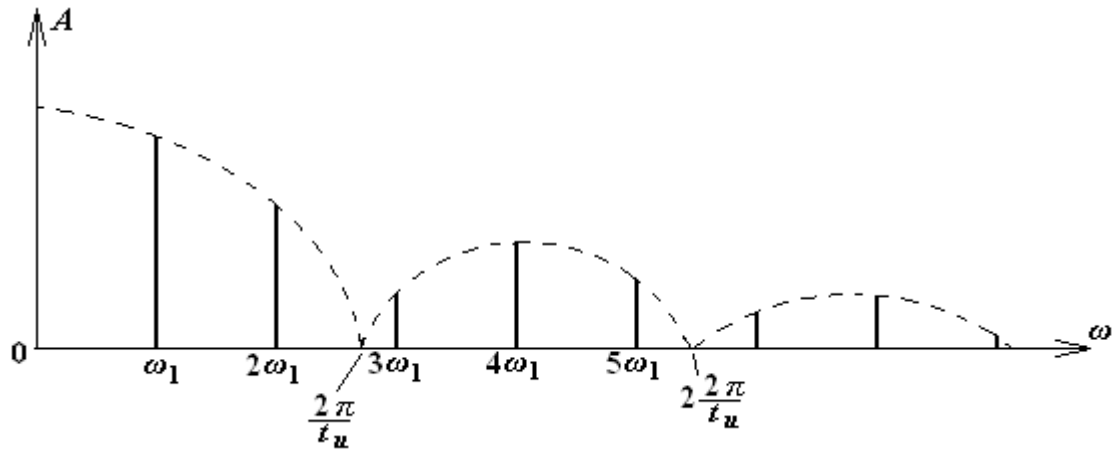


Рисунок 4. АЧС последовательности прямоугольных видеоимпульсов

Огибающая АЧС последовательности прямоугольных видеоимпульсов показана на рисунке 4 пунктиром.

Положение нулей огибающей определяется длительностью импульса.

Поскольку разложение (1.5) содержит только дискретные гармоники с частотами  $n\omega_1$ , то полученный спектр будет дискретным. Амплитуды гармоник показаны на рисунке 4, их значения определяются значением огибающей для конкретной частоты.

Частота первой гармоники  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$  определяется периодом колебания  $T$ . Подставив это значение в (1.13), получим:

$$f(t) = U_0 \frac{t_u}{T} + \frac{2U_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left| \sin \frac{n\pi t_u}{T} \right| \sin(n\omega_1 t + \varphi_n). \quad (1.16)$$

В этом выражении отношение  $T/t_u = Q$  называется скважностью импульсов. С учетом этого понятия выражение (1.16) запишется в виде:

$$f(t) = \frac{U_0}{Q} + \frac{2U_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left| \sin \frac{n\pi}{Q} \right| \sin(n\omega_1 t + \varphi_n). \quad (1.17)$$

Если принять значения скважности равным  $Q = 2$ , то амплитуда постоянной составляющей будет равна  $U_0/2$ , амплитуда первой гармоники -

$A_1 = \frac{2U_0}{\pi}$ , амплитуда второй гармоники -  $A_2 = 0$ , амплитуда третьей гармоники -  $A_3 = \frac{2U_0}{3\pi}$  и т.д. АЧС колебания при данном значении скважности имеет вид:

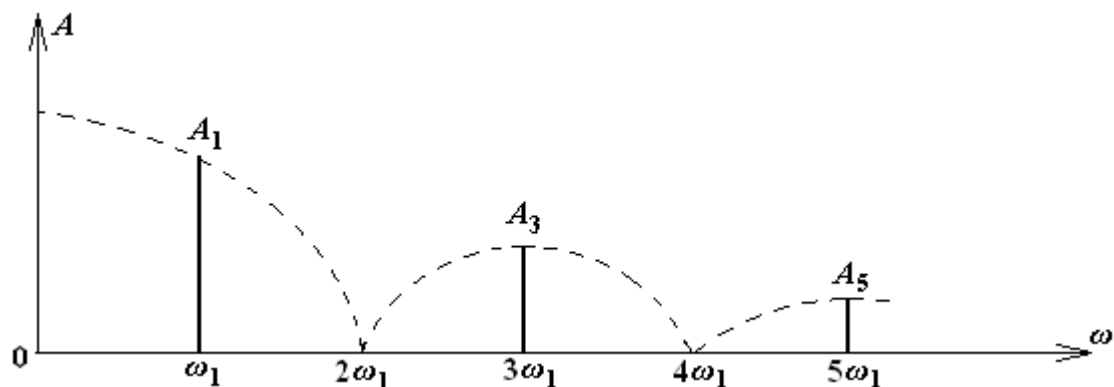


Рисунок 5. АЧС последовательности прямоугольных видеоимпульсов  
при  $Q = 2$

Следовательно, при  $Q = 2$  амплитуды второй, четвертой и остальных четных гармоник будут равны нулю, так как они попадают в нули огибающей.

При скважности  $Q = 4$ , как следует из (1.17), в нули огибающей будут попадать четвертая, восьмая, двенадцатая и кратные четырем гармоники. Спектр будет иметь вид, показанный на рисунке 6. Рисунки 4 - 6 позволяют выяснить, как будет изменяться АЧС последовательности, если изменять значения  $t_n$  или  $T$ :

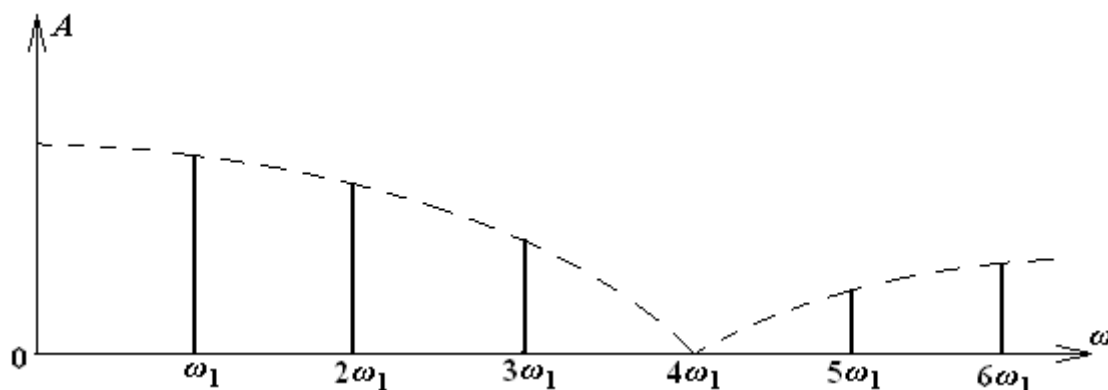


Рисунок 6. АЧС последовательности прямоугольных видеоимпульсов  
при скважности  $Q = 4$

## **2. Подготовка к выполнению лабораторной работы**

При подготовке к выполнению лабораторной работы студенту необходимо:

- ознакомиться с описанием данной лабораторной работы, уяснить цель работы,
- изучить основные теоретические сведения, приведенные в описании лабораторной работы,
- ответить на контрольные вопросы для допуска к выполнению и защите лабораторной работы, приведенные в конце описания,
- ознакомиться со схемой исследования, используемыми приборами и порядком проведения лабораторной работы.

## **3. Содержание отчета о результатах проделанной лабораторной работы**

В отчете по итогам выполнения лабораторной работы должны быть приведены:

- название и цель лабораторной работы,
- структурная схема электрической цепи, предназначенной для проведения исследования, с указанием всех её элементов, включая измерительные приборы и источник питания,
- математический аппарат, использованный при подготовке к проведению исследования и при обработке полученных результатов,
- результаты измерений, полученные в процессе эксперимента, а также итоговые результаты обработки этих результатов, оформленные численно и графические,
- выводы о результатах проведенных исследований.

#### 4. Алгоритм выделения гармонических составляющих из периодической последовательности негармонических видеоимпульсов

Рассмотрим алгоритм выделения гармонических составляющих из периодической последовательности негармонических (прямоугольных и экспоненциальных) видеоимпульсов, на которые она может быть разложена с помощью ряда Фурье.

Алгоритм выделения гармоник предполагает использование электрической цепи, содержащей параллельный колебательный контур (рисунок 7):

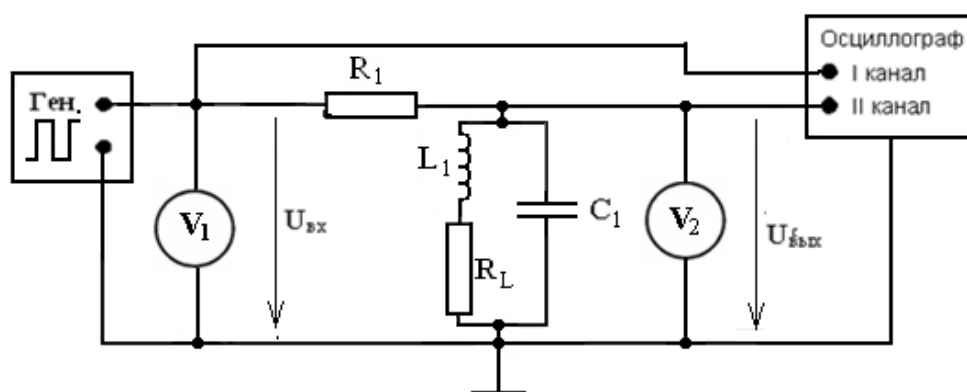


Рисунок 7. Схема электрической цепи, используемой для выделения гармонических колебаний из периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов

Известно, что в момент резонанса в параллельном колебательном контуре он выделяет (максимально усиливает) гармоническое колебание, частота которого совпадает с резонансной частотой этого контура. Это связано с тем, что в момент резонанса сопротивление параллельного колебательного контура достигает своего максимального значения и приобретает чисто активный характер. В связи с этим на контуре получается максимальное напряжение синусоидального колебания, имеющего частоту, совпадающую с резонансной частотой контура. Все остальные синусоидальные колебания образуют на контуре меньшие значения

напряжения, так как сопротивление высокодобротного параллельного контура резко уменьшается при отклонении частоты от резонансного значения. Уменьшение сопротивления контура будет происходить тем резче, чем выше добротность контура. Следовательно, параллельный колебательный контур всегда будет выделять (максимально усиливать) синусоидальные колебания, частота которых совпадает с его резонансной частотой.

Если на вход параллельного колебательного контура подать периодическую последовательность прямоугольных видеоимпульсов, которая раскладывается в ряд Фурье на сумму гармонических функций, то контур усилит (выделит) только ту гармонику, частота которой совпадет с его резонансной частотой. Для выделения первой гармоники на генераторе необходимо установить частоту следования импульсов, равную резонансной частоте параллельного колебательного контура.

Для выделения гармонического колебания с другой частотой необходимо изменить параметры параллельного контура таким образом, чтобы его новая резонансная частота совпала с частотой этой гармоники. Поскольку изменять параметры контура сложно и еще сложнее добиться, чтобы они соответствовали частоте нужной гармоники, то проще изменить частоту исследуемой последовательности и добиться того, чтобы частота исследуемой гармоники совпала бы с резонансной частотой параллельного контура. Так как все гармоники имеют частоты, кратные частоте первой гармоники, то для выделения нужной гармоники нужно уменьшить частоту последовательности, пропорционально номеру нужной гармоники, и тогда частота нужной гармоники последовательности прямоугольных видеоимпульсов совпадет с резонансной частотой контура.

В проводимом исследовании для выделения 3-ей гармоники на генераторе нужно установить частоту в 3 раза меньше резонансной частоты контура, для выделения 5-ой гармоники в 5 раз меньше резонансной частоты. Аналогично нужно поступать для остальных гармоник.

В предложенной схеме генератор, генерирующий последовательность периодических прямоугольных импульсов, включен последовательно с параллельным колебательным контуром и активным сопротивлением  $R_1$ , величина которого должна быть соизмерима или превышать сопротивление параллельного контура при резонансе. Вследствие этого ток, протекающий в неразветвленной ветви контура, будет изменяться в небольших пределах при изменении частоты генератора. Входное же сопротивление параллельного контура существенно изменяется в зависимости от частоты, принимая максимальное значение при резонансной частоте. Эффект выделения резонансной частоты будет тем сильнее, чем больше активное сопротивление  $R_1$ , включенное в схему, будет превышать сопротивление параллельного контура при резонансе и чем выше добротность самого параллельного контура. Процесс выделения конкретной гармоники с помощью параллельного контура легко осуществить с помощью осциллографа или милливольтметра, если они подключены к зажимам контура.

Следовательно, с помощью параллельного контура можно выделить из периодической последовательности прямоугольных импульсов все гармонические составляющие, кратные резонансной частоте параллельного контура. Амплитуды гармоник определяются с помощью осциллографа или милливольтметра.

Перед началом эксперимента необходимо рассчитать теоретически резонансную частоту параллельного колебательного контура, соответствующую номинальным значениям его элементов  $L$  и  $C$ , по формуле:

$$f_0^{\text{расч}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (1.18)$$

Так как все элементы макета учебной лабораторной установки ТЭЦ и используемые при проведении исследования приборы имеют определенный класс точности (т.е. имеют определенную погрешность в номиналах и



показаниях), то действительную резонансную частоту параллельного колебательного контура можно определить только экспериментально. Для этого нужно установить на генераторе рассчитанное значение резонансной частоты и плавно изменять его в большую и меньшую сторону, добиваясь максимального значения напряжения на контуре по экрану осциллографа или по показанию милливольтметра. Значение действительной резонансной частоты контура будет установлено, когда амплитуда выделяемой первой гармоники достигнет максимального значения.

Таким образом, определяется действительная резонансная частота  $f_o^д$  параллельного колебательного контура и соответственно амплитуда первой гармоники последовательности прямоугольных видеоимпульсов.

Для выделения третьей гармоники (согласно теории в спектре данной последовательности будут присутствовать только нечетные гармоники) установим на генераторе частоту в три раза меньше действительной резонансной частоты параллельного контура. В этом случае частота третьей гармоники последовательности видеоимпульсов совпадет с резонансной частотой контура.

При установке на генераторе этой частоты контур выделит 3-ю гармонику. На экране двухлучевого осциллографа можно увидеть, что в данном случае амплитуда выделенной гармоники будет максимальной (это можно проверить, если изменять частоту генератора около рассчитанного значения частоты 3-ей гармоники), а период входного импульса, подаваемого с генератора, в три раза превысит период выходного колебания.

Соответственно, частота выходного колебания будет в три раза больше частоты входного импульса.

Выделение пятой и последующих нечетных гармоник производится аналогично.

## 5. Порядок выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа выполняется студентом в составе бригады, состоящей из 2-3 человек. Перед началом проведения занятия ведущий преподаватель путем тестирования определяет готовность каждого студента группы к выполнению лабораторной работы. После проверки готовности студентов бригады она допускается на рабочее место и получает исходные данные для выполнения лабораторной работы.

При выполнении лабораторной работы используются:

- учебная лабораторная установка ТЭЦ СПб государственного университета телекоммуникаций,
- генератор низкочастотный
- милливольтметр

Рассмотрим порядок выполнения лабораторной работы в случае задания следующих исходных данных:

$$R_1 = 100\text{кОм}, L_1 = 14\text{мГн}, R_L = 2\text{ Ом}, C_1 = 50\text{нФ}, U_r = 3\text{В}, Q = 2.$$

Значение скважности, равное 2, означает, что длительность импульсов, генерируемых генератором равна половине периода колебания. При исследовании использовался именно такой генератор. Использование другого генератора, значение скважности у которого можно было менять, в данной работе не рассматривается.

По заданным исходным данным рассчитаем расчетную резонансную частоту параллельного колебательного контура:

$$f_0^{\text{расч}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{14 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-9}}} = 6,018 \cdot 10^3 \text{ Гц}.$$

На стенде учебном лабораторной установки собираем схему цепи для выделения гармонических составляющих из последовательности периодических прямоугольных видеоимпульсов (рисунок 7). Устанавливаем

на генераторе режим генерирования прямоугольных импульсов и значения выходного напряжения, равном 3В. Варьируя частоту генератора вблизи расчетной резонансной частоты  $f_o^{расч}$ , убеждаемся, что при этой частоте напряжение на контуре, фиксируемое осциллографом, будет максимальным и соответствующим амплитуде 1-ой гармоники. В данном случае, значение расчетной резонансной частоты параллельного контура  $f_o^д$  совпало с действительным значением этой частоты. Полученные значения частоты гармоники и ее действующего значения, измеренного милливольтметром, заносим в таблицу 1. Осциллограммы входного и выходного сигналов, полученные в результате выделения 1-ой гармоники, приведены на рисунке 8:

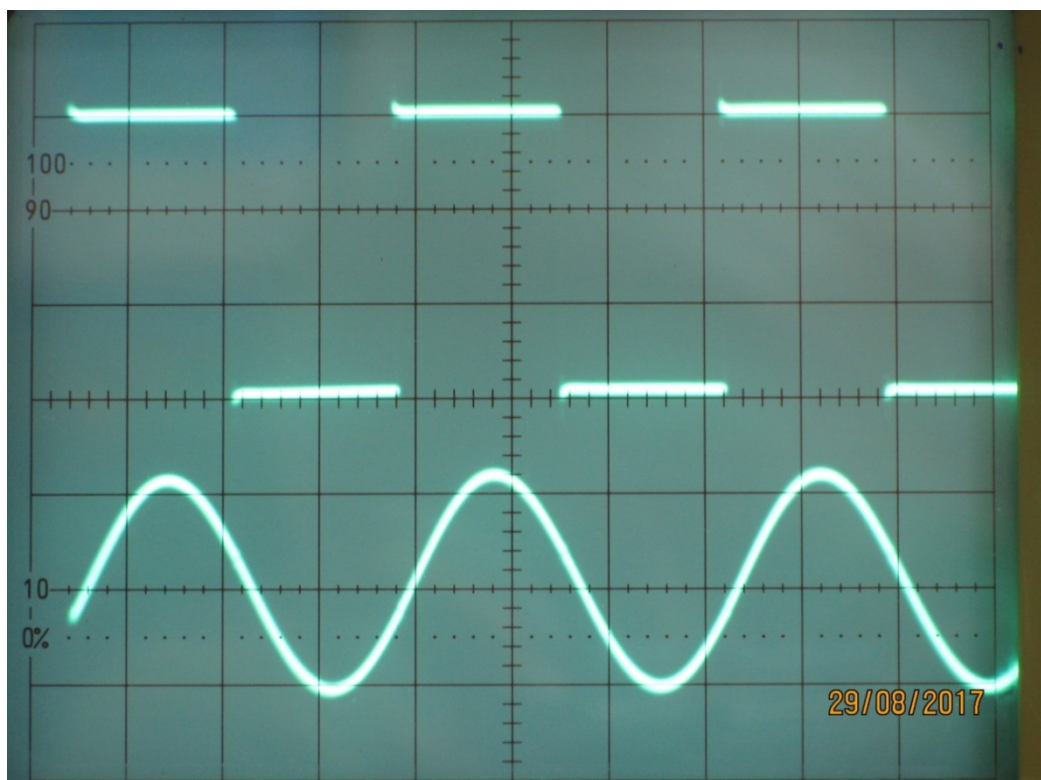


Рисунок 8. Осциллограммы входной периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов и её 1-ой гармоники.

На рисунке 8а приведены осциллограммы входной последовательности периодических прямоугольных видеоимпульсов и её первой гармоники, построенные с помощью компьютера:

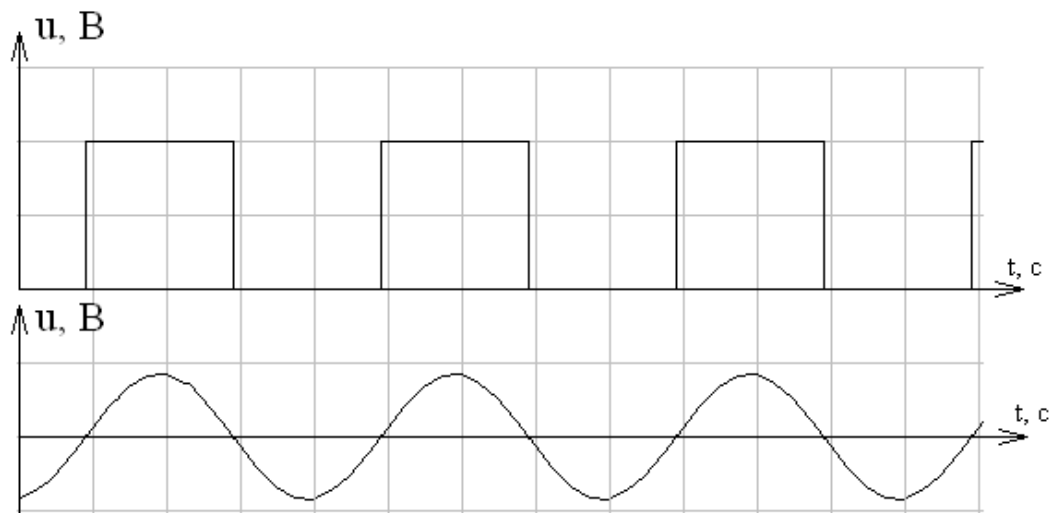


Рисунок 8а. Осциллограммы входной последовательности прямоугольных видеоимпульсов и её 1-ой гармоники (построенные с помощью компьютера)

Необходимо отметить, что все осциллограммы, снятые с экрана осциллографа и приведенные в пособии, представлены качественно, без численной разметки осей. Это сделано для большей наглядности представления расположения во времени друг относительно друга входных видеоимпульсов и выделенной гармоники с помощью осциллографа.

Численные значения амплитуд, периода и частоты входного сигнала и гармоник с помощью осциллограмм не определялись и не требовались для использования.

Зная действительное значение резонансной частоты параллельного контура, рассчитаем его характеристическое сопротивление  $\rho$ , добротность  $Q_{\text{доб}}$  и сопротивление контура при резонансе  $R_{\text{рез}}$  по формулам:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{14 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-9}}} = 530 \text{ Ом}$$

$$Q_{\text{доб}} = \frac{\rho}{R_L} = \frac{530}{2} = 265$$

$$R_{\text{рез}} = \frac{\rho^2}{R_L} = \frac{530^2}{2} = 140,45 \cdot 10^3 \text{ Ом.}$$

Далее рассчитаем ток в неразветвленной части цепи при резонансе  $I_0$  (учитываем, что  $R_{\text{рез}}$  чисто активное). Далее определяем напряжение на контуре при резонансе  $U_{\text{ко}}$  и рассчитываем коэффициенты ряда Фурье (1.15) при скважности 2, используя значение  $U_{\text{ко}}$ :

$$I_0 = \frac{U_{\Gamma}}{R_1 + R_{\text{рез}}} = \frac{3}{100 \cdot 10^3 + 140,45 \cdot 10^3} = 0,0125 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$U_{R_1} = I_0 \cdot R_1 = 0,0125 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^3 = 1,25 \text{ В}$$

$$U_{\text{ко}} = I_0 \cdot R_{\text{рез}} = 0,0125 \cdot 10^{-3} \cdot 140,45 \cdot 10^3 = 1,75 \text{ В}$$



$$A_{m1} = \frac{2 \cdot U_{\text{конт0}}}{\pi} = \frac{2 \cdot 1,75}{3,14} = 1,11 \text{ В} \quad U_{\text{конт1}} = \frac{A_{m1}}{\sqrt{2}} = \frac{1,11}{1,414} = 0,78 \text{ В}$$

$$A_{m3} = \frac{2 \cdot U_{\text{конт0}}}{3 \cdot \pi} = \frac{2 \cdot 1,75}{3 \cdot 3,14} = 0,37 \text{ В} \quad U_{\text{конт3}} = \frac{A_{m3}}{\sqrt{2}} = \frac{0,37}{1,414} = 0,26 \text{ В}$$

$$A_{m5} = \frac{2 \cdot U_{\text{конт0}}}{5 \cdot \pi} = \frac{2 \cdot 1,75}{5 \cdot 3,14} = 0,22 \text{ В} \quad U_{\text{конт5}} = \frac{A_{m5}}{\sqrt{2}} = \frac{0,22}{1,414} = 0,155 \text{ В}$$

Далее выделяем третью гармонику. Для этого устанавливаем на выходе генератора напряжение, равное 3В, и частоту, в 3 раза меньше действительной резонансной частоты контура. Варьируя частоту генератора вокруг рассчитанного значения, добиваемся максимального значения напряжения на контуре с помощью осциллографа и проверяем получение максимального значения амплитуды третьей гармоники в разложении ряда Фурье, С помощью милливольтметра замеряем действующее значение напряжения 3-ей гармоники. Полученные значения частоты и напряжения на контуре заносим в таблицу 1.

Таблица 1. Результаты выделения гармонических составляющих из последовательности периодических прямоугольных видеоимпульсов

$f_o^Д = 6.02 \text{ кГц}, \quad R_1 = 100 \text{ кОм}, \quad C_1 = 50 \text{ нФ}, \quad L_1 = 14 \text{ мГн}, \quad R_L = 20 \text{ Ом}, \quad U_o = 3B$								
№ п/п	Частота генератора $f$ , кГц	Номер гармоники, $n$	Частота выделенной гармоники, кГц	$U_{\text{конт.}},$ $B$	$A_n$ рас., $B$	$A_n$ , экс., $B$	Погрешность определения $A_n$ , %	Форма исследуемого сигнала
1.	6.02	1	6.02	0.78	1.11	1.11	0	
2.	3.01	2	0	0	0	0	-	
3.	2.0	3	6.02	0.26	0.37	0.37	0	
4.	1.5	4	0	0	0	0	-	
5.	1.2	5	6.02	0.15	0.22	0.22	0	
$f_o^Д = 6.02 \text{ кГц}, \quad R_1 = 50 \text{ кОм}, \quad C_1 = 50 \text{ нФ}, \quad L_1 = 14 \text{ мГн}, \quad R_L = 20 \text{ Ом}, \quad U_o = 3B$								
1.	6.02	1	6.02	1.15	1.409	1.626	15.4	
2.	3.01	2	3.0	0	0	0	-	
3.	2.0	3	6.02	0.38	0.47	0.537	14.2	
4.	1.5	4	0	0	0	0	0	
5.	1.2	5	6.02	0.23	0.282	0.325	15.2	

Осциллограммы входного и выходного сигналов, полученные после выделения 3-ей гармоники, приведены на рисунке 9:

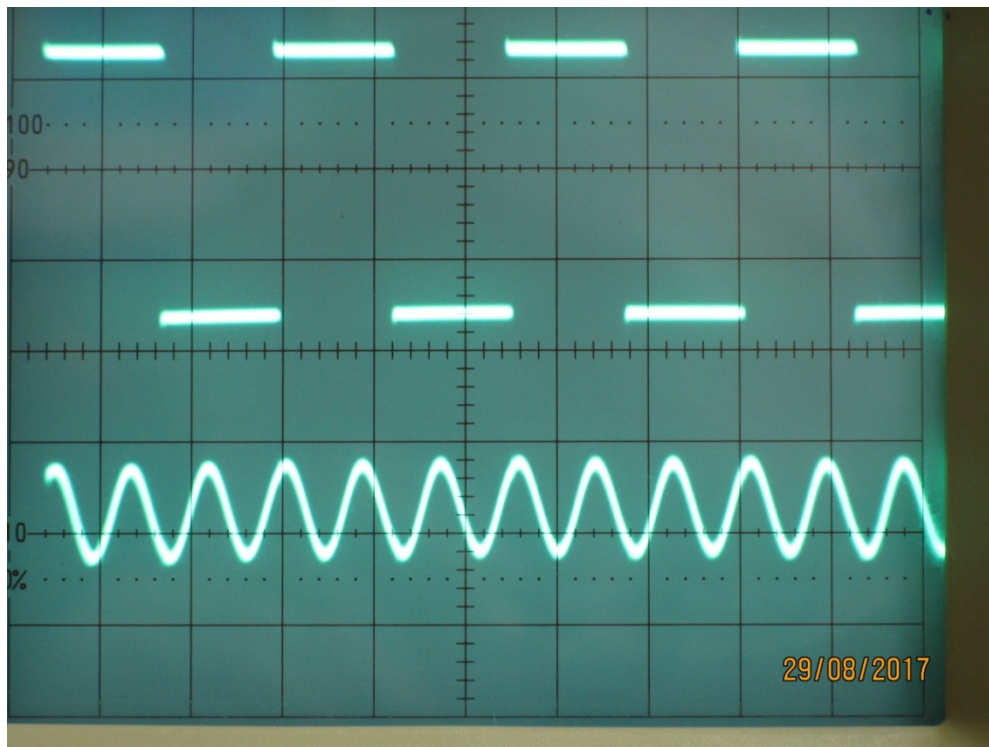


Рисунок 9. Осциллограммы входной периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов и её 3-ей гармоники.

На рисунке 9а приведены осциллограммы входной периодической последовательности прямоугольных импульсов и её 3-ей гармоники, построенные с помощью компьютера:

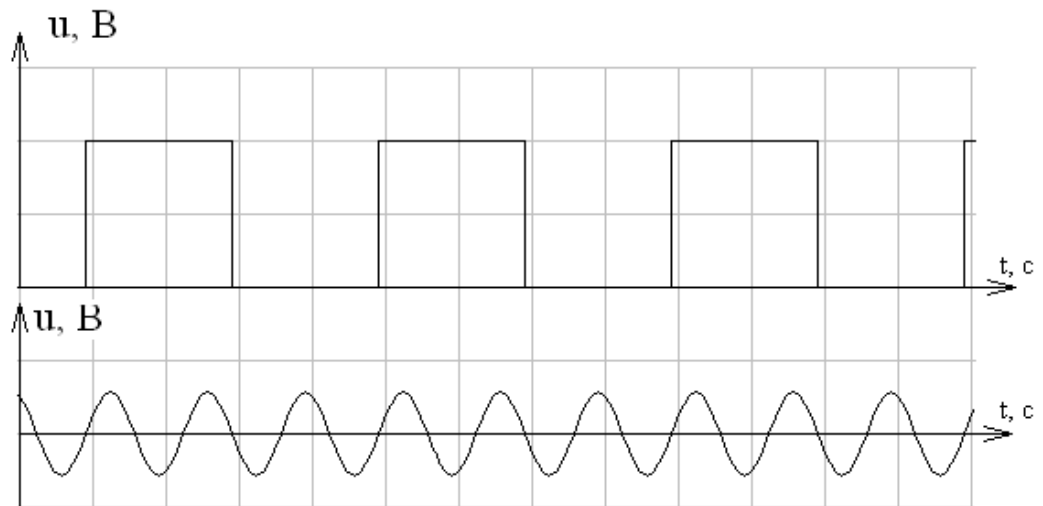


Рисунок 9а. Осциллограммы входной периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов и её 3-ей гармоники (построенные с помощью компьютера)

Аналогично проводим выделение 5-ой гармоники, а полученные результаты заносим в таблицу 1. Осциллограммы входной последовательности периодических прямоугольных импульсов и её 5-ой гармоники представлены на рисунке 10:

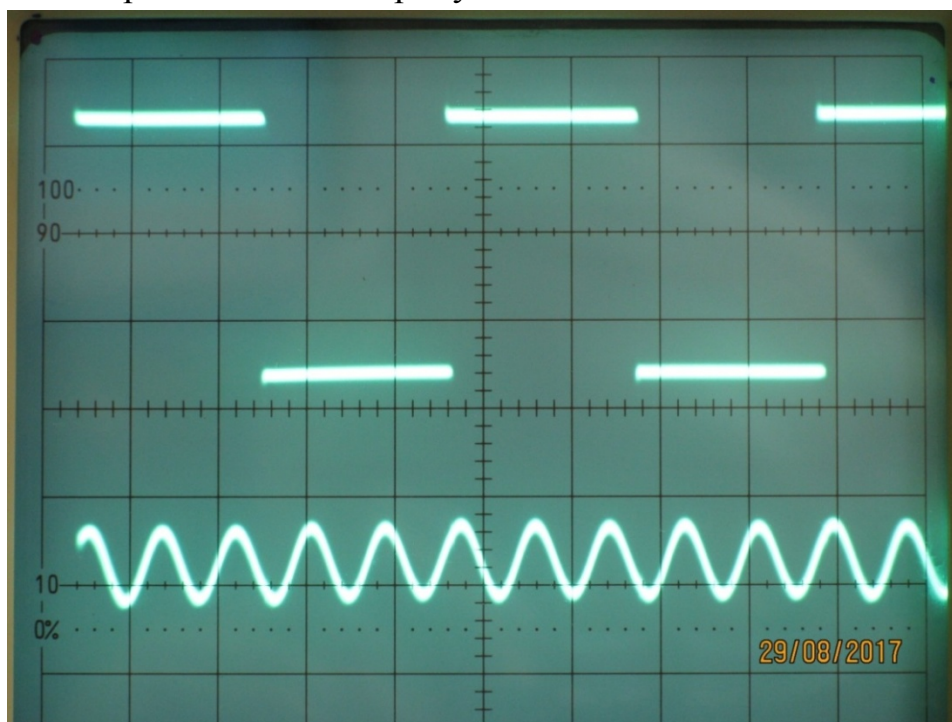


Рисунок 10. Осциллограммы входной последовательности периодических прямоугольных видеоимпульсов и её 5-ей гармоники  
На рисунке 10а приведены осциллограммы входной периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов и её 5-ой гармоники, построенные с помощью компьютера:

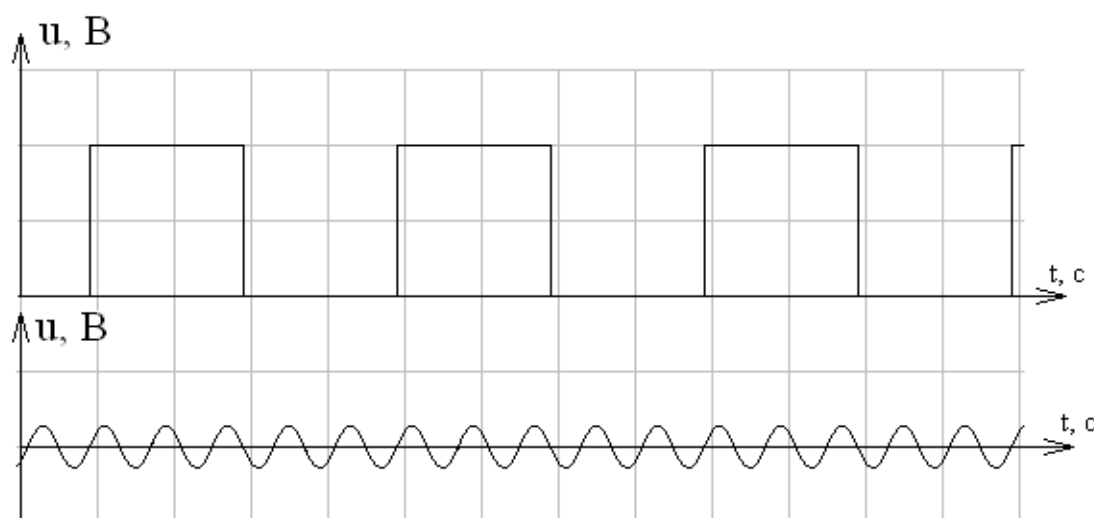


Рисунок 10а. Осциллограммы входной периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов и её 5-ой гармоники, построенные с помощью компьютера.



Количество исследуемых гармоник, которые нужно выделить в процессе эксперимента, определяет преподаватель, ведущий занятие.

Сравнивая амплитуды гармоник, рассчитанных теоретически и полученных экспериментально, убеждаемся в том, что полученные двумя способами результаты исследования, представленные в таблице 1, практически совпали.

По результатам проведенных исследований (таблица 1) построен график АЧС периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов (рисунок 11):

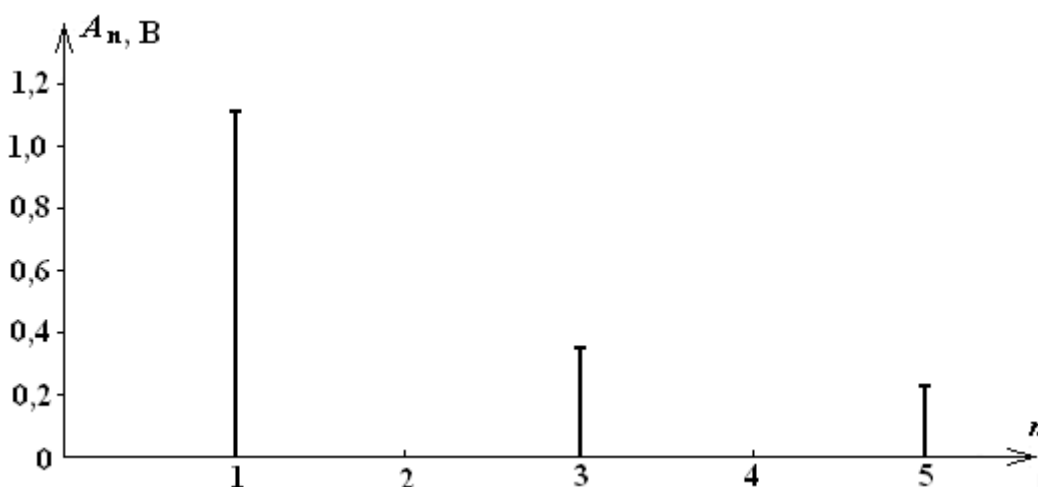


Рисунок 11. АЧС периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов при  $R_1 = 100$  кОм и  $Q=2$

При исследовании спектра периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов параметры параллельного колебательного контура оставались неизменными, а изменялась только частота генератора. При этом добивались совпадения резонансной частоты контура с частотой выделяемой гармоники. В связи с этим, по итогам исследования АЧС строился не в зависимости от частоты выделяемой гармоники, а в зависимости от ее номера.

Подобные исследования в данной схеме (рисунок 7) были проведены при значении сопротивления  $R_1$ , равном 50 кОм. Полученные при этом результаты также сведены в таблицу 1. Сопоставление

расчетных и полученных экспериментально амплитуд гармоник показало, что в данном случае погрешности при экспериментальном определении коэффициентов ряда Фурье составляют порядка 15%.

Следовательно, при проведении подобных исследований, сопротивление, включаемое в исследуемую схему последовательно с параллельным контуром, должно быть сопоставимым или превышающим значение сопротивления контура при резонансе.

Экспериментально было также проведено извлечение гармонических составляющих из периодической последовательности экспоненциальных видеоимпульсов. Для этого использовалась схема электрической цепи, приведенная на рисунке 12:

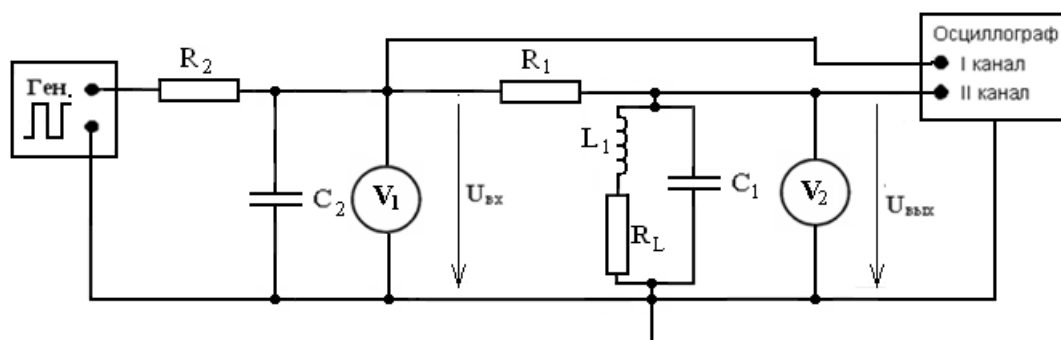



Рисунок 12. Схема электрической цепи для выделения гармонических колебаний из периодической последовательности экспоненциальных видеоимпульсов.

В данной схеме генератор периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов подключается к цепи  $R_2C_2$ . На выходе этой цепи образуется периодическая последовательность экспоненциальных видеоимпульсов, имеющих такой же период следования. Эти импульсы поступают в схему, состоящую из последовательно соединения активного сопротивления  $R_1$  и параллельного колебательного контура с теми же параметрами, которые использовались при проведении предыдущего исследования. Выделение гармонических составляющих из периодической последовательности экспоненциальных видеоимпульсов производится таким

же образом, каким производилось выделении гармонических составляющих из периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов. Результаты этих исследований сведены в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты выделения гармонических составляющих из периодической последовательности экспоненциальных видеоимпульсов

$f_0 = 6.02$ кГц, $R_1 = 100$ кОм, $R_2 = 1$ кОм, $C_1 = 50$ нФ, $L_1 = 14$ мГн, $C_2 = 0.05$ мкФ, $U_0 = 3В$						
№ п/п	Частота генератора $f$ , кГц	Номер гармоники, $n$	Частота выделенной гармоники, кГц	$U_{\text{конт.}}, В$	$A_n, \text{экс.}, В$	Форма исследуемого сигнала
1.	6.02	1	6.02	0.33	0.466	
2.	3.01	2	0	0	0	
3.	2.0	3	6.02	0.13	0.184	
4.	1.5	4	0	0	0	
5.	1.2	5	6.02	0.08	0.113	

Осциллограммы напряжения, подаваемого на контур, и выделенного им при получении 1, 3 и 5-ой гармоник, приведены на рисунках 13, 14 и 15 соответственно:

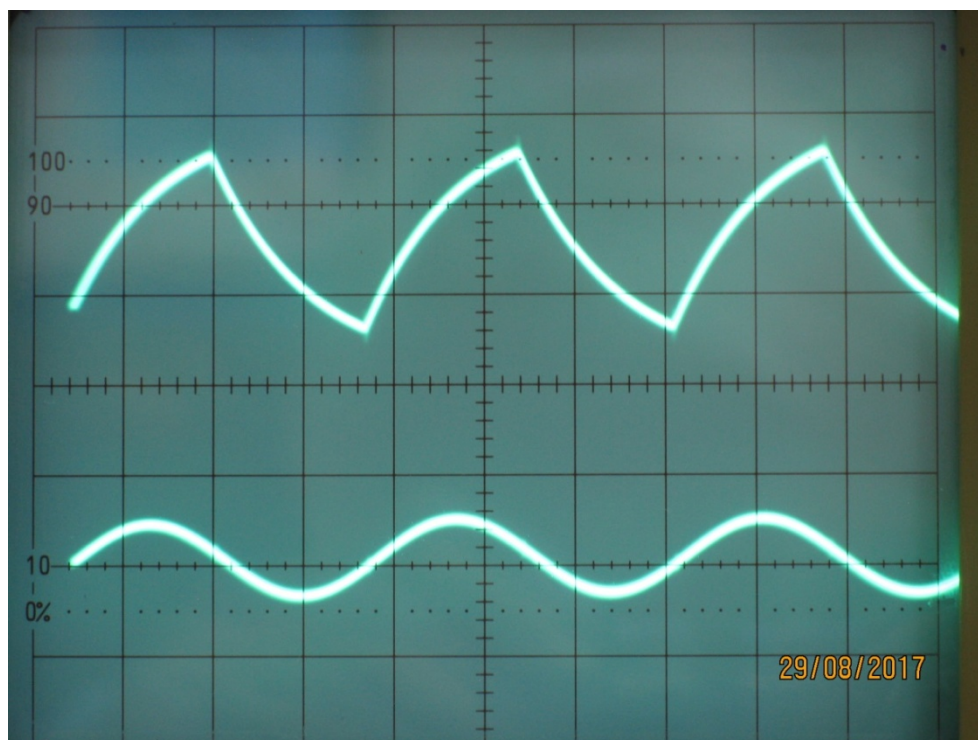


Рисунок 13. Осциллограммы входной периодической последовательности экспоненциальных видеоимпульсов и её 1-ой гармоники

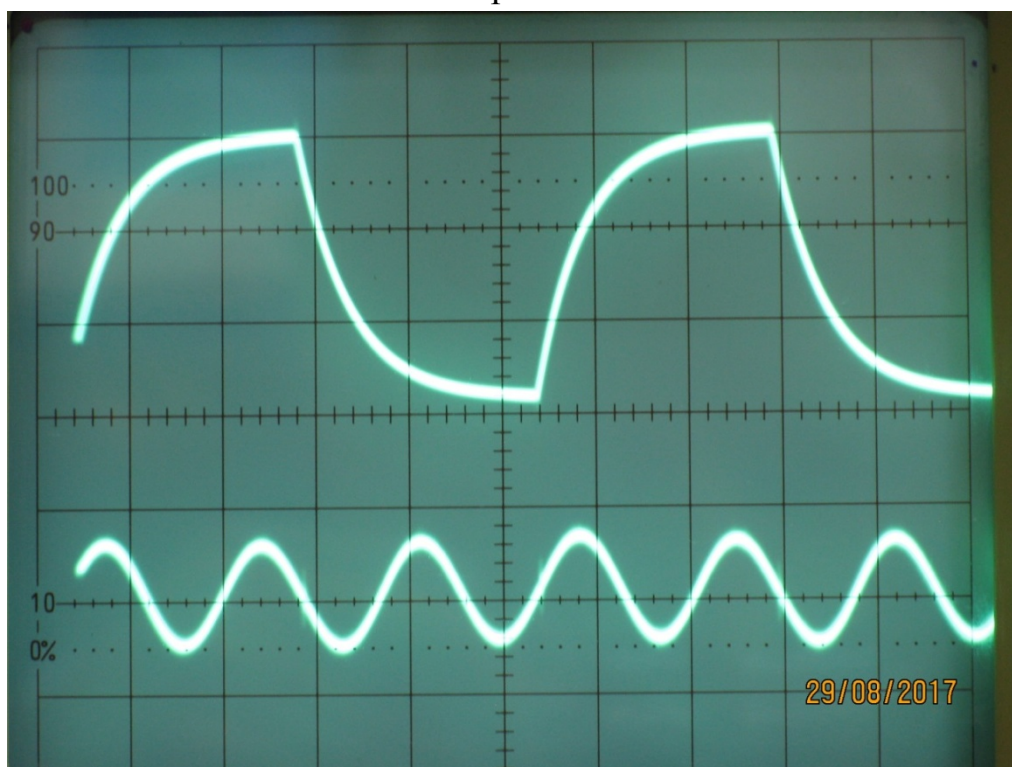


Рисунок 14. Осциллограммы входной последовательности экспоненциальных видеоимпульсов и её 3-ей гармоники.

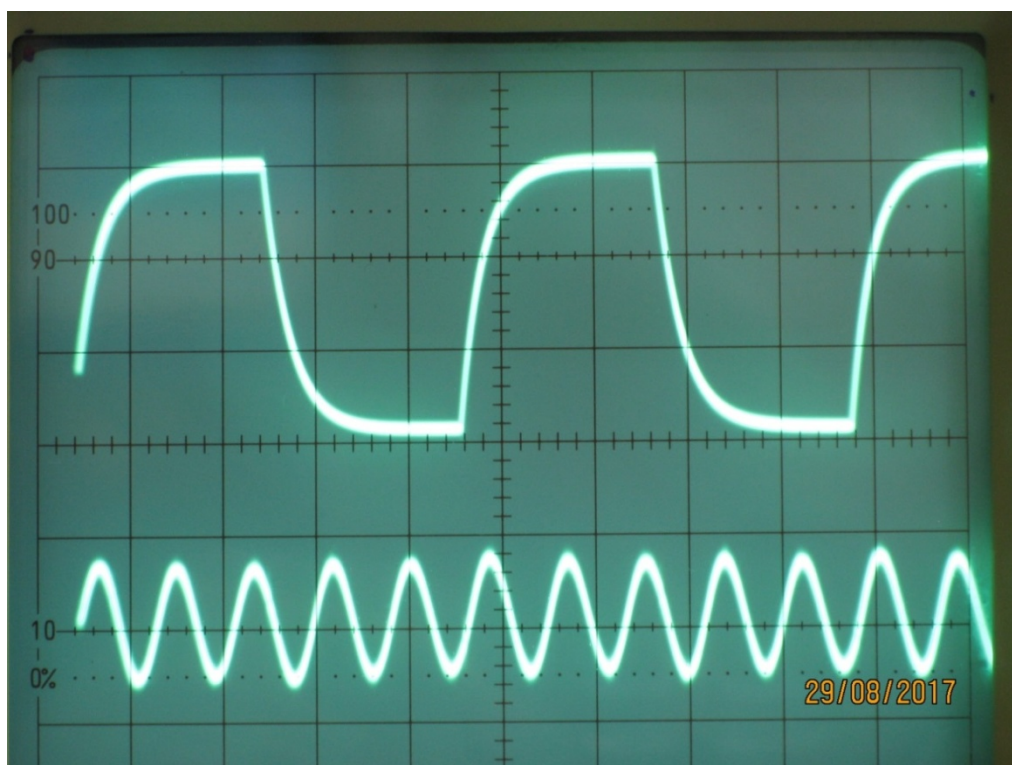


Рисунок 15. Осциллограммы входной последовательности экспоненциальных видеоимпульсов и её 5-ой гармоники.

АЧС гармонических составляющих периодической последовательности экспоненциальных видеоимпульсов, полученных в процессе эксперимента, приведен на рисунке 16:

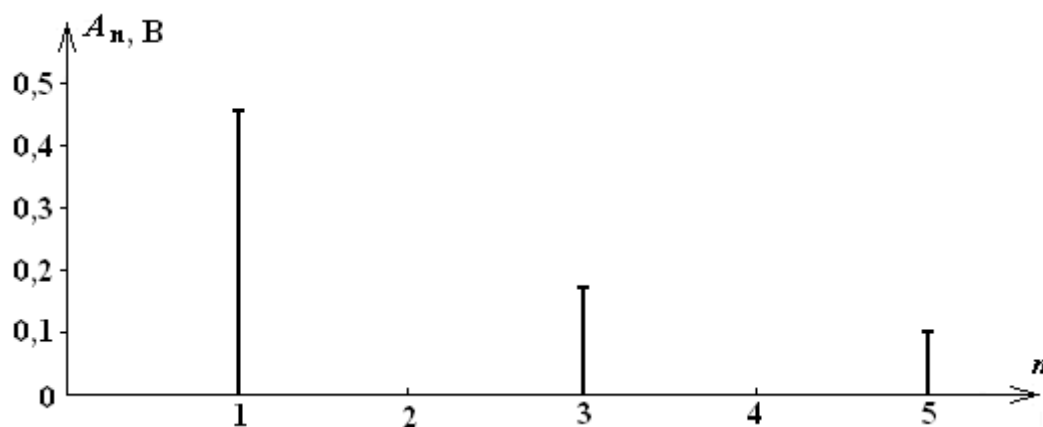


Рисунок 16. АЧС периодической последовательности экспоненциальных видеоимпульсов.

## **6. Анализ результатов проведенных исследований**

В результате проведенных исследований было экспериментально подтверждено, что любая периодическая последовательность негармонических функций (сигналов), удовлетворяющая условиям Дирихле, может быть разложена на сумму (в общем случае бесконечную) гармонических составляющих, называемую спектром этой функции. Спектр периодической негармонической функции представляется в виде дискретного спектра амплитуд и начальных фаз гармоник, на которые разлагается исходная негармоническая функция.

Данное положение было подтверждено на примере разложения периодических последовательностей прямоугольных и экспоненциальных импульсов на гармонические составляющие, значения амплитуд которых соответствовали значениям коэффициентов слагаемых ряда Фурье, полученным для данной функции теоретически.

Значения амплитуд гармоник, полученные экспериментально и рассчитанные теоретически для негармонической последовательности прямоугольных импульсов приведены в таблице 1. Сравнивая одни значения амплитуд гармоник с другими значения амплитуд, видим их полное совпадение в случае, когда значение активного сопротивления, включенного последовательно с параллельным колебательным контуром, сравнимо или превышает сопротивление контура при резонансе.

Полученные результаты подтверждают также, что суммируя слагаемые спектра периодического негармонического сигнала, можно получить при суммировании определенного числа его гармоник сам негармонический сигнал.

Следовательно, реакцию линейной электрической цепи на сложное периодически изменяющееся негармоническое воздействие можно получить, если просуммировать реакции этой цепи на каждую гармоническую составляющую, входящую в спектр поданного на вход сложного сигнала, в отдельности. Подобный подход существенно упрощает определение реакции цепи на сложное периодическое воздействие.

Результаты проведенных исследований также подтверждают теоретический вывод о том, что амплитуды гармонических составляющих спектров исследованных последовательностей убывают пропорционально номеру гармоник.

## **7. Контрольные вопросы для допуска к выполнению лабораторной работы**

1. Что такое спектр периодического сигнала?
2. Как получить спектр сигнала?
3. Разложение в ряд Фурье, выражения для определения его коэффициентов.
4. Чем отличается дискретный спектр и непрерывного спектра?
5. Условия резонанса в параллельном колебательном контуре?
6. Вид резонансных кривых параллельного колебательного контура.
7. Запишите формулу входного сопротивления параллельного контура при резонансе.
8. Вид АЧХ входного сопротивления параллельного контура.
9. Как меняются спектры периодической последовательности прямоугольных импульсов при изменении периода колебания?
10. Как меняются спектры периодической последовательности прямоугольных импульсов при изменении длительности импульса?
11. Дайте определение скважности импульсов.
12. Как определить амплитудное и действующее значение величины сигнала с помощью осциллографа?
13. Как определить частоту колебания периодического сигнала с помощью осциллографа?
14. Что такое гармоника?
15. Чем отличается высшая гармоника от первой?



## 8. Контрольные вопросы для защиты лабораторной работы

1. Нарисуйте спектр последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой  $U$ , длительностью  $t_{\text{и}}$  и периодом следования импульсов  $T$ .
2. Изобразите спектр последовательности прямоугольных импульсов при уменьшении длительности импульса  $t_{\text{и}}$ . Сравните с первым случаем.
3. Покажите изменение спектра последовательности прямоугольных импульсов при увеличении периода следования импульсов  $T$ . Сравните с первым случаем.
4. Как меняется спектр последовательности прямоугольных импульсов при  $T$ , стремящимся к бесконечности?
5. Как меняется спектр последовательности прямоугольных импульсов при значении  $t_{\text{и}}$ , стремящемся к нулю?
6. Покажите изменение спектра последовательности прямоугольных импульсов при увеличении амплитуды импульсов  $U$ .
7. Какие сигналы имеют дискретный, а какие непрерывный спектры?
8. Изобразите спектр последовательности прямоугольных импульсов при  $Q = 2$ .
9. Изобразите тот же спектр при  $Q = 4$ .
10. Как определить номер гармоники по осциллограммам входного и выходного сигналов?
11. Как меняются амплитуды гармоник в АЧС последовательности прямоугольных импульсов?
12. Изобразите АЧС одиночного прямоугольного импульса?
13. Изобразите ФЧС одиночного прямоугольного импульса?

14. Как меняется АЧС одиночного прямоугольного импульса при стремлении длительности  $t_{и}$ , к нулю?

15. Как меняется АЧС одиночного прямоугольного импульса при стремлении длительности импульса  $t_{и}$ , к бесконечности?

## Лабораторная работа № 7

### ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ВДОЛЬ ДЛИННОЙ ЛИНИИ С МАЛЫМИ ПОТЕРЯМИ

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Основная цель лабораторной работы – углубление, систематизация и закрепление теоретических знаний по дисциплине ТЭЦ, а также приобретение практических навыков исследования цепей с распределенными параметрами.

В методических указаниях рассмотрены следующие вопросы:

- ✓ особенности расчета цепей с распределенными параметрами;
- ✓ расчета цепей с распределенными параметрами при малых потерях в них;
- ✓ распределения напряжения в длинных линиях с малыми потерями при различных режимах работы.

## 1. Исследование цепей с распределенными параметрами

Линии связи, длина которых соизмерима с длиной электромагнитной волны, распространяющихся вдоль них, называются цепями с распределенными параметрами или длинными линиями. В схеме замещения такой линии каждый элементарный участок линии имеет активное сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$ , емкость  $C$  и проводимость изоляции проводов линии  $G$ . Эти параметры, отнесенные к единице длины линии, называются первичными (погонными) параметрами линии и обозначаются следующим образом:

- $R_0$  - активное сопротивление 1 км линии, измеряется в Ом/км,
- $L_0$  - индуктивность 1 км линии, измеряется в Гн/км,
- $C_0$  - емкость 1 км линии, измеряется с Ф/км,
- $G_0$  - активная проводимость изоляции проводов, измеряется в См/км,

Основной особенностью длинной линии является то, что токи и напряжения в любой точке линии зависят не только от времени  $t$ , фиксирующего момент наблюдения, но и от пространственной координаты  $x$ , определяющей место наблюдения.

Если разбить линию на элементарные участки длиной  $\Delta x$  и для одного из них составить уравнения для изменения напряжения и тока на этом участке в соответствии со схемой замещения, приведенной на рисунке 1, то получим следующие выражения:

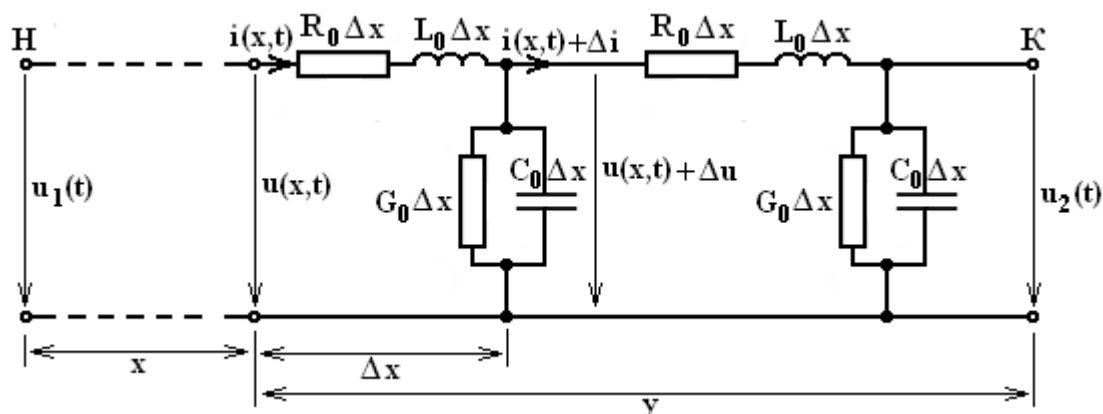


Рисунок 1. Схема замещения длинной линии

$$\begin{cases} -\Delta u = \left( R_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \right) \cdot \Delta x; \\ -\Delta i = \left( G_0 \cdot (u + \Delta u) + C_0 \cdot \frac{\partial (u + \Delta u)}{\partial t} \right) \cdot \Delta x, \end{cases} \quad (1)$$

где  $n$  - обозначение начала линии,

$k$  - обозначение конца линии,

$x$  - расстояние от начала линии до рассматриваемой точки,

$y$  - расстояние от конца линии до рассматриваемой точки,

$\ell = x + y$  - длина всей линии,

$\Delta x$  - длина элементарного участка линии,

$u(x, t)$  - напряжение между проводами в точке  $x$  в момент времени  $t$ ,

$i(x, t)$  - ток в линии в точке  $x$  в момент времени  $t$ ,

$\Delta u, \Delta i$  - приращения напряжения и тока на участке  $\Delta x$ .

При стремлении длины участка  $\Delta x$  к нулю точность системы уравнений (1) повышается.

Итак, линия рассматривается как цепная схема с бесконечно большим числом элементарных звеньев, электрические параметры которых бесконечно малы.

Отбросив величины второго порядка малости в выражении

$$\left( G_0 \cdot (u + \Delta u) + C_0 \cdot \frac{\partial (u + \Delta u)}{\partial t} \right) \cdot \Delta x,$$

перейдем в (1) к пределу, когда  $\Delta x \rightarrow 0$ :

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 \cdot u + C_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial t}; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} = R_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t}; \\ \frac{\partial i}{\partial y} = G_0 \cdot u + C_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial t}; \end{cases} \quad (3)$$

где:  $R_0, L_0, C_0, G_0$  - первичные параметры длинной линии.

Выражения напряжения  $u$  и тока  $i$  в точке, отстоящей на расстоянии  $x$  от начала линии (2), и в точке, отстоящей на расстоянии  $y$  от конца линии

(3), записываются в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных и называются телеграфными уравнениями. В этих уравнениях напряжение и ток в линии представлены частными производными, так как они зависят от двух независимых переменных.

Телеграфные уравнения решаются однозначно при использовании начальных и граничных условий.

Начальными условиями называются значения тока и напряжения в начале или в конце линии в момент времени, принятый за нуль.

Граничные условия определяются связями между напряжением и током в начале или в конце линии в зависимости от заданного режима работы линии. Обычно принимается, что первичные параметры линии связи равномерно распределены вдоль всей линии и такая линия считается однородной.

Если на вход такой линии (рисунок 1) подать синусоидальное напряжение с постоянной амплитудой, то вследствие линейности телеграфных уравнений ток и напряжение в любой точке линии будут также изменяться во времени по синусоидальному закону с частотой входного сигнала. Применяя комплексную форму записи для тока и напряжения, переходим к телеграфным уравнениям в обычных производных, составленных для комплексных действующих значений тока  $\dot{I} = I(x)$  и напряжения  $\dot{U} = U(x)$ . Подобный переход объясняется тем, что комплексные действующие значения напряжения и тока не зависят от времени  $t$  и в системе уравнений остается только одна независимая переменная –  $x$ :

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{U}}{dx} = (R_0 + j\omega L_0) \cdot \dot{I}; \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = (G_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U}; \end{cases} \quad (4)$$

Продифференцировав систему уравнений (4) по  $x$ , получаем систему дифференциальных уравнений второго порядка в виде:

$$-\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = (R_0 + j\omega L_0) \cdot \frac{d\dot{I}}{dx} = -(R_0 + j\omega L_0) \cdot (G_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U}, \quad (5)$$

$$-\frac{d^2\dot{I}}{dx^2} = (G_0 + j\omega C_0) \cdot \frac{d\dot{U}}{dx} = -(R_0 + j\omega L_0) \cdot (G_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{I}. \quad (6)$$

Введя  $\underline{\gamma}$  в качестве обозначения коэффициента распространения электромагнитной волны вдоль линии:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0) \cdot (G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta, \quad (7)$$

где  $\alpha$  - коэффициент ослабления амплитуды волны, распространяющейся вдоль линии, на 1 км этой линии (измеряется в дБ/км),

$\beta$  - коэффициент фазы, показывает изменение фазы волны, распространяющейся вдоль линии, на 1 км (измеряется в рад/км),

запишем дифференциальное уравнение, описывающее изменение действующего значения напряжения  $\dot{U}$  в точке  $x$  в следующем виде:

$$\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = \underline{\gamma}^2 \cdot \dot{U}. \quad (8)$$

Аналогично получаем дифференциальное уравнение для действующего значения тока:

$$\frac{d^2\dot{I}}{dx^2} = \underline{\gamma}^2 \cdot \dot{I}. \quad (9)$$

Решая однородные дифференциальные уравнения (8), (9), получаем выражения для действующих значений:

- напряжения  $\dot{U}$  в точке, отстоящей от начала линии на расстоянии  $x$ :

$$\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} - \underline{\gamma}^2 \cdot \dot{U} = 0, \quad p^2 - \underline{\gamma}^2 = 0, \quad p = \pm \underline{\gamma}. \\ \dot{U} = \underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}x} \quad (10)$$

- и тока в этой же точке

$$\dot{I} = \frac{1}{\underline{Z}_B} (\underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}x} - \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}x}), \quad (11)$$

где:  $\underline{A}_1$  и  $\underline{A}_2$  - постоянные интегрирования в комплексной форме,

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} - \text{волновое сопротивление линии}. \quad (12)$$

Волновым называется сопротивление, которое оказывает линия распространяющейся по ней электромагнитной волне.

Запишем выражения  $\dot{U}$  и  $\dot{I}$ , представив в них комплексные числа в показательной форме:

$$\dot{U} = A_1 e^{j\psi_1} \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} + A_2 e^{j\psi_2} \cdot e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}, \quad (13)$$

$$\dot{I} = \frac{1}{Z_B} (A_1 e^{j\psi_1} \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} - A_2 e^{j\psi_2} \cdot e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}), \quad (14)$$

где:  $A_1$  и  $A_2$  – модули постоянных интегрирования (они определяются с учетом начальных условий),

$\psi_1$ ,  $\psi_2$  – аргументы постоянных интегрирования.

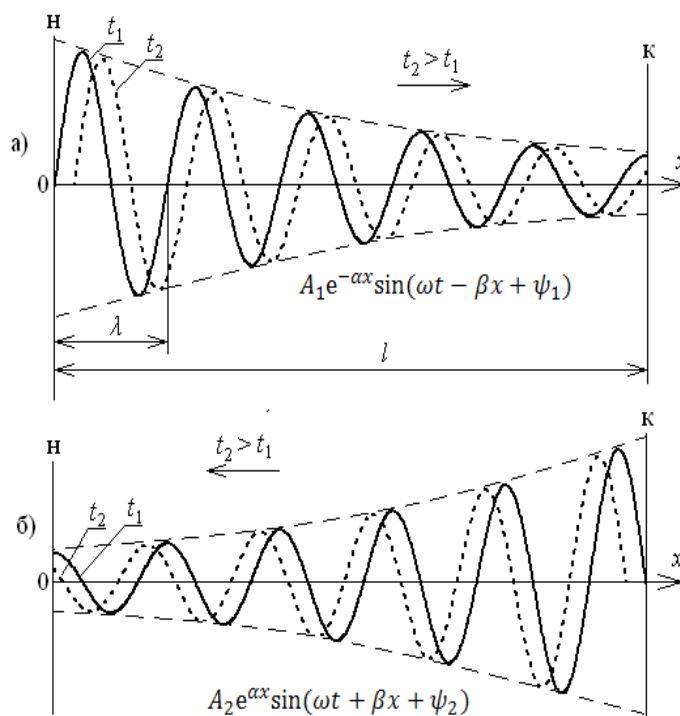
От комплексных действующих значений возвращаемся к мгновенным значениям токов и напряжений в точке, отстоящей от начала линии на расстоянии  $x$ . Эти значения являются функциями двух переменных  $x$  и  $t$ :

$$u(x, t) = \sqrt{2} A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi_1) + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2) \quad (15)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_B} (\sqrt{2} A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \psi_1 - \beta x - \varphi_z) + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \psi_2 + \beta x - \varphi_z)), \quad (16)$$

где  $\varphi_z$  – начальная фаза комплексного сопротивления  $Z_B$ .

Из выражений (15) и (16) следует, что напряжение  $u$  и ток  $i$  в любой точке  $x$  линии могут быть представлены в виде суммы двух синусоидальных составляющих, амплитуды и фазы которых зависят от координаты  $x$  (рисунки 2а и 2б):





## Рисунки 2 а и 2б. Падающая и отраженная волны в длинной линии

Первое слагаемое в (15) представляет собой синусоиду (рисунок 2а), амплитуда которой уменьшается по экспоненциальному закону по мере удаления от начала линии ( $x \rightarrow \ell$ ). С течением времени эта синусоида перемещается от начала к концу линии и называется прямой или падающей волной. Второе слагаемое (15) представляет собой синусоиду (рисунок 2б), амплитуда которой увеличивается по экспоненциальному закону по мере удаления от начала линии. Распространяется она от конца линии к ее началу, т.е. в направлении противоположном направлению распространения прямой волны. Называется она обратной или отраженной волной. Падающая волна возникает в линии в результате подачи на вход синусоидального напряжения, а отраженная волна образуется при отражении падающей волны от конца линии. Падающая и отраженная волны перемещаются в противоположных друг другу направлениях с одинаковой скоростью, называемой фазовой. Фазовая скорость определяется как скорость перемещения точки волны, фаза колебания в которой остается постоянной (например, амплитуды волны), и рассчитывается по формуле:

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} = \lambda f, \quad (17)$$

где  $\lambda$  - длина волны.

Длиной волны напряжения (тока) называется расстояние между двумя точками длинной линии, в которых фазы рассматриваемой слагающей напряжения (тока) отличаются на  $2\pi$ . Длина волны определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (18)$$

Напряжение или ток в любой точке длинной линии равны сумме падающей и отраженной волн напряжения или тока.

Запишем выражения комплексных действующих значений напряжения и тока в точке с координатой  $x$ :

$$\dot{U} = \dot{U}_{\Pi} + \dot{U}_o, \quad (19)$$

где  $\dot{U}_\Pi = \underline{A}_1 e^{-\gamma x}$  - напряжение падающей волны, (20)

$\dot{U}_o = \underline{A}_2 e^{-\gamma x}$  - напряжение отраженной волны, (21)

$$\dot{I} = \dot{I}_\Pi - \dot{I}_o, \quad (22)$$

где  $\dot{I}_\Pi = \frac{\dot{U}_\Pi}{Z_B}$  - ток падающей волны, (23)

$\dot{I}_o = \frac{\dot{U}_o}{Z_B}$  - ток отраженной волны. (24)

Определим постоянные интегрирования, используя начальные условия в начале линии, когда координата  $x$  равна 0, а напряжение и ток равны  $\dot{U}(0) = \dot{U}_1$  и  $\dot{I}(0) = \dot{I}_1$ :

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{Z_B} (\underline{A}_1 e^{-\gamma x} - \underline{A}_2 e^{\gamma x}) \\ \dot{U}(0) &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 = \dot{U}_1 \\ \dot{I}(0) &= \frac{1}{Z_B} (\underline{A}_1 - \underline{A}_2) = \dot{I}_1 \\ \underline{A}_1 &= \dot{U}_1 - \underline{A}_2 \\ \underline{A}_2 &= \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_B}{2} \\ \underline{A}_1 &= \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_B}{2} \end{aligned}$$

После этого запишем комплексное действующее значение напряжения в точке, отстоящей от начала линии на расстоянии  $x$ , выраженное через значения входного напряжения и входного тока:

$$\dot{U} = \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x} = \dot{U} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_B}{2} e^{-\gamma x} + \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_B}{2} e^{\gamma x} \quad (25)$$

После ввода понятия коэффициента отражения волны по напряжению  $\underline{\rho}_1$  от начала линии:

$$\underline{\rho}_1 = \frac{\dot{U}_o(0)}{\dot{U}_1(0)} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_B}{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_B} = \frac{Z_1 - Z_B}{Z_1 + Z_B}, \quad (26)$$

где

$$\underline{Z}_1 = \frac{\dot{U}_1}{i_1} - \text{сопротивление устройства, подключенного ко входу линии,} \quad (27)$$

получим значения напряжения и тока в точке, отстоящей от начала линии на расстоянии  $x$ , выраженные через напряжение и ток в начале линии и коэффициент отражения волны от начала линии:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_1 + i_1 \underline{Z}_B}{2} (e^{-\gamma x} + \underline{\rho}_1 e^{\gamma x}) \quad (28)$$

$$i = \frac{\dot{U}_1 + i_1 \underline{Z}_B}{2 \underline{Z}_B} (e^{-\gamma x} - \underline{\rho}_1 e^{\gamma x}) \quad (29)$$

Когда известны напряжение и ток в конце линии, то постоянные интегрирования определяются через начальные условия в конце линии. В этом случае расстояние  $x$  от начала линии равно длине линии  $\ell$  и постоянные интегрирования выражаются через напряжение и ток в конце линии:  $\dot{U}(\ell) = \dot{U}_2$ ,  $i(\ell) = i_2$ :

$$\dot{U}(\ell) = \dot{U}_2 = \underline{A}_1 e^{-\gamma \ell} + \underline{A}_2 e^{\gamma \ell} \quad (30)$$

$$i(\ell) = i_2 = \frac{1}{2 \underline{Z}_B} (\underline{A}_1 e^{-\gamma \ell} - \underline{A}_2 e^{\gamma \ell}) \quad (31)$$

Рассчитав постоянные интегрирования и введя коэффициент отражения  $\underline{\rho}_2$  падающей волны напряжения от конца линии:

$$\underline{\rho}_2 = \frac{\dot{U}_0(\ell)}{\dot{U}_n(\ell)} = \frac{\dot{U}_2 - i_2 \underline{Z}_B}{\dot{U}_2 + i_2 \underline{Z}_B} = \frac{\underline{Z}_H - \underline{Z}_B}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_B}, \quad (32)$$

где  $\underline{Z}_H = \frac{\dot{U}_2}{i_2}$  - сопротивление нагрузки, подключенной к концу линии,  $(33)$

запишем выражение напряжения и тока в точке линии, отстоящей от конца на расстоянии  $y$ , через напряжение и ток в конце этой линии:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_2 + i_2 \underline{Z}_B}{2} (e^{\gamma y} + \underline{\rho}_2 e^{-\gamma y}), \quad (34)$$

$$i = \frac{\dot{U}_2 + i_2 \underline{Z}_B}{2 \underline{Z}_B} (e^{\gamma y} - \underline{\rho}_2 e^{-\gamma y}). \quad (35)$$

Коэффициентом отражения падающей волны напряжения  $\underline{\rho}_2$  от конца линии называется отношение комплексной амплитуды напряжения отраженной волны в конце линии к комплексной амплитуде напряжения падающей волны в этой же точке.

В общем случае коэффициент  $\underline{\rho}_2$  является комплексной величиной. По абсолютной величине он не может быть больше единицы, так как в этом случае амплитуда отраженной волны была бы больше амплитуды падающей волны.

В случае холостого хода, когда выходные зажимы линии разомкнуты, энергия на выходе не потребляется. При этом происходит полное отражение падающей волны от конца линии и амплитуда падающей и отраженной волн напряжения будут равны друг другу. Коэффициент отражения по напряжению  $\underline{\rho}_2$  становится равным 1. Напряжение в конце линии при этом удваивается.

При коротком замыкании выходных зажимов линии напряжение на выходе линии становится равным нулю, так как выходные зажимы линии закорочены (соединены проводником, сопротивление которого равно нулю). В этом случае амплитуда падающей волны напряжения будет равна амплитуде отраженной волны напряжения, но знаки напряжений у волн будут противоположными. Поэтому суммарное напряжение на выходе линии будет равным нулю.

В случае согласованной нагрузки, когда сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению линии (линия считается нагруженной согласованно), вся энергия, приносимая в конец линии падающей волной, переходит в нагрузку. Отраженная волна в данном случае отсутствует.

Существуют длинные линии, в которых активные потери пренебрежимо малы. При этом можно считать, что первичные параметры линии  $R_0$  и  $G_0$  практически равны нулю. Коэффициент распространения  $\underline{\gamma}$ , определяемый выражением (7), в данном случае будет равен:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{j\omega L_0 \cdot j\omega C_0} = j\omega\sqrt{L_0 C_0} = j\beta, \quad (36)$$

где  $\alpha = 0$  (коэффициент равен нулю и постоянен), а  $\beta = \omega\sqrt{L_0 C_0}$  (коэффициент прямо пропорционален частоте  $\omega$ ).

Волновое сопротивление  $\underline{Z}_B$  такой длинной линии будет чисто активным и равным:

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{j\omega L_0}{j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = R_B. \quad (37)$$

В соответствии с (36) и (37) амплитуды падающей и отраженной волн, распространяющихся вдоль длинной линии без потерь, будут постоянными по величине по всей длине линии (так как  $\alpha = 0$ ).

Рассмотрим режимы работы длинной линии без потерь при различных нагрузках.

**а) режим холостого хода на выходе линии.**

В этом случае  $Z_H = \infty$ . В соответствии с (32) коэффициент отражения по напряжению от конца линии  $\underline{\rho}_2$  будет равным 1, а ток в конце линии будет равным:

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_H} = 0.$$

Выражения для действующих значений тока и напряжения (34), (35) примут вид:

$$\dot{U}(y) = \dot{U}_2 \cdot \frac{e^{\gamma y} + e^{-\gamma y}}{2} \quad (38)$$

$$\dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \frac{e^{\gamma y} - e^{-\gamma y}}{2} \quad (39)$$

С учетом (36) и (37) эти выражения запишутся следующим образом:

$$\dot{U}(y) = \dot{U}_2 \cdot \frac{e^{j\beta y} + e^{-j\beta y}}{2} = \dot{U}_2 \cdot ch(j\beta y) = \dot{U}_2 \cdot \cos(\beta y), \quad (40)$$

$$\dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \frac{e^{j\beta y} - e^{-j\beta y}}{2} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot sh(j\beta y) = j \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \cdot \sin(\beta y). \quad (41)$$

Выражения для мгновенных значений напряжения и тока будут иметь вид следующий вид:

$$u(y, t) = U_2 \cos(\beta y) \cdot \sin(\omega t + \psi_2) \quad (42)$$

$$i(y, t) = \frac{U_2}{R_B} \sin(\beta y) \cdot \sin(\omega t + \psi_2 + \pi/2) \quad (43)$$

где  $\psi_2$  - начальная фаза комплексного напряжения  $\dot{U}_2$ , а сдвиг фаз в формуле тока, равный  $\pi/2$ , появился в связи с множителем  $j$ , поскольку  $j = e^{j\pi/2}$ .

Распределение мгновенных значений напряжения и тока по длине линии показано на рисунке 3а, б:

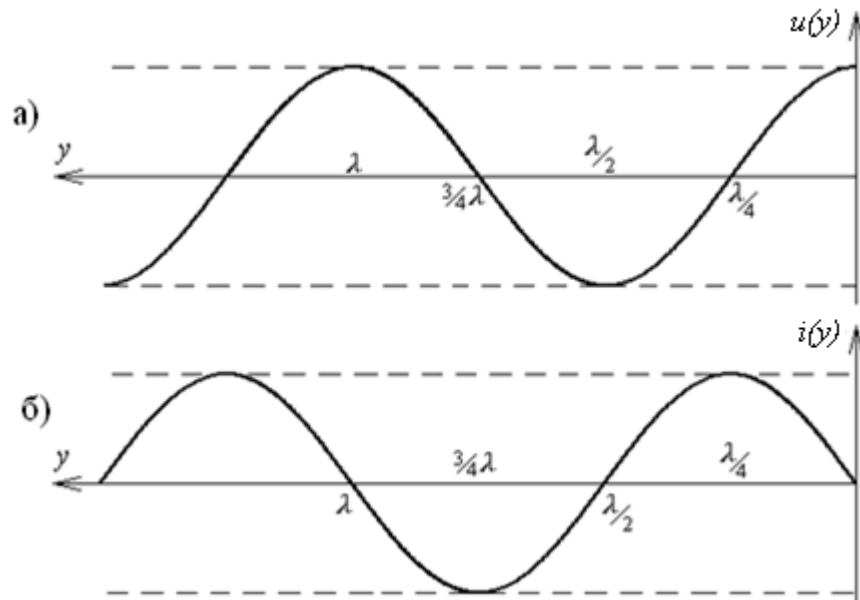


Рисунок 3а, б. Распределение мгновенных значений напряжения и тока вдоль линии без потерь в режиме холостого хода

Как следует из рисунка 3а, б, в некоторых точках линии амплитуда напряжения всегда будет равна нулю. Они называются узлами напряжения. Расположение узлов напряжения определяется условием:

$$\cos \beta y = 0 \quad \text{или} \quad \beta y = (2k+1)\pi/2 \quad (\text{при } k = 0, 1, 2, \dots) \quad (44)$$

Подставляя в (44) значение  $\beta = 2\pi/\lambda$ , получим, что узлы напряжения будут соответствовать значениям  $y$ , равным:  $\lambda/4$ ;  $3\lambda/4$ ;  $5\lambda/4$  и т.д.

Точки линии, в которых амплитуда напряжения всегда будет максимальной, называются пучностями напряжения. Они соответствуют условиям:

$$\cos \beta y = 1; \quad \beta y = k\pi; \quad y = k \lambda/2 \quad (\text{при } k=0, 1, 2, \dots). \quad (45)$$

Из (42), (43) следует, что положение нулей и пучностей напряжения и тока не изменяется во времени. Такой режим называется режимом стоячих

волн. Физически появление таких волн обусловлено сложением падающей и отраженной волн, которые в линии без потерь при  $\rho_2 = 1$  имеют равные амплитуды.

В пучностях напряжения (тока) падающая и отраженная волны совпадают по фазе и суммарное напряжение (ток) удваивается. В узлах напряжения (тока) падающая и отраженная волны имеют противоположные фазы и их сумма всегда оказывается равной нулю.

Активная мощность  $P = UI \cos \varphi$ , передаваемая по линии в режиме стоячих волн, будет равна нулю, так как ток и напряжение в любой точке линии сдвинуты друг относительно друга на угол, равный  $\pi/2$  (42), (43).

Если записать по (42) и (43) распределение действующих значений напряжения и тока в линии без потерь в режиме холостого хода, то получим следующие выражения:

$$U(y) = U_2 \cos \beta y. \quad (46)$$

$$I(y) = \frac{U_2}{R_B} \sin \beta y = I_2 \sin \beta y, \quad (47)$$

Распределение действующих значений напряжения и тока показаны на рисунке 4:

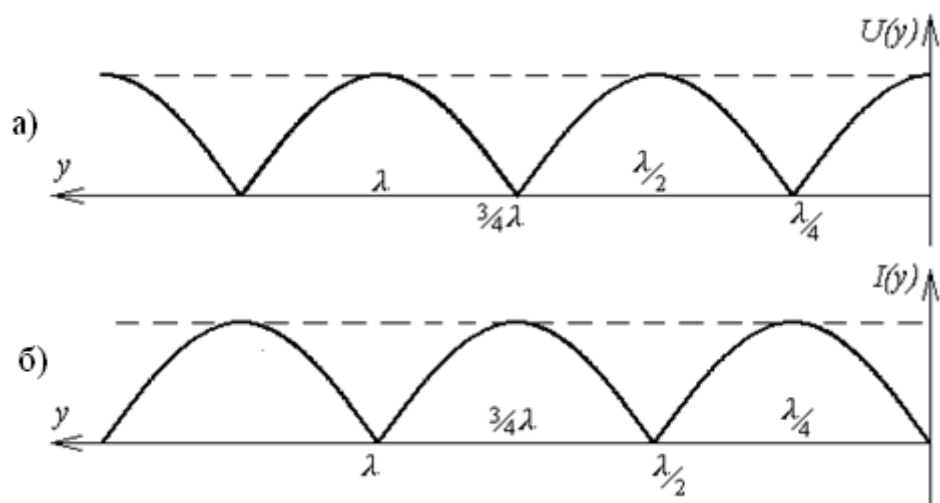


Рисунок 4. Распределение действующих значений напряжения и тока вдоль линии без потерь в режиме холостого хода

Это распределение действующих значений напряжений напоминает распределение амплитуд мгновенных значений этих же напряжений с тем

лишь отличим, что отрицательные полуволны становятся положительными. Получается выпрямленная косинусоида для напряжения и выпрямленная синусоида для тока.

**б) режим короткого замыкания на выходе линии.**

В этом случае сопротивление нагрузки на выходе линии равно нулю. Коэффициент отражения по напряжению будет равен:

$$\rho_2 = \frac{\dot{U}_0(l)}{\dot{U}_n(l)} = \frac{\underline{Z}_H - \underline{Z}_B}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_B} = \frac{0 - \underline{Z}_B}{0 + \underline{Z}_B} = -1 \quad (48)$$

а напряжение на выходе линии будет равно нулю:

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_H = \dot{I}_2 \cdot 0 = 0.$$

Выражения для напряжения и тока в точке, отстоящей от конца линии на расстоянии  $y$ , принимают вид:

$$\dot{U}(y) = \frac{\dot{I}_2 \underline{Z}_B}{2} \cdot (e^{\underline{\gamma} y} - e^{-\underline{\gamma} y}) \quad (49)$$

$$\dot{I}(y) = \frac{\dot{I}_2}{2} \cdot (e^{\underline{\gamma} y} + e^{-\underline{\gamma} y}) \quad (50)$$

С учетом (36) и (37) эти выражения запишутся:

$$\dot{U}(y) = \dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_B \frac{e^{j\beta y} - e^{-j\beta y}}{2} = \dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_B \operatorname{sh} j\beta y = j\dot{I}_2 \underline{Z}_B \sin \beta y \quad (51)$$

$$\dot{I}(y) = \dot{I}_2 \frac{e^{j\beta y} + e^{-j\beta y}}{2} = \dot{I}_2 \operatorname{ch} j\beta y = \dot{I}_2 \cos \beta y \quad (52)$$

Мгновенные значения напряжения и тока соответственно равны:

$$u(y, t) = I_2 \cdot Z_B \sin \beta y \sin(\omega t + \psi_3 + \pi/2) \quad (53)$$

$$i(y, t) = I_2 \cos \beta y \sin(\omega t + \psi_3) \quad (54)$$

где  $\psi_3$  - начальная фаза тока  $I_2$ .

При коротком замыкании в линии также наблюдается режим стоячих волн. Распределение мгновенных значений напряжения и тока для режима короткого замыкания на выходе линии приведены на рисунке 5а, б:



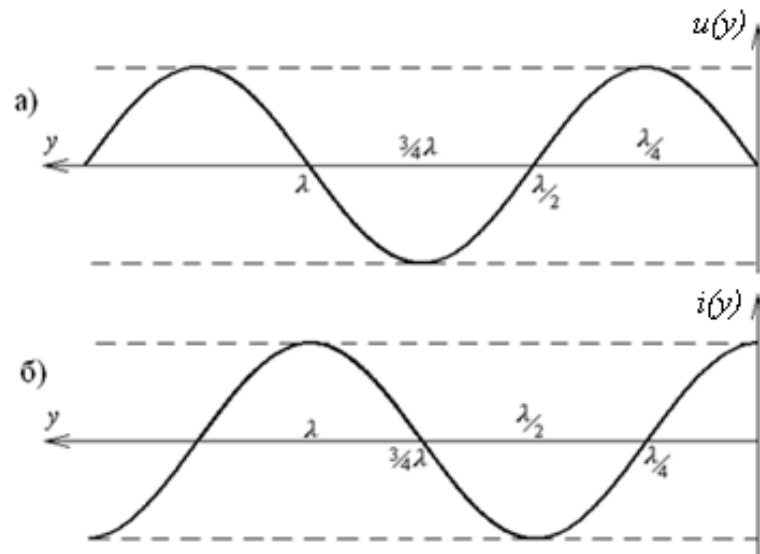


Рисунок 5а, б. Распределение мгновенных значений напряжения и тока вдоль длинной линии в режиме короткого замыкания на выходе линии

Если записать по (53), (54) распределение действующих значений напряжения и тока в линии без потерь в режиме короткого замыкания, то получим следующие выражения:

$$U(y) = I_2 \cdot Z_e \sin \beta y \quad (55)$$

$$I(y) = I_2 \cos \beta y \quad (56)$$

Распределение действующих значений напряжения и тока показаны на рисунке 6. Оно напоминает распределение амплитуд мгновенных значений напряжений и токов в режиме короткого замыкания с тем только отличием, что отрицательные полуволны становятся положительными:

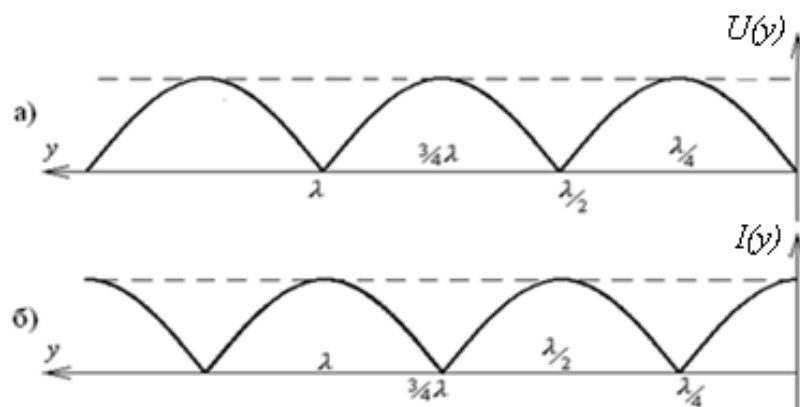


Рисунок 6. Распределение действующих значений тока и напряжения вдоль длинной линии в режиме короткого замыкания на выходе линии

В данном случае получается выпрямленная синусоида для напряжения и выпрямленная косинусоида для тока.

в) *режим согласованной нагрузки на выходе длинной линии.*

Согласованная линия нагружена на сопротивление нагрузки, равное волновому сопротивлению этой линии:

$$Z_H = Z_B = R_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (57)$$

В этом случае коэффициент отражения волны от конца линии равен нулю:

$$\rho_2 = \frac{\dot{U}_0(l)}{\dot{U}_H(l)} = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B} = \frac{0}{Z_H + Z_B} = 0, \quad (58)$$

а отраженная волна в линии отсутствует.

Выражения для действующих значений напряжения и тока запишутся в виде:

$$\dot{U}(y) = \frac{\dot{U}_2 + I_2 Z_B}{2} e^{\gamma y} \quad (59)$$

$$\dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_2 + I_2 Z_B}{2 Z_B} e^{\gamma y} \quad (60)$$

а с учетом (36) и (37) получаем:

$$\dot{U}(y) = \dot{U}_2 \cdot e^{\gamma y}, \quad (61)$$

$$\dot{I}(y) = \dot{I}_2 \cdot e^{\gamma y}. \quad (62)$$

Мгновенные значения напряжения и тока в линии запишутся следующим образом:

$$u(y, t) = U_2 \sin(\omega t + \beta y + \psi_3), \quad (63)$$

$$i(y, t) = I_2 \sin(\omega t + \beta y + \psi_3), \quad (64)$$

где  $\psi_3$  - начальная фаза  $U_2$ .

Ток и напряжение в данном случае изменяются по синусоидальному закону и представляют собой бегущие волны. В любой точке линии они совпадают по фазе, и в этом режиме по линии передается максимальная активная мощность.

Распределение мгновенных значений напряжения и тока вдоль линии при согласованной нагрузке приведены на рисунке 7:

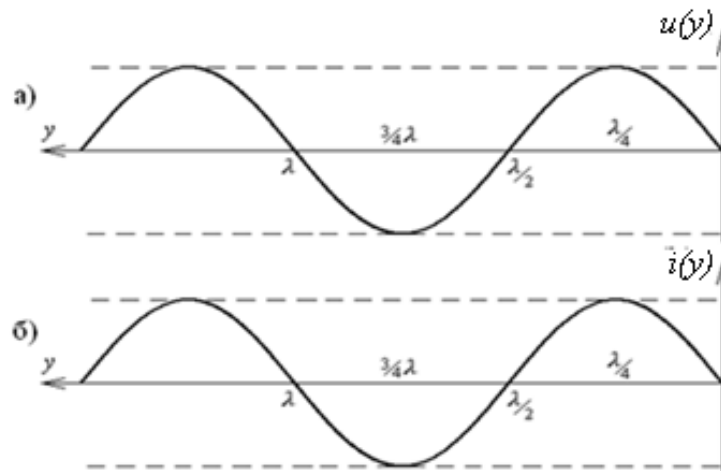


Рисунок 7. Распределение мгновенных значений напряжения и тока вдоль длинной линии без потерь в режиме согласованной нагрузки.

Если записать по (63), (64) распределение действующих значений напряжения и тока в согласованно нагруженной линии без потерь, то они будут иметь вид:

$$U(y) = U_2 \quad (65)$$

$$I(y) = I_2. \quad (66)$$

Графики действующих значений напряжения и тока представляют собой прямые линии. Они показаны на рисунке 8:

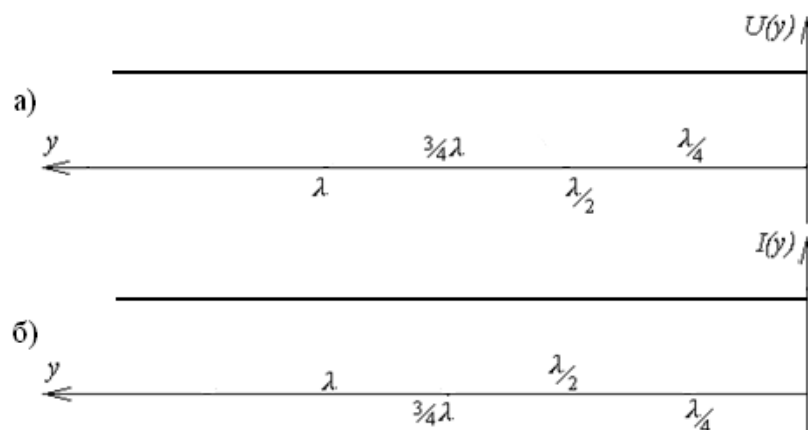


Рисунок 8. Распределение действующих значений напряжения и тока вдоль длинной линии без потерь в режиме согласованной нагрузки.

г) *режим несогласованной нагрузки на выходе линии.*

В этом случае коэффициент отражения  $|\rho_2| < 1$ , амплитуда отраженной волны будет меньше амплитуды падающей, что приведет к тому, что не будет полной компенсации напряжения (тока). Распределение суммарного напряжения падающей и отраженной волн вдоль длинной линии показано на рисунок 9:

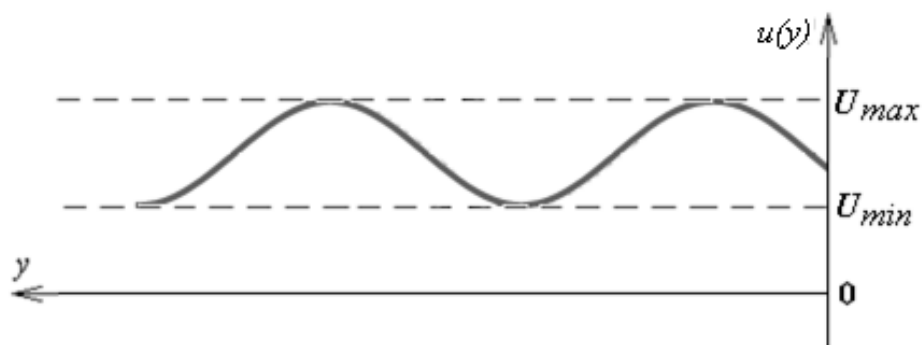


Рисунок 9. Распределение мгновенного значения напряжения вдоль длинной линии без потерь в режиме несогласованной нагрузки на выходе линии.

В линии наблюдается режим смешанных волн. Для количественной оценки степени не согласованности нагрузки линии служит коэффициент бегущей волны КБВ:

$$\text{КБВ} = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 - |\rho_2|}{1 + |\rho_2|} \quad (67)$$

Иногда рассматривается коэффициент стоячей волны КСВ:

$$\text{КСВ} = \frac{1}{\text{КБВ}} \quad (68)$$

## **2. Подготовка к выполнению лабораторной работы**

При подготовке к выполнению лабораторной работы студенту необходимо:

- ознакомиться с описанием данной лабораторной работы, уяснить цель этой работы,
- изучить основные теоретические положения, приведенные в описании лабораторной работы,
- ответить на контрольные вопросы для допуска к выполнению и защите лабораторной работы, приведенные в конце описания,
- ознакомиться со схемой проведения исследования, используемыми приборами и порядком выполнения лабораторной работы.

## **3. Содержание отчета о результатах проделанной лабораторной работы**

В отчете по итогам выполнения лабораторной работы должны быть приведены:

- название и цель лабораторной работы,
- структурная схема электрической цепи, предназначенной для проведения исследования, с указанием всех её элементов, включая измерительные приборы и источник питания,
- математический аппарат, использованный при подготовке к проведению исследования и обработке полученных результатов,
- результаты измерений, полученные в процессе эксперимента, а также итоговые результаты обработки этих результатов, оформленные численно и графические,
- выводы о результатах проведенных исследований.

#### 4. Экспериментальное исследование распределения напряжения вдоль искусственной длинной линии с малыми потерями

В лабораторных условиях для исследования цепи с распределенными параметрами используется искусственная длинная линия с сосредоточенными параметрами. Эта линия состоит из 16 каскадно включенных звеньев с сосредоточенными параметрами. Вообще, чем больше число звеньев в искусственной линии, тем больше похожи процессы, происходящие в ней, и в реальной линии с распределенными параметрами.

В данной лабораторной работе исследуется при различных режимах нагрузки искусственная длинная линия (рисунок 10) с малыми потерями, звенья которой состоят из индуктивности  $L_0$  и емкости  $C_0$ , представляющих собой первичные параметры линии:

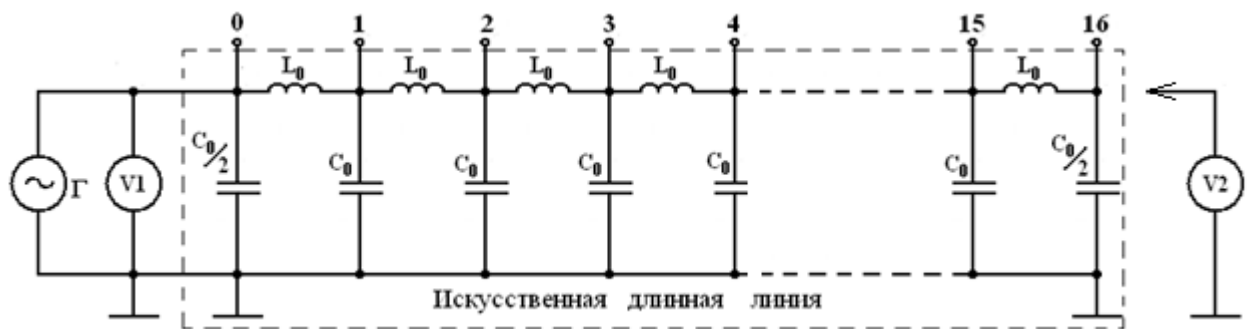


Рисунок 10. Схема замещения длинной линии

По заданным первичным параметрам линии  $L_0$  и  $C_0$  рассчитывается частота генератора  $f_{\Gamma}^{\text{рас}}$ , при которой в этой линии должна укладываться целая длина волны генератора  $\lambda_{\Gamma}$ , подключенного к ней:

$$f_{\Gamma}^{\text{рас}} = \frac{1}{n \sqrt{L_0 C_0}} \quad (69)$$

$$\lambda_{\Gamma} = \frac{c}{f_{\Gamma}^{\text{рас}}} \quad (70)$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света.

Данная искусственная линия, состоящая из 16 звеньев с первичными параметрами  $L_0$  и  $C_0$ , будет эквивалентна двухпроводной линии с такими

же первичными параметрами, а ее эквивалентная длина линии  $\ell_3$  будет равна длине волны генератора:  $\ell_3 = \lambda_r$ .

У реальной линии при частоте  $f_r^{\text{pac}}$  время задержки  $t_3$  будет таким же, как и у искусственной линии. Если это время  $t_3$  равно периоду колебания  $T = \frac{1}{f_r^{\text{pac}}}$ , то расстояние, проходимое сигналом за это время в обеих линиях будет равно длине волны  $\lambda_r$ .

Далее рассчитываются вторичные параметры линии  $\underline{Z}_B$  и  $\underline{\gamma}$ :

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = R_B; \quad \underline{\gamma} = j\beta = j\omega\sqrt{L_0 C_0}$$

и собирается схема электрической цепи (рисунок 10), в которой будет проводиться исследование. Оно будет проводиться для 3 режимов нагрузки линии: холостого хода, короткого замыкания и согласованной нагрузки.

Перед началом проведения исследования *режима холостого хода* следует убедиться, что теоретически рассчитанная частота  $f_r^{\text{pac}}$  соответствует частоте, при которой в данной искусственной линии укладывается целая длина волны колебания, вырабатываемого генератором. Несовпадение рассчитанного  $f_r^{\text{pac}}$  и действительных значений этой частоты  $f_r^{\text{д}}$  возможно из-за несовпадения номиналов элементов исследуемой цепи, указанных на маркировках с действительными значениями. Связанно это с тем, что все элементы электрической цепи изготавливаются с определенным классом точности, а с течением времени происходит старение элементов, изменяются условия их эксплуатации и существуют другие причины.

Для определения действительного значения частоты  $f_r^{\text{д}}$  необходимо в собранной схеме (рисунок 10) установить режим холостого хода, т.е. разомкнуть выходные зажимы линии. Затем потенциальный зажим милливольтметра  $V_2$  искусственной линии включить в клемму 4. Так как искусственная линия имеет 16 клемм, то клемма 4 будет соответствовать длине  $\lambda/4$ , если в линии уложится целая длина  $\lambda$ .

Изменяя частоту генератора около  $f_{\Gamma}^{\text{рас}}$ , находим частоту  $f_{\Gamma}^{\text{д}}$ , при которой напряжение в точке  $\lambda/4$  будет минимальным. Напряжение в этих точках будет минимальным, но не равным нулю. Это связано с тем, что искусственная линия не является идеальной. Ее элементы: индуктивность и емкость имеют определенные активные сопротивления и в них будут потери энергии.

После получения минимального значения напряжения в клемме 4 значение найденной действительной частоты  $f_{\Gamma}^{\text{д}}$  заносят в таблицу 1 и измеряют милливольтметром  $V_2$  напряжения во всех точках искусственной линии. Полученные результаты записываются в соответствующий столбец таблицы 1. В первом столбце этой таблицы указаны номера всех клемм, где проводятся замеры напряжения.

При исследовании **режима короткого замыкания** на выходе линии необходимо:

- собрать схему цепи, приведенную на рисунке 11,
- снизить напряжение на генераторе до минимума,
- закоротить выходные зажимы линии,
- повысить выходное напряжение генератора до значения, при котором напряжение в клемме 4, станет равным значению, которое подавалось с генератора при исследовании режима холостого хода (3В). В режиме короткого замыкания в клемме 4 будет пучность напряжения и напряжение в ней должно быть максимальным:

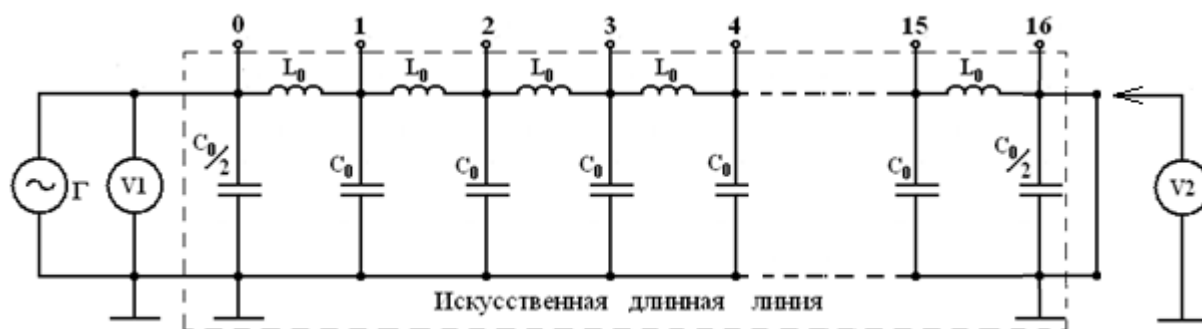


Рисунок 11. Схема исследования искусственной линии при коротком замыкании на выходе линии.



Значение  $3B$  устанавливается для того, чтобы результаты, полученные при исследовании всех режимов, были бы сопоставимыми. Далее производятся замеры напряжения во всех остальных точках линии. Полученные результаты заносятся в соответствующий столбец таблицы 1.

В *режиме согласованной нагрузки* измерения проводятся также как и при режиме холостого хода, только на выходе линии подключается сопротивление нагрузки, равное волновому сопротивлению линии (рисунок 12):

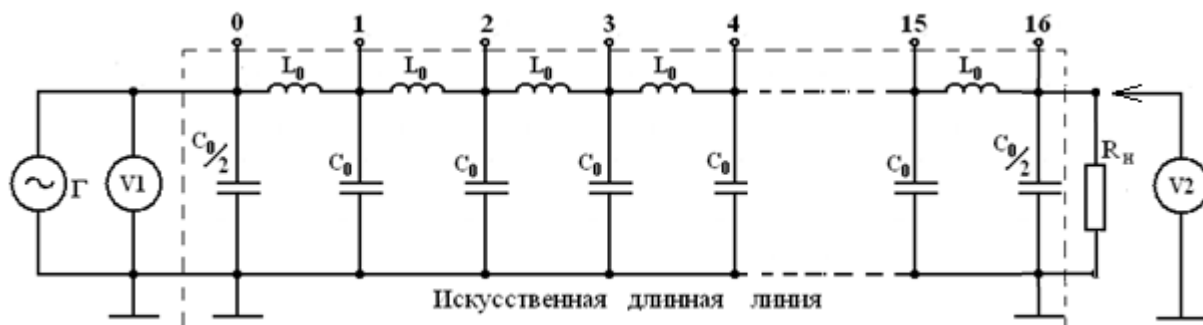


Рисунок 12. Схема исследования искусственной линии при согласованной нагрузке.

## 5. Порядок выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа выполняется студентом в составе бригады, состоящей из 2-3 человек. Перед началом проведения занятия ведущий преподаватель путем тестирования определяет готовность каждого студента группы к выполнению лабораторной работы. После проверки готовности всех студентов бригада допускается на рабочее место и приступает к выполнению лабораторной работы.

Рассмотрим порядок выполнения лабораторной работы при следующих исходных данных:

$$L_0 = 390 \text{ мкГн}, \quad C_0 = 4700 \text{ пФ}, \quad n = 16, \quad U_1 = 3 \text{ В}$$

1. По заданным исходным данным рассчитаем частоту генератора, при которой в линии укладывается одна длина волны входного напряжения:

$$f_{\text{рас}} = \frac{1}{n \sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{16 \cdot \sqrt{390 \cdot 10^{-6} \cdot 4700 \cdot 10^{-12}}} = 46,17 \cdot 10^3 \text{ Гц},$$

где  $L_0$  и  $C_0$  – первичные параметры линии

$n$  – число звеньев в искусственной линии,

а также вторичные параметры искусственной линии с малыми потерями:

$$Z_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{390 \cdot 10^{-6}}{4700 \cdot 10^{-12}}} = 288 \text{ Ом}$$

$$\gamma = j\beta = j\omega \sqrt{L_0 C_0} = j\omega \sqrt{390 \cdot 10^{-6} \cdot 4700 \cdot 10^{-12}} = j1,35 \cdot 10^{-6} \omega \text{ км}^{-1}$$

2. На стенде лабораторной учебной установки ТЭЦ собираем схему цепи для исследования распределения напряжения вдоль линии в **режиме холостого хода** (рисунк 13):

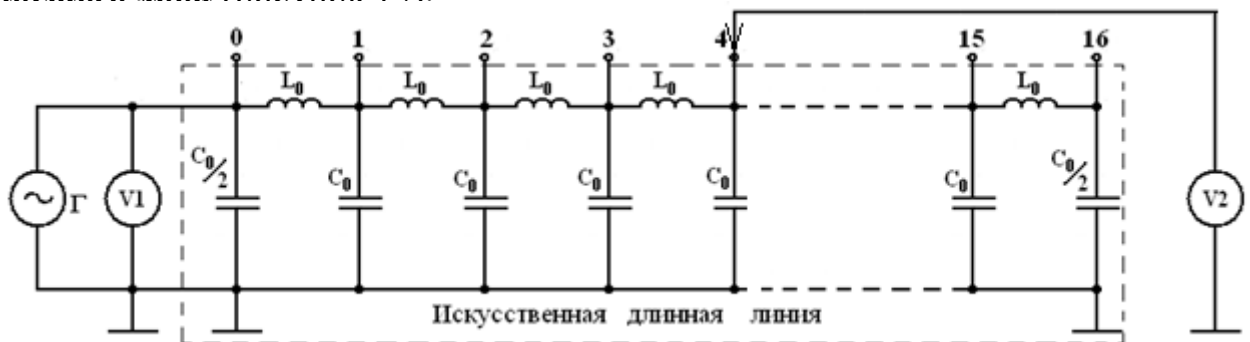


Рисунок 13. Схема исследования длинной линии при холостом ходе на выходе линии

3. Подготовим схему цепи для исследования режима холостого хода на выходе линии. Для этого разомкнем выходной конец линии. Далее потенциальный конец вольтметра  $V_1$  включим на вход линии (клемма 0) и установим на входе линии с помощью генератора напряжение, равное 3В. Затем потенциальный конец вольтметра  $V_2$  включим в клемму 4 и, регулируя частоту генератора около рассчитанной частоты  $f_{\Gamma}^{\text{pac}}$ , добиваемся минимального показания вольтметра  $V_2$ . При этом на генераторе будет указано действительное значение частоты  $f_{\Gamma}^{\Delta}$ , а в линии уложится одна длина волны входного напряжения. Включая потенциальный конец вольтметра  $V_2$  в соответствующие клеммы макета длинной линии, измерим напряжение во всех 16 точках линии. Полученные значения частоты  $f_{\Gamma}^{\Delta}$  и напряжений во всех точках линии заносим в соответствующий столбец таблицы 1:

Таблица 1 - Результаты исследования распределения напряжения вдоль искусственной линии при различных режимах ее работы

Номера клемм искусственной линии	Напряжение, измеренное в различных режимах работы линии		
	режим холостого хода, В	режим согласованной нагрузки, В	режим короткого замыкания, В
0	3	3	1.4
1	2.95	2.8	0.8
2	2.45	2.6	1.6
3	1.45	2.5	2.5
4	0.57	2.6	3.0
5	1.2	2.75	3.1
6	2.1	2.8	2.7
7	2.8	2.75	1.8
8	3.0	2.6	0.65
9	2.7	2.4	0.9
10	1.95	2.25	2.0
11	0.85	2.3	2.7
12	0.42	2.4	3.0

13	1,5	2,5	2.9
14	2.4	2.55	2.3
15	2.9	2.45	0.8
16	2.95	2.2	0

По полученным действующим значениям напряжения во всех точках линии построим график распределения значений этих напряжений вдоль линии в режиме холостого хода (рисунок 14):

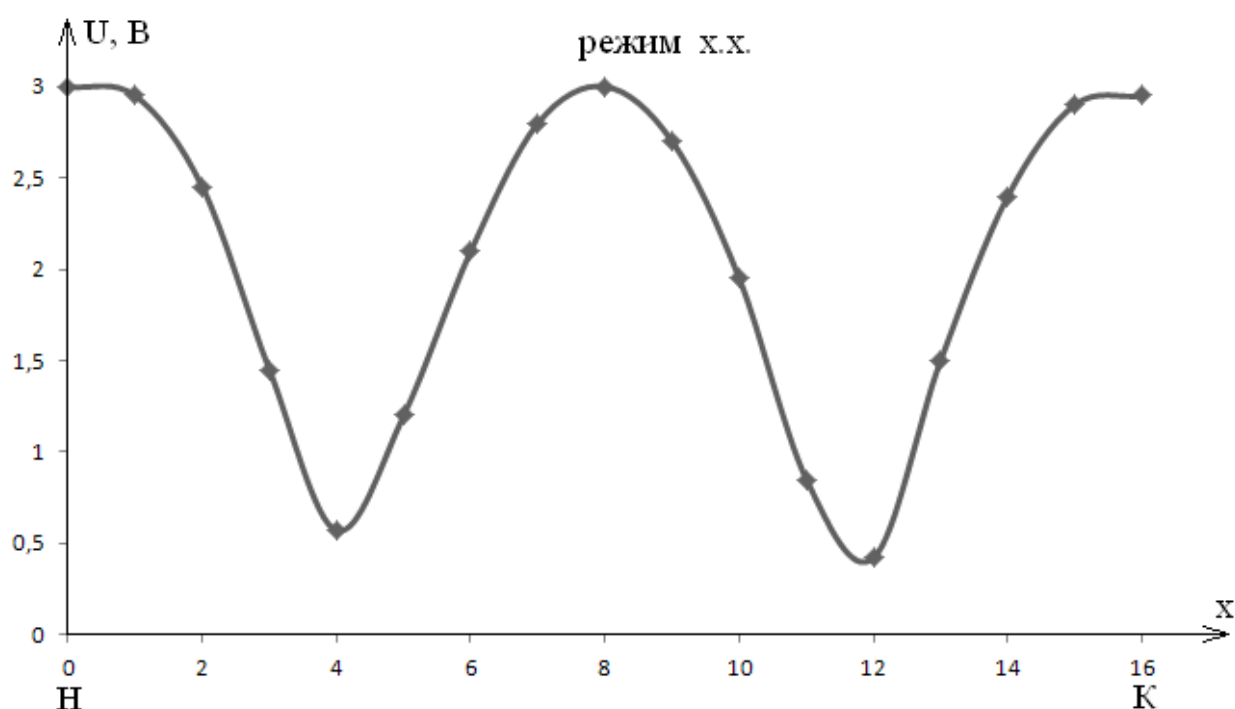


Рисунок 14. Распределение действующих значений напряжения вдоль искусственной длинной линии в режиме холостого хода.

4. Определим распределение напряжения вдоль линии при *согласованной нагрузке*.

Для этого на выход линии подключим переменный резистор  $R_n$  и установим на нем сопротивление равное волновому сопротивлению линии. Напряжение на входе линии и частота генератора не меняются. Необходимо замерить напряжение во всех точках линии с помощью вольтметра  $V_2$ , а полученные значения напряжений занести в соответствующий столбец таблицы 1.

График распределения действующих значений напряжения вдоль линии при согласованной нагрузке линии приведен на рисунке 15:

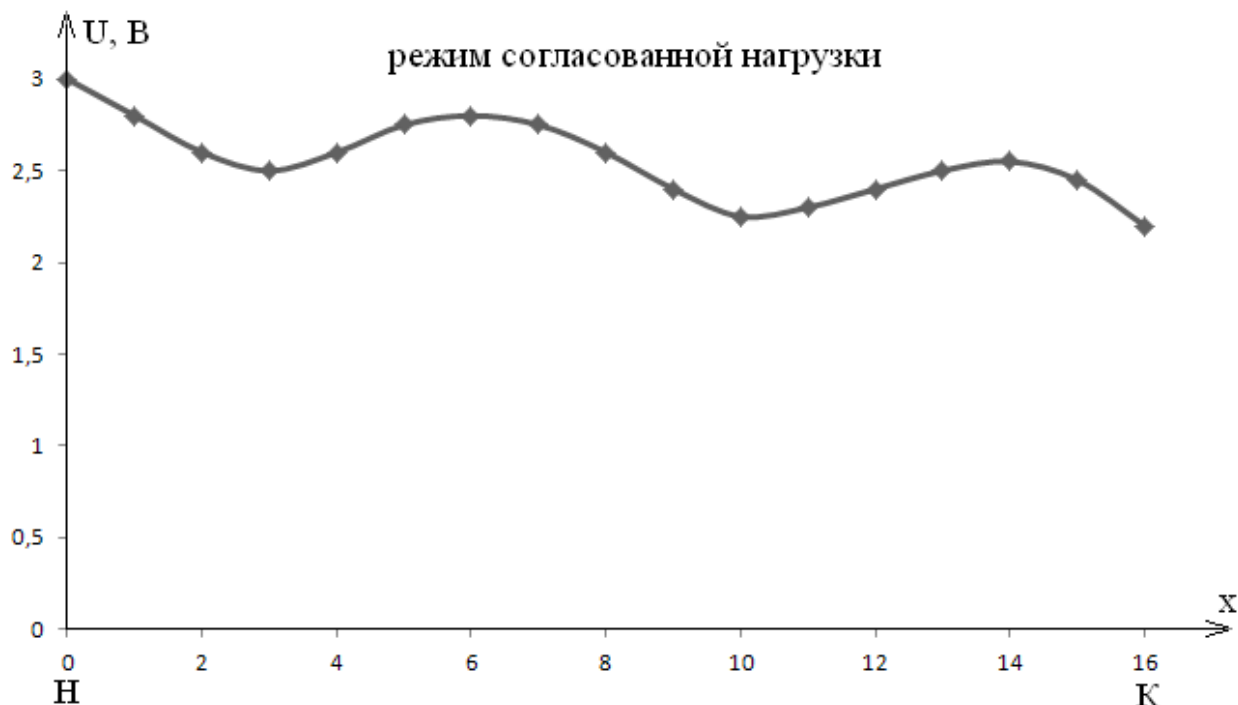


Рисунок 15. Распределение действующих значений напряжения вдоль искусственной длинной линии в режиме согласованной нагрузки.

Осциллограммы входного напряжения и напряжения в точках линии, отстоящих от начала линии на расстоянии  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ ,  $3\lambda/4$  и  $\lambda$  при согласованной нагрузке, снятые с помощью двухлучевого осциллографа, приведены на рисунках 16, 17, 18, 19:

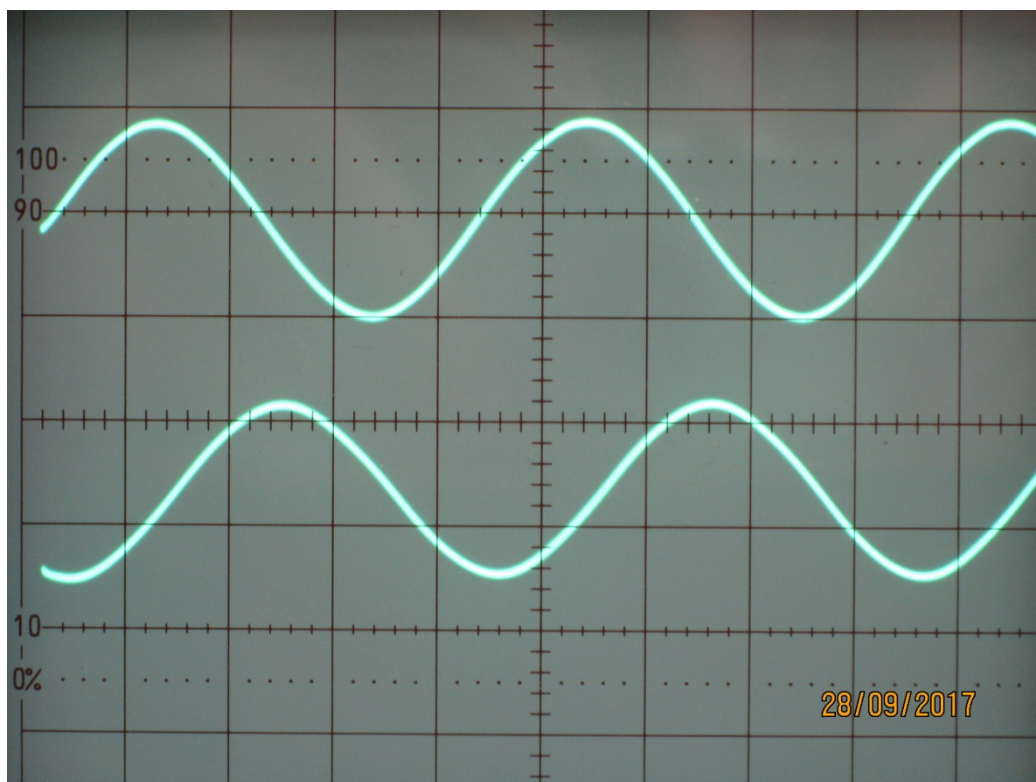


Рисунок 16. Распределение мгновенных значений напряжения в начале линии и в точке, соответствующей расстоянию от начала линии, равному  $\lambda/4$ .

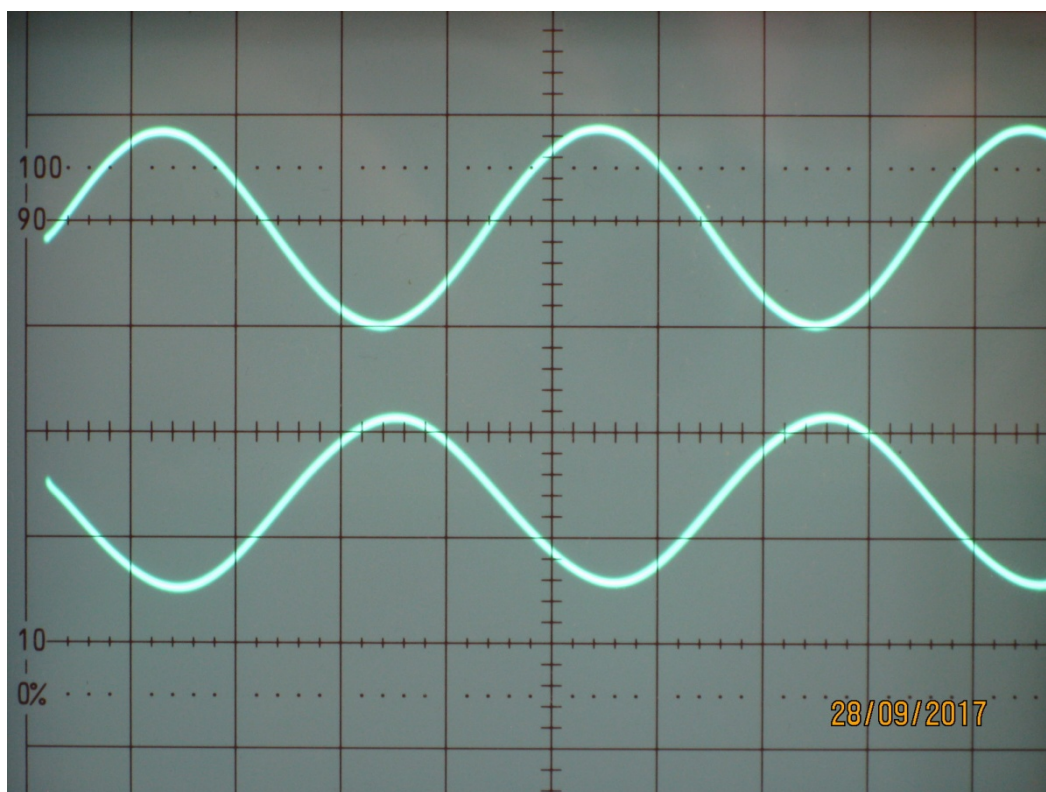


Рисунок 17. Распределение мгновенных значений напряжения в начале линии и в точке, соответствующей расстоянию от начала линии, равному  $\lambda/2$ .



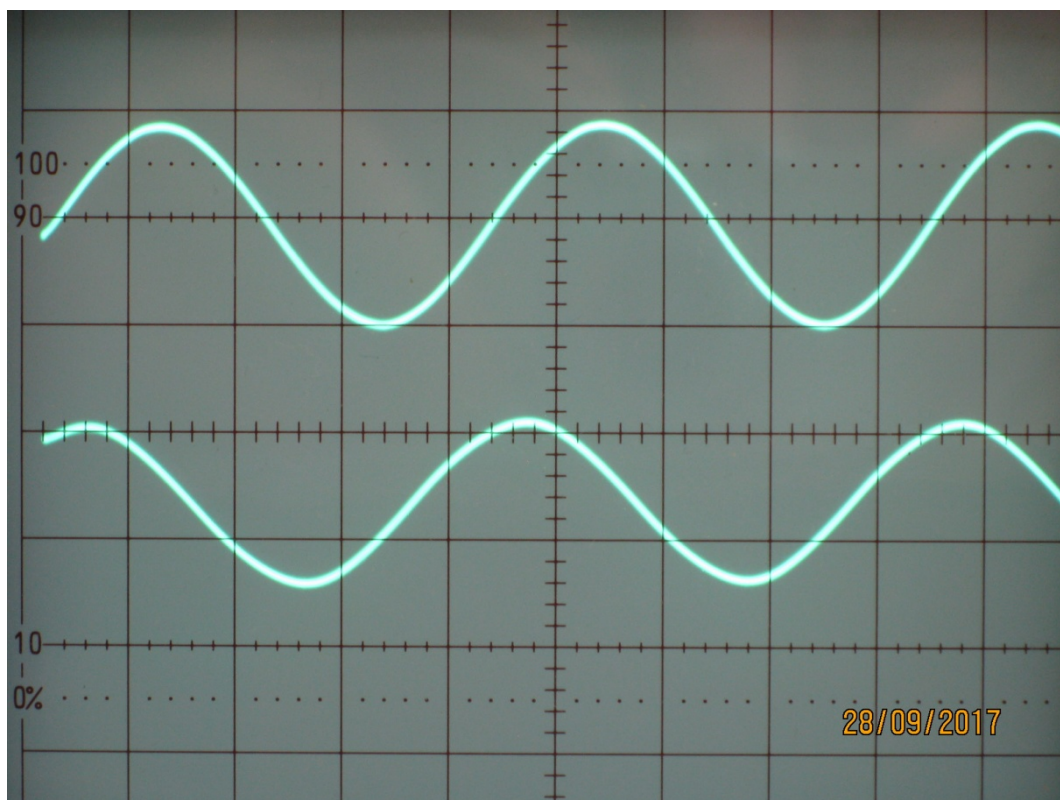


Рисунок 18. Распределение мгновенных значений напряжения в начале линии и в точке, соответствующей расстоянию от начала линии, равному  $3\lambda/4$ .

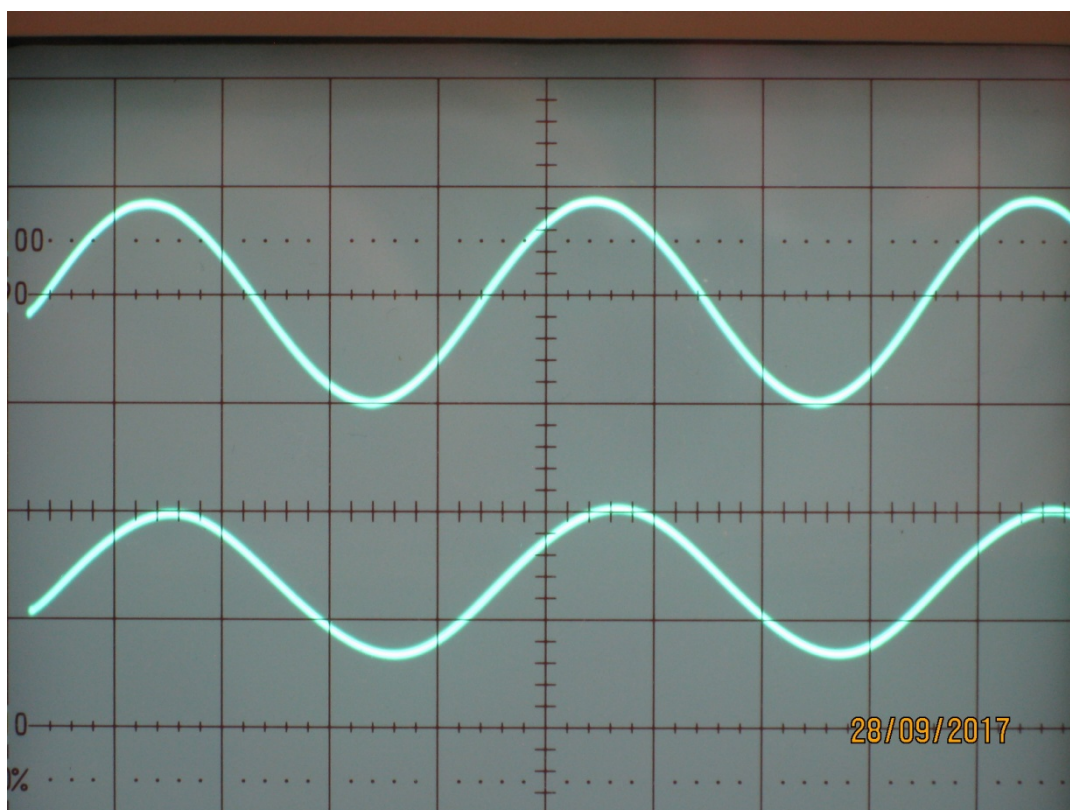


Рисунок 19. Распределение мгновенных значений напряжения в начале линии и в точке, соответствующей расстоянию от начала линии, равному  $\lambda$ .

На каждом рисунке приведены по две осциллограммы. На верхней из них всегда представлена осциллограмма напряжения на входе линии. На нижней осциллограмме показаны напряжения в точках линии, смещенных вперед на расстояние  $\lambda/4$ . Из приведенных осциллограмм, видно, как фаза входного напряжения при перемещении его от начала к концу линии увеличивается на  $\pi/2$  в каждой последующей точке линии. В конце линии, когда  $x=\lambda$ , фаза колебания увеличивается на  $2\pi$  и совпадает с фазой колебания в начале линии, т.е. завершается полный период изменения напряжения в линии.

Так как сопротивление линии в данном режиме будет чисто активным, то фазы напряжения и тока в каждой точке линии будут совпадать  $\varphi_u = \varphi_i$ , и, следовательно, передаваемая по линии активная мощность будет максимальной:

$$P = UI \cos \varphi,$$

$$\cos \varphi = \cos (\varphi_u - \varphi_i) = \cos 0 = 1,$$

$$P = UI$$
(64)

5. Определим распределение напряжения вдоль линии при **коротком замыкании** выходных зажимов линии.

Для этого необходимо уменьшить напряжение на выходе генератора до нуля и закоротить выходные зажимы линии. Потенциальный конец вольтметра  $V_2$  включить в клемму 4 и, регулируя напряжение на выходе генератора, установить в точке 4 напряжение, равное 3В. Далее, не меняя частоту генератора и установленное напряжение, замерить напряжения во всех точках линии. Полученные данные занести в соответствующий столбец таблицы 1. График распределения напряжения вдоль линии при коротком замыкании выходных зажимов линии приведен на рисунке 20:



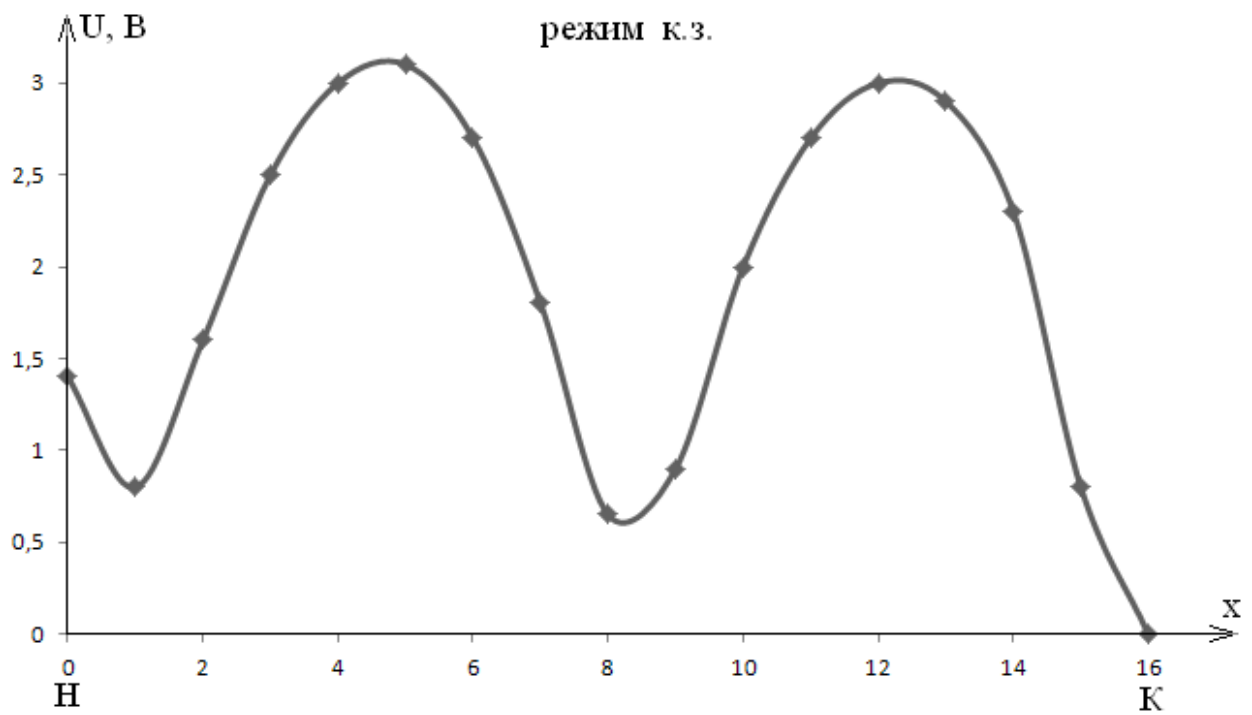


Рисунок 20. Распределение действующих значений напряжения вдоль искусственной линии в режиме короткого замыкания на выходе линии.

## **6. Анализ результатов проведенных исследований**

В результате проведенных исследований было экспериментально подтверждено, что в цепи с распределенными параметрами при подаче на ее вход синусоидального напряжения возникает падающая, а при определенных условиях и отраженная волна напряжения.

В зависимости от значения нагрузки на выходе линии в ней наблюдаются следующие режимы работы: режим холостого хода, режим короткого замыкания, режим согласованной нагрузки. Были рассмотрены и исследованы все эти режимы работы в искусственной длинной линии с малыми потерями.

Подробно исследован режим стоячей волны. Визуально подтверждено образование стоячих волн в линии при холостом ходе и коротком замыкании, когда происходило полное отражение падающей волны от конца линии.

Экспериментально подтверждены теоретически установленные законы распределения напряжения вдоль такой линии в режиме стоячей волны при холостом ходе и коротком замыкании. Сняты графики распределения напряжения вдоль линии в этих режимах.

Исследован режим бегущей волны. Подтверждено отсутствие в линии отраженной волны при согласованной нагрузке. Показано также, что в этом режиме волновое сопротивление линии становится чисто активным, так как отсутствует сдвиг фаз между напряжением и током по всей длине линии.

Неполное совпадение при различных режимах работы линии ее амплитудно-частотных характеристик, рассчитанных теоретически и полученных экспериментально, объясняется наличием определенных потерь в линии и погрешностью показаний отдельных измерительных приборов, имеющих определенный класс точности.

## **7. Контрольные вопросы для допуска к выполнению лабораторной работы**

1. Какой формы испытательный сигнал используется в данной работе?
2. Какие приборы используются при проведении лабораторной работы?
3. Как определяется частота, используемая при проведении исследования?
4. Какие электрические цепи считаются цепями с распределенными параметрами?
5. Что такое однородная длинная линия?
6. Какие уравнения используются для описания режима работы цепей с распределенными параметрами?
7. Дайте определение длинной линии.
8. Какие линии считаются линиями без потерь?
9. Чем отличается схема замещения линии с потерями от схемы замещения линии без потерь?
10. Какие характерные режимы используются при исследовании длинных линий?
11. Какие волны возникают в длинной линии при подаче на ее вход синусоидального напряжения?
12. Дайте определения длины волны, возникающей в линии?
13. Что такое фазовая скорость?
14. Что такое коэффициент отражения волны от начала и от конца линии?
15. В каких пределах может меняться коэффициент отражения волны?
16. Чем отличается коэффициент отражения волны напряжения и тока?

17. Какой режим работы линии называется согласованным, в чем его особенность?

18. Дайте определение коэффициентов бегущей и стоячей волны.

## **8. Контрольные вопросы для защиты лабораторной работы**

1. Какие параметры линии являются первичными и сколько их?

2. Какие параметры линии называются волновыми и почему?

3. Чем отличаются вторичные параметры у линии с потерями и у линии без потерь?

5. Что такое волновое сопротивление?

6. Какой физический смысл коэффициента распространения электромагнитной волны вдоль линии?

7. Запишите выражение коэффициента распространения для линии с потерями и без потерь.

8. Запишите телеграфные уравнения линии для определения тока и напряжения в линии в точке, отстоящей на определенном расстоянии от конца линии.

9. С какой скоростью распространяется электромагнитная волна вдоль линии?

10. Запишите формулу для расчета длины волны в линии.

11. Запишите формулу для расчета фазовой скорости волны в линии.

12. Дайте определение фазовой скорости волны в линии.

13. Как определить частоту электромагнитного колебания, при которой в искусственной длинной линии уложится целая длина волны.

14. Нарисуйте и объясните физически график распределения напряжения (тока) вдоль линии, разомкнутой на конце.

15. Нарисуйте и объясните физически график распределения напряжения (тока) вдоль линии, замкнутой на конце.

16. Нарисуйте и объясните физически график распределения напряжения вдоль линии с согласованной нагрузкой.

17. Нарисуйте и объясните физически график распределения напряжения вдоль линии при не согласованной нагрузке.

18. В каком режиме по линии передается активная мощность?

19. В каком режиме по линии не передается активная мощность и почему?

## **Литература**

1. Каблукова М.В. Теория электрических цепей: Конспект лекций. – М.: Информсвязьиздат, 2000.
2. Добротворский И.Н. Лабораторный практикум по основам теории цепей: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1986.
3. Кардашев Г.А. Цифровая электроника на персональном компьютере. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003.
4. Бакалов В.П., Дмитриков В.Ф., Крук Б.И. Основы теории цепей: учебник для вузов; Под редакцией В.П. Бакалова. – 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 596с: ил.
5. Бакалов В.П., Крук Б.И., Журавлева О.Б. Основы анализа цепей: Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007, - 591с.: ил.