МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ
И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Северо-Кавказский филиал
ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

ФИЗИКА

ЗАДАЧИ

Учебное пособие
для практических занятий.

Направление подготовки: 10.03.01 «Информационная безопасность»
Профиль: «Безопасность компьютерных систем»

Ростов-на-Дону
2022

Учебное пособие
для практических занятий

по дисциплине

ФИЗИКА

Составители: Б.Б. Конкин — к.ф.-м.н., доцент

Рассмотрено и одобрено
на заседании кафедры Общенаучной подготовки
Протокол от «30» августа 2022 г. №1

Учебное пособие наряду с общими положениями содержит рекомендации по решению задач, их оформлению, краткую теорию не только разделов, но и отдельных блоков, примеры разобранных задач с подробным описанием решения, задачи для самостоятельного решения с приведенными численными ответами для проверки правильности решения, список рекомендуемой литературы. Предназначено студентам направления подготовки 10.03.01 «Информационная безопасность» СКФ МТУСИ.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Систематическое решение задач — необходимое условие успешного освоения курса физики — помогает уяснить смысл физических законов, закрепляет в памяти формулы, прививает навыки практического использования теоретических знаний.

Каждый раздел настоящего пособия начинается с перечня формул, законов, определений, знание которых необходимо для решения последующих задач. Разделы состоят из блоков, содержащих краткую теорию, примеры решения задач и, подобные им, задачи для самостоятельного решения. Для проверки правильности решения все задачи содержат численные ответы.

ВНИМАНИЕ! Уровень освоения решения задач, равно как и овладение, знаниями, умениями и навыками по всему курсу физики проверяется компьютерным тестированием, подготовка к которому осуществляется и на практических занятиях. Вопросы тестов аналогичны задачам, представленным в каждом блоке пособия.

РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

При решении задач необходимо выполнять следующие рекомендации:

1. Перед решением задач нужно выучить формулы соответствующей темы.
2. Читая условие задачи, стараться понять его смысл.
3. Записать после слова "дано" краткое условие задачи, представив используемые значения физических величин в СИ. После слова "найти” выписать все искомые величины.
4. Изобразить схему, поясняющую условие задачи, указав действующие на тела силы, направление ускорений, скоростей и импульсов тел.
5. Составить систему уравнений.
6. Решить систему уравнений — получить рабочую формулу. Для этого искомую физическую величину надо выразить через буквенные обозначения величин, заданных в условии задачи.
7. Каждый этап решения задачи сопровождать краткими пояснениями.
8. Проверить правильность решения, подставив наименования физических величин в рабочую формулу, получить размерность искомой величины.
9. Вычислить значение искомой величины.
10. Ответ записать в виде произведения десятичной дроби, с одной значащей цифрой перед запятой, на десять в соответствующей степени. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52\cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29\cdot 10^{-3}$ и т.д.

I. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Кинематика поступательного движения

1.1. Краткие теоретические сведения

Положение тела (материальной точки) в пространстве задается радиус-вектором $\vec{r}$ или тремя координатами.

Кинематические уравнения движения — это зависимости координат x, y, z от времени:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t),$$

позволяющие определить положение тела в любой заданный момент времени.

Траектория — это линия, описываемая движущимся телом.

Длина пути ΔS — это сумма длин всех участков траектории, пройденных телом за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, где t_1 — начальный и t_2 — конечный моменты времени.

Перемещение $\Delta\vec{r}$ — это вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 .$$

Средняя скорость — это вектор, равный отношению перемещения к продолжительности этого перемещения:

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} .$$

Мгновенная скорость — это первая производная радиус-вектора по времени:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} .$$

Проекции мгновенной скорости на оси координат — это первые производные соответствующих координат по времени

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} .$$

Модуль мгновенной скорости определяется по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} .$$

Мгновенное ускорение — это вектор, равный первой производной скорости $\vec{v}$, или второй производной радиус вектора по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} .$$

Проекции вектора ускорения на оси координат.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \; a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}.$$

Модуль вектора ускорения $|\vec{a}|$ определяется по теореме Пифагора

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине, модуль которого:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Нормальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости но направлению. Его модуль:

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

где R — радиус кривизны траектории.

1.2. *Пример решения задачи*

Уравнения движения материальной точки имеют вид $x(t) = A + Bt$ и $y(t) = C + Dt - Et^2$, где коэффициенты $A = 2\,м$, $B = 3\,м/с$, $C = 1\,м$, $D = 8\,м/с$, $E = 2\,м/с^2$ заданы в СИ. Движение точки рассматривается во времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 5\,с$.

Задание 1. Построить траекторию в координатах xOy за данный промежуток времени.

Решение. Из уравнений движения, которые с учетом заданных коэффициентов принимают вид: $x = 2 + 3t$, $y = 1 + 8t - 2t^2$, определить значения x, y, задавая время в указанном интервале (см. таблицу):

t ($с$)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
x ($м$)	2	3,5	5	6,5	8	9,5	11	12,5	14	15,5	17
y ($м$)	1	4,5	7	8,5	9	8,5	7	4,5	1	–3,5	–9

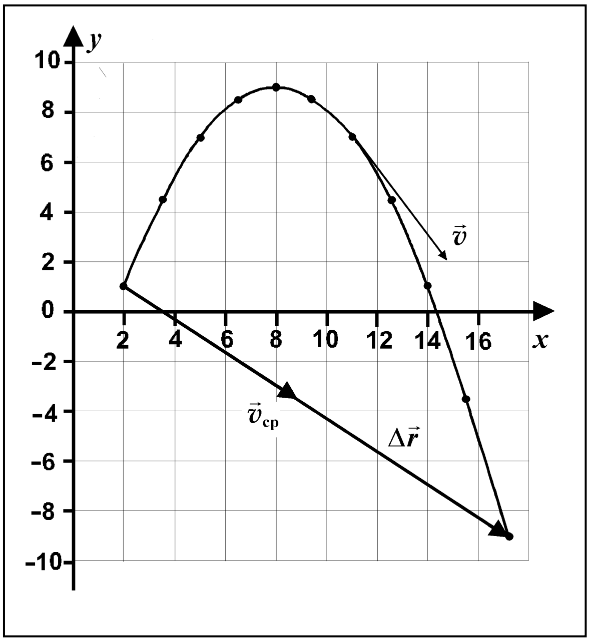
Масштаб по осям x и y выбирать с учетом предельных значений соответствующих координат (см. таблицу). Так для x: $x_{min} = 2$, $x_{max} = 17$ (м) и y: $y_{min} = -9$, $y_{max} = 9$ (м).

Построение графика. Нанести на координатную сетку точки пересечения значений x и y для каждого момента времени, указанного в таблице. Соединить нанесенные точки плавной линией.

Задание 2. Определить перемещение $\Delta\vec{r}$ в интервале времени $\Delta t = t_2 - t_1$, указав на графике траектории.

Решение. Перемещение $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ — вектор, соединяющий начальную и конечную точки графика (рис. 1.2), модуль которого определятся по теореме Пифагора:

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2},$$



где $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$ — изменение координат. Значения $x_1 = 2$, $y_1 = 1$ и $x_2 = 17$, $y_2 = -9$ взяты из таблицы в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 5c$ ответственно. Таким образом, $\Delta x = 17 - 2 = 15(м)$, $\Delta y = -9 - 1 = -10(м)$, $\Delta r = \sqrt{15^2 + 10^2} = 18(м)$.

Задание 3. Определить среднюю скорость $\vec{v}_{ср}$ в интервале времени $\Delta t = t_2 - t_1$.

Решение. По определению средняя скорость $\vec{v}_{ср} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. С учетом значений $\Delta r = 18м$ и $\Delta t = 5c$ получаем $v_{ср} = 18/5 = 3{,}6\, м/c$. Направление средней скорости совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$.

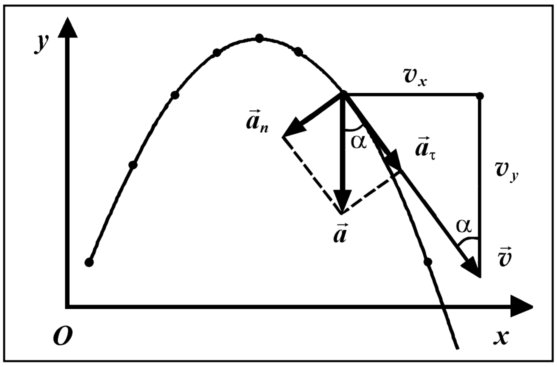
Задание 4. Определить мгновенную скорость $\vec{v}$ в момент времени $t = 3\, c$.

Решение. По определению мгновенная скорость $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ и направлена по касательной к траектории. В момент времени $t = 3c$ вектор $\vec{v}$ является касательной в точке с координатами (см. таблицу) $x = 11м$, $y = 7м$ (рис.).

Модуль мгновенной скорости определятся по теореме Пифагора: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где $v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d(2+3t)}{dt} = 3\, м/c = const$, $v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{d\left(1+8t-2t^2\right)}{dt} = (8-4t)$ — проекции скорости на оси x и y. Для момента времени $t = 3\, c$ проекции скорости принимают значения: $v_x = 3\, м/c$, $v_y = (8 - 4\cdot 3) = -4$ (м/с) (знак минус означает, что проекция скорости v_y направлена противоположно оси y). Т.о., модуль мгновенной скорости $v = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\, м/c$.

Задание 5. Рассчитать полное a тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения в момент времени $t = 3\, c$.

Решение.



Полное ускорение $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$, где $a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$ и $a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$ — проекции ускорения на оси x и y. Учитывая, что $v_x = 3$ и $v_y = 8 - 4t$ (см. задание 4), получаем: $a_x = \dfrac{d(3)}{dt} = 0$ и $a_y = \dfrac{d(8-4t)}{dt} = -4\,(м/c^2) = const$. Полное ускорение $a = \sqrt{0^2 + 4^2} = 4(м/с^2)$.

Для определения тангенциального $\vec{a}_\tau$ и нормального $\vec{a}_n$ ускорений необходимо представить схему скоростей (см. рис.). Здесь же указать полное ускорение, которое направлено вертикально вниз, поскольку $a_x = 0$, а $a_y = -4(м/с^2)$ имеет отрицательную величину. Тангенциальное $\vec{a}_\tau$ и нормальное $\vec{a}_n$ ускорения являются составляющими полного ускорения $\vec{a}$ и направлены соответственно вдоль и перпендикулярно вектору мгновенной скорости $\vec{v}$ (рис.). Отмеченные углы α равны как накрест лежащие. Из подобия выделенных треугольников следует, что $a_\tau = a\cos\alpha = a\frac{v_y}{v}$, и $a_n = a\sin\alpha = a\frac{v_x}{v}$. Подставив значения ускорения и скоростей для момента времени $t = 3(с)$: $a = 4(м/с^2)$, $v_x = 3(м/с)$, $|v_y| = 4(м/с)$, $v = 5(м/с)$, получим: $a_\tau = 4 \cdot \frac{4}{5} = 3{,}2(м/с^2)$, $a_n = 4 \cdot \frac{3}{5} = 2{,}4(м/с^2)$. Проверка: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{3{,}2^2 + 2{,}4^2} = 4(м/с^2)$.

1.3. Задачи

1. Уравнение движения материальной точки в СИ имеет вид $x(t) = 0{,}15 - 0{,}1t^2 + 0{,}02t^3$. Определить значения скорости и ускорения в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 5с$, а также среднюю скорость перемещения и среднее ускорение за первые пять секунд движения.
(Ответ: $v_1 = 0,$ $v_2 = 0{,}5м/с,$ $a_1 = -0{,}2м/с^2$, $a_2 = 0{,}4м/с^2,$ $v_{ср} = 0,$ $a_{ср} = 0{,}1м/с^2$).

2. Движение материальной точки описывается уравнениями (в единицах СИ): $x = 3 + 5t$ и $y = 4 + 3t$. Найти скорость и ускорение движения точки.

3. Движение точки описывается уравнением $x = 5 + 2t + 3t^3$ (в единицах СИ). Найти скорость и ускорение точки в момент времени $t = 3с$.
(Ответ: v = 83 м/с; a = 54 м/с^2).

4. Движения двух материальных точек описываются уравнениями (в единицах СИ): $x_1 = 20 + 4t - 4t^2$ и $x_2 = 10 + 2t + t^2$. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости и ускорения движения точек в этот момент времени.
(Ответ: t =0,2 с; $v_1 = v_2$ = 2,4 м/с; a_1 = -8 м/с^2; a_2 = 2 м/с^2).

2. Кинематика вращательного движения

2.1. Краткие теоретические сведения

Вращательное движение — движение, при котором все точки тела описывают окружности, центры которых лежат на одной прямой OO' — оси вращения.

Кинематическое уравнение вращательного движения — это зависимость угла поворота от времени:

$$\varphi = \varphi(t),$$

позволяющее определить положение тела в любой момент t .

Угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ — это первая производная угла поворота по времени

$$\omega = \frac{\boldsymbol{d\varphi}}{\boldsymbol{dt}}.$$

Угловое ускорение $\boldsymbol{\beta}$ — это первая производная угловой скорости по времени

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{d\varphi}}{\boldsymbol{dt}}.$$

Связь линейной и угловой скорости:

$$v = \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{R}.$$

Связь тангенциального и углового ускорений:

$$\boldsymbol{a_\tau} = \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{R}.$$

Связь нормального ускорения и угловой скорости:

$$\boldsymbol{a_n} = \boldsymbol{\omega}^2 \cdot \boldsymbol{R}.$$

2.2. Задачи

1. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, заданному уравнением $\boldsymbol{\varphi = 10 - 2t^2 + t^3}$ рад. В какой момент времени угловая скорость вращения будет равна ***4рад/с***? Определить угловое ускорение в этот момент.
(Ответ: t = 2 с, β = 8 рад/с^2).

2. Диск радиусом ***0,2м*** вращается вокруг неподвижной оси по закону, заданному уравнением $\boldsymbol{\varphi = 3 - 10t + 5t^3}$ ***рад***. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на окружности диска через ***1с*** после начала вращения.

3. Угловая скорость вращающегося вокруг неподвижной оси колеса меняется по закону $\boldsymbol{\omega = 0{,}2t}$. Найти полное ускорение точки на ободе колеса в момент времени ***2,5 с***, если линейная скорость точки в этот момент равна ***0,65 м/с***.

II. ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

1. Динамика поступательного движения материальной точки

1.1. Краткие теоретические сведения

Второй закон Ньютона: ускорение $\vec{a}$, приобретаемое телом, прямо пропорционально действующей на него силе $\vec{F}$ и обратно пропорционально массе m этого тела

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}\Rightarrow\ \vec{F}=m\vec{a}.$$

Сила тяжести $\vec{F}_{тяж}$ — это гравитационная сила, сообщающая телу вблизи поверхности Земли ускорение свободного падения:

$$\vec{F}_{тяж}=m\vec{g}.$$

Закон трения скольжения F_{TP} препятствует их относительному движению соприкасающихся тел

$$F_{TP}=\mu\cdot N,$$

где μ — коэффициент трения скольжения, зависящий от материала соприкасающихся тел и качества обработки их поверхностей. Сила реакции опоры $\vec{N}$ согласно III закону Ньютона равна по модулю силе нормального давления $\vec{P}_n$ тела на плоскость:

$$N=\left|\vec{P}_n\right|.$$

1.2. Задачи

1. Тело массой ***2 кг*** движется прямолинейно по закону $x(t)=A-Bt+Ct^2-Dt^3$, где $C=2м/c^2$ и $D=0{,}4м/c^3$. Найти силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.
(Ответ: $F=3{,}2\ \ H$).

2. Автомобиль массой **1020 кг**, двигаясь равнозамедленно, останавливается через **5 с**, пройдя путь **25 м**. Найти начальную скорость автомобиля и силу торможения.

3. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью $20м/с$, остановилась через **40 с**. Найти коэффициент трения шайбы о лед.
(Ответ: μ = 0,05).

4. На автомобиль массой **1 т** во время движения действует сила трения, равная **0,1** действующей на него силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором, если автомобиль движется с ускорением $1м/c^2$ в гору с уклоном **1 м** на каждые **25 м** пути. (Ответ: $F_{тяги}$ = 2,4 кН).

5. К нити подвешен груз массой **500 г**. Найти силу натяжения нити, если нить с грузом: а) поднимать с ускорением $a = 2м/c^2$; б) опускать с ускорением $a = 2м/c^2$.
(Ответ: $T = 5{,}9H,\ T = 3{,}9H$).

6. Две гири соединенные нитью, перекинутой через невесомый блок. Масса большей гири 1,1 кг. Какой должна быть масса меньшей гири, чтобы гири двигались с ускорением **0,1g**? Трением в блоке пренебречь.
(Ответ: m_2 = 0,9 кг).

7. Невесомый блок укреплен на конце стола. Две гири равной массы **1 кг** соединены нитью, перекинутой через блок. Коэффициент трения между столом и гирей равен **0,1**. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силу натяжения нити.
(Ответ: a = 4,5 м/с^2, Т = 5,5 Н).

8. Брусок массой **0,2 кг** лежит на горизонтальной плоскости. Шнур, привязанный к бруску, переброшен через неподвижный блок. На другом конце шнура подвешен груз массой **50 г**. Определить натяжении нити, если коэффициент трения равен **0,04**. Массой блока и трением на его оси пренебречь.

2. Динамика вращательного движения материальной точки

2.1. Краткие теоретические сведения

Момент силы — мера силового взаимодействия тел при вращательном движении, равная произведению силы на плечо:

$$M = F \cdot h .$$

Второй закон Ньютона для вращательного движения:

$$\beta = \frac{M}{I} .$$

Момент инерции I — это мера инертности тела во вращательном движении, зависящая от массы тела и ее распределения относительно оси вращения.

Момент инерции материальной точки (кольца):

$$I = mR^2 .$$

Момент инерции диска

$$I_Д = \frac{1}{2} m \cdot R^2 .$$

Момент импульса равен произведению момента инерции тела на его угловую скорость:

$$L = I\omega .$$

Основной закон динамики вращательного движения: скорость изменения момента импульса системы равна результирующему моменту всех внешних сил:

$$\frac{dL}{dt} = M .$$

2.2.Задачи

1. Однородный диск радиусом **0,2 м** и массой **5 кг** вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением $\boldsymbol{\omega = 3 + 8t}$. Найти касательную силу, приложенную к ободу.

2. К ободу однородного диска радиусом **0,2 м** приложена касательная сила **98,1 Н**. При вращении на диск действует момент сил трения **4,9 Нм**. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением $\boldsymbol{100\ рад/с^2}$.

3. На барабан радиусом **20 см** и моментом инерции $\boldsymbol{0{,}1 кг \cdot м^2}$ намотан шнур, к концу которого привязан груз массой **0,5 кг**. Найти ускорение, с которым опускается груз.

4. Две гири массами **1 кг** и **2 кг** соединены нитью, перекинутой через блок массой **1 кг**. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нитей. Блок считать однородным диском.

5. Диск массой **2 кг** и радиусом **10 см** вращается вокруг неподвижной центральной оси, делая **10 об/с**. Через **5 с** после начала торможения диск остановился. Определить момент тормозящих сил, считая движение диска при торможении равнозамедленным.

6. Диск массой **50 кг** и радиусом **25 см** вращается вокруг неподвижной центральной оси, делая **8 об/с**. К ободу диска прижали тормозную колодку с силой **40 Н**, под действием которой диск остановился через **10 с.** Определить коэффициент трения.
   (Ответ: μ = 0,8)

3. Закон сохранения импульса

3.1. Краткие теоретические сведения

Импульс тела — это векторная величина, равная произведению массы m тела на его скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Основной закон динамики поступательного движения материальной точки: скорость изменения импульса тела равна действующей на него силе

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы тел не меняется с течением времени

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = const.$$

3.2. Задачи

1. На рельсах стоит платформа массой **10 т.** На платформе закреплено орудие массой **5 т**, из которого производится выстрел вдоль рельсов в горизонтальном направлении. Масса снаряда **100 кг**, его начальная скорость относительно орудия **500 м/с**. Найти скорость платформы в первый момент после выстрела.
(Ответ: $v = 3{,}3\,м/с$).

2. Из ружья вылетает пуля массой **15 г** со скоростью **600 м/с.** Найти среднюю силу отдачи ружья, если пуля находилась в стволе **0,001 с**.
(Ответ: $F_{ср} = 9\,кН$).

3. Граната, летящая со скоростью **10 м/с**, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составила **0,6** массы гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но со скоростью **25 м/с**. Найти скорость меньшего осколка сразу после взрыва. (Ответ: $v = 12{,}5\,м/с$).

4. Определить на какую высоту поднимется мяч массой **100 г**, если он падает на пол под углом 30^0 к горизонту и упруго отскакивает без потери скорости при условии, что изменение импульса мяча равно $0{,}7\,кг \cdot м/с$.
(Ответ: $h = 0{,}61\,м$).

5. Бильярдный шар налетает со скоростью **14,14 м/с** на другой такой же, но покоящийся. После соударения шары разлетаются под углом 90^0, причем первый шар летит под углом 30^0 к направлению первоначального движения. Найти скорости шаров после соударения, если удар является абсолютно упругим.

4. Закон сохранения момента импульса

4.1. Краткие теоретические сведения

Момент импульса твердого:

$$L = I\omega .$$

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы не меняется с течением времени

$$\sum_{i=1}^{n} I_i \vec{\omega}_i = const .$$

4.2. Задачи

1. Горизонтальная платформа в виде однородного диска массой **80 кг** и радиусом **1 м** вращается с частой **20 об/мин**. В центре платформы стоит человек и держит в вытянутых руках гири. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшил свой момент инерции от $\mathbf{2{,}94}\,\textit{кг}\cdot\textit{м}^2$ до $\mathbf{0{,}98}\,\textit{кг}\cdot\textit{м}^2$.

2. Человек массой **60 кг** стоит на краю платформы в виде диска массой **120 кг**, делающей **3 об/мин.** Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек перейдет на середину между краем и центром платформы? (Ответ: $n_2 = 4{,}8\,\textit{об}/\textit{мин}$).

3. На краю горизонтального диска радиусом **2 м** и массой **200 кг** стоит человек массой **80 кг**. Вертикальная ось вращения проходит через центр диска. С какой угловой скоростью будет вращаться диск, если человек будет идти вдоль его рая со скоростью **2 м/с**? (Ответ: ω = 0,44 $с^{-1}$).

4. На скамье Жуковского сидит человек и держит на вытянутых руках горизонтально руках две гири массой **10 кг** каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения **75 см**. Скамья вращается с частотой **1 об/с**. Какой станет угловая скорость вращения скамьи, если расстояние от каждой гири до оси вращения уменьшится до **2 см**? Момент инерции человека и скамьи равен $\mathbf{2{,}5}\,\textit{кг}\cdot\textit{м}^2$.

5. Закон сохранения энергии

5.1. Краткие теоретические сведения

Элементарная работа dA силы $\vec{F}$ на бесконечно малом перемещении $d\vec{r}$ — это произведение силы на величину перемещения

$$dA = FdS\cos\alpha .$$

Кинетическая энергия — это энергия движущегося тела:

$$K = \frac{mv^2}{2} .$$

Теорема о кинетической энергии: работа внешней силы равна изменению кинетической энергии тела:

$$A_{12} = \Delta K\ .$$

Потенциальная энергия деформированной пружины:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2}\ .$$

Потенциальная энергия тела над поверхностью Земли

$$U = mgh\ .$$

Закон сохранения механической энергии:

$$E = K + U = const\ .$$

5.2.Задачи

1. Мальчик тянет сани со скоростью **1 м/с**. Какую работу производит мальчик за **1 мин**, если масса санок **25 кг**, коэффициент трения санок о снег равен **0,02**? (Ответ: **А=300Дж**).

2. Какую работу надо совершить, чтобы поставить вертикально однородный стержень массой **40 кг** и длиной **1м**? (Ответ : $a = -5{,}2 м/с^2$).

3. При подъеме груза массой **2 кг** на высоту **2 м** сила тяги совершает работу **18,5 Дж**. С каким ускорение поднимался груз?

4. Какую работу надо совершить, чтобы заставить движущееся тело массой **2 кг** увеличить скорость от **2 м/с** до **5 м/с**?

5. Камень, пущенный по поверхности льда со скорость **3 м/с**, прошел до остановки **20,4 м**. Найти коэффициент трения камня о лед. (Ответ : $\mu = 0{,}02$).

6. При подготовке пружинного пистолета к выстрелу пружину с жесткостью **800 Н/м** сжали на **5 см**. Какую скорость приобретает пуля массой **10 г** при выстреле в горизонтальном направлении? (Ответ : $v = 14 м/с$).

7. Конькобежец массой **70 кг**, стоя на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой **3 кг** со скоростью **8 м/с**. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед **0,01**? (Ответ: $S = 0{,}6 м$).

8. Из орудия массой **5 т** вылетает снаряд массой **100 кг**. Кинетическая энергия снаряда при выстреле **7,5 кДж**. Какую кинетическую энергию получит орудие вследствие отдачи?

9. Тело массой **3 кг** движется со скоростью **4 м/с** и ударяется о неподвижное тело массой **5 кг**. Считая удар центральным и неупругим, найти количество тепла, выделившегося при ударе. (Ответ: $Q = 15 Дж$).

10. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на **20 см**, если известно, что под действием силы **30 Н** пружина сжимается на **1 см**.

III. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

1. Краткие теоретические сведения

Закон Кулона: сила взаимодействия двух неподвижных точеных зарядов прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними

$$F_к = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2} \text{, где}$$

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Кл^2}{Н \cdot м^2}$ — электрическая постоянная в СИ, или $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$ - коэффициент СИ; ε — диэлектрическая проницаемость среды показывает, во сколько раз сила взаимодействия зарядов в вакууме больше, чем в данном диэлектрике.

Напряженность электростатического поля — это сила, с которой поле действует на единичный положительный пробный заряд, помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Напряженность электростатического поля точечного заряда q на расстоянии r:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{r}{r}.$$

Потенциал φ поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}.$$

Работа в электростатике:

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

При параллельном и последовательном соединении конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 \text{ и } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Энергия заряженного конденсатора:

$$W_э = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}.$$

2. Пример решения задачи

Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол **α**. Шарики погружаются в масло плотностью ***ρ=8·10²* *кг/м³***. Какова диэлектрическая проницаемость **ε** масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков ***ρ=1,6·10³ кг/м³***.

Решение.

Дано:

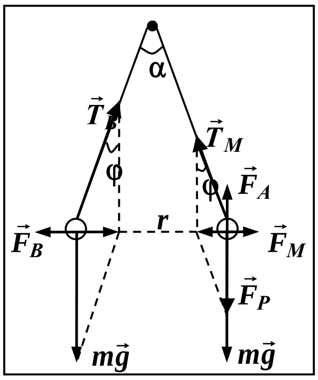
$\alpha_В = \alpha_М$;

$\rho_М = 8\cdot10^2$ кг/м^3;

$\rho_Ш = 1{,}6\cdot10^3$ кг/м^3;

$\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2)

$\varepsilon_М$ -?



Силы кулоновского отталкивания шариков в воздухе $\vec{F}_B$ и в масле $\vec{F}_M$ равны, т.к. угол расхождения нитей одинаковый. Обозначим угол отклонения каждой нити от вертикали **φ=α/2**. На рисунке указаны силы, действующие на каждый шарик в воздухе — слева и в масле — справа. В воздухе каждый шарик находится в равновесии под действием трех сил: тяжести $m\vec{g}$, натяжения нити $\vec{T}_B$ и Кулона $\vec{F}_B$. Сила Кулона равна по модулю результирующей двух других сил: $F_B = mg\cdot tg\varphi$.

В масле к трем ранее действующим на шарик силам добавляется выталкивающая сила Архимеда $\vec{F}_A$. Из рисунка следует, что сила Кулона, действующая на заряд в масле $F_M = \left(mg - F_A\right)\cdot tg\varphi$, где $F_A = \rho_M\cdot g\cdot V$. Выразим массу шарика через его объем $m = \rho_Ш\cdot V$. Составим систему уравнений с учетом законом Кулона, полагая, что диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon_B = 1$.

$$\begin{cases} F_B = mg\cdot tg\varphi \\ F_M = \left(mg - F_A\right)\cdot tg\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q^2}{r^2} = \rho_Ш\cdot g\cdot V\cdot tg\varphi \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q^2}{\varepsilon_M\cdot r^2} = \left(\rho_Ш\cdot g\cdot V - \rho_M\cdot g\cdot V\right)\cdot tg\varphi \end{cases}.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим $\varepsilon_M = \dfrac{\rho_Ш\cdot g\cdot V}{\rho_Ш\cdot g\cdot V - \rho_M\cdot g\cdot V} = \dfrac{\rho_Ш}{\rho_Ш - \rho_M}$.

Вычисления: $\varepsilon_M = \dfrac{1{,}6\cdot10^3}{1{,}6\cdot10^3 - 0{,}8\cdot10^3} = 2$.

Ответ: $\varepsilon_M = 2$.

3. Задачи

1. В вершинах квадрата со стороной 10 см расположены четыре заряда по 10^{-8} Кл. Найти величину и напряженность поля в центре квадрата, если знаки зарядов чередуются так: +, +, -, -.

2. Отрицательный и положительный заряды по 0,1 нКл расположены на расстоянии 6 см друг от друга. Найти напряженность поля в точке удаленной на 5 см от каждого заряда.

3. В однородном электрическом поле с напряженностью 1 кВ/м переместили заряд -25 нКл в направлении силовой линии на 2 см. Найти работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля и разность потенциалов между начальной и конечной точками перемещения.

4. На сколько изменится кинетическая энергия заряда 10^{-9} Кл при его движении под действием поля точечного заряда 10^{-6} Кл из точки, удаленной на 3 см от этого заряда, в точку, отстающую на 10 см от него? Начальная скорость заряда равна нулю.

5. Определите скорость электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 300 В. Начальную скорость электрона принять равной нулю.

6. Определить скорость, которую приобретает электрон, пролетевший в электрическом поле от точки с потенциалом 10^5 В до точки с потенциалом 3 10^5В, если начальная скорость электрона 5 10^8 м/с.

7. Пространство между обкладками плоского конденсатора, подключенного к источнику напряжения, заполнили диэлектриком $\varepsilon = 4$. Как изменилась энергия конденсатора.

8. Плоский конденсатор с расстоянием между пластинами 0,4 мм заряжен до напряжения 12 В и отключен от источника. Какое напряжение будет между пластинами, если их раздвинуть до 4 мм?

9. Три конденсатора одинаковой емкости по 0,2 мкФ соединены смешанным образом и подключены к источнику напряжения 200 В. Определить общий заряд батареи конденсаторов.

10. Во сколько раз изменится энергия конденсатора при увеличении его заряда в два раза?

11. Емкость одного конденсатора в 9 раз больше, чем у другого. На какой из конденсаторов надо подать большее напряжение и во сколько раз большее, чтобы их энергии стали одинаковы?

12. Площадь каждой из пластин плоского конденсатора 200 см^2, а расстояние между ними 1 см. Какова энергия поля конденсатора, если напряженность поля 500 кВ/м?

IV. ПОСТОЯННЫЙ ТОК. ЗАКОНЫ ОМА, КИРХГОФА И ДЖОУЛЯ-ЛЕНЦА.

1. Краткие теоретические сведения

Электрический ток — это упорядоченное движение зарядов, обусловленное электрическим полем.

Сила тока — равна заряду, прошедшему через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I=\frac{q}{t}.$$

Сопротивление цилиндрического проводника длиной l и площадью поперечного сечения S

$$R=\rho\frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление, зависящее от свойств материала проводника и температуры.

Сопротивление при последовательном и параллельном соединении проводников:

$$R=R_1+R_2 \text{ и } \frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}.$$

Напряжение U — это суммарная работа кулоновских и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке 1-2 цепи

$$U_{12}=\left(\varphi_1-\varphi_2\right)+\varepsilon_{12}.$$

Закон Ома для участка цепи с ЭДС или закон Ома в обобщенном виде:

$$I=\frac{\left(\varphi_1-\varphi_2\right)+\varepsilon_{12}}{R+r}.$$

Работа тока

$$dA=IUdt=\frac{U^2}{R}dt=I^2Rdt.$$

2. Задачи

1. Определить число электронов, проходящих в секунду через единицу площади поперечного сечения железной проволоки длиной $l=10м$ и при напряжении на ее концах $U=6B$. Удельное сопротивление железа $\rho=9{,}8\cdot10^{-6}\,Ом\cdot см$.

2. Элемент с ЭДС 1,1 В и внутренним сопротивлением 1 Ом замкнут на внешнее сопротивление 9 Ом. Найти: силу тока в цепи; падение напряжения на внешнем сопротивлении; падение напряжения на внутреннем сопротивлении; с каким КПД работает элемент.

3. При подключении к батарее сопротивления 16 Ом сила тока в цепи 1 А, а при подключении 8 Ом — 1,8 А. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

4. Две электрические лампочки включены в сеть параллельно. Сопротивление первой лампочки 360 Ом, второй – 240 Ом. Какая из лампочек потребляет большую мощность и во сколько раз?

5. Электрический чайник имеет две обмотки. При подключении одной из них вода в чайнике закипает через 15 мин., а при подключении другой – через 30 мин. Через сколько времени закипит вода при параллельном включении двух обмоток?

6. ЭДС батареи 240 В, внешнее сопротивление цепи – 23 Ом, внутреннее – 1 Ом. Определить общую мощность, полезную мощность, КПД цепи.

7. Сила тяги электровоза при скорости 13 м/с равна 380 кН. Определить КПД электровоза, если напряжение в контактной сети 3 кВ и сила тока в обмотке каждого из восьми двигателей равна 230 А.

V. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.

1. Краткие теоретические сведения

Закон Ампера: на элемент тока в магнитном поле действует сила

$$dF_A = Idl \cdot B\sin\alpha ,$$

где α — угол между векторами $d\vec{l}$ и магнитной индукции $\vec{B}$.

Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле:

$$M = ISB\sin\alpha ,$$

где S — площадь контура, α — угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$.

Сила Лоренца — сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся электрический заряд:

$$F_Л = qv \cdot B\sin\alpha ,$$

где $v = dl/dt$ — скорость заряда q , α — угол между векторами скорости $\vec{v}$ и магнитной индукции $\vec{B}$.

Радиус кривизны траектории частицы, движущейся перпендикулярно линиям индукции

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} .$$

Поток магнитной индукции $\vec{B}$ сквозь контур

$$\Phi_B = BS\cos\alpha ,$$

где S — площадь контура; α — угол между нормалью к плоскости контура и направлением магнитного поля.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на изменение магнитного потока, пронизывающего контур:

$$dA = Id\Phi_B .$$

При конечном изменении потока от Φ_1 до Φ_2 и постоянной силе тока

$$A = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right).$$

2. Пример решения задачи

Между полюсами магнита подвешен горизонтально на двух невесомых нитях прямой проводник, длиной 0,4 м и массой 10 г. Индукция однородного магнитного поля равна 0,05 Тл и перпендикулярна к проводнику. На какой угол от вертикали отклонятся нити, поддерживающие проводник, если по нему пропустить ток 5 А?

Решение

Дано:

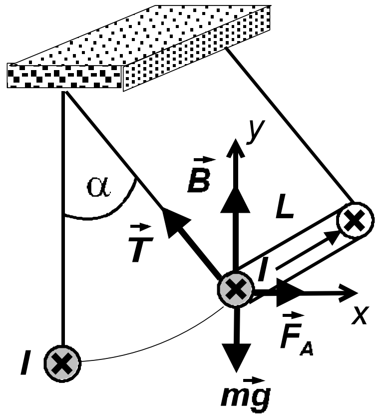
$L = 0{,}4$ м

$m = 0{,}01$ кг

$B = 0{,}05$ Тл

$I = 5$ А

α - ?



На проводник действуют три силы:

$m\vec{g} -$ сила тяжести,

$\vec{T} -$ сила натяжения нити,

$F_{\text{А}} = ILB -$ сила Ампера, действующая со стороны магнитного поля на проводник длиной L с током I и направленная перпендикулярно вектору магнитной индукции.

По условию равновесия в проекциях на ось X:

$$F_{\text{А}} - T sin\alpha = 0 \Rightarrow T sin\alpha = F_{\text{А}}.$$

в проекциях на ось Y:

$$T\, cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow T\, cos\alpha = mg.$$

Разделив первое уравнение на второе, получаем:

$$tg\,\alpha = \frac{F_{\text{А}}}{mg} = \frac{ILB}{mg}.$$

Размерность: $[tg\,\alpha] = \frac{[I][L][B]}{[m][g]} = \frac{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{Н}\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{А}\cdot\text{м}} = 1.$

Вычисления: $tg\,\alpha = \frac{ILB}{mg} = \frac{5\cdot 0{,}4\cdot 5\cdot 10^{-2}}{10^{-2}10} = 1 \quad \Rightarrow \alpha = 45^{\circ}.$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$.

3.Задачи

1. Из проволоки длиной 20 см сделан квадратный контур и помещен в магнитное поле с индукцией 0,1 Тл. Нормаль к контуру составляет угол 45° с направлением поля. Определить вращающий момент, действующий при силе тока в 2 А и работу, которую надо совершить, чтобы расположить плоскость контура параллельно направлению магнитной индукции.

2. В проводнике с длиной активной части 8 см сила тока равна 50 А. Он находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,02 Тл. Какую работу совершил источник тока, если проводник переместился на 10 см перпендикулярно линиям индукции?

3. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Индукция магнитного поля 0,2 Тл. По контуру течет ток силой 2 А, радиус контура 2 см. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг его диаметра?

4. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 1000 В, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция поля равна 0,001 Тл. Найти радиус кривизны траектории электрона.

5. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 10$ мТл перпендикулярно линиям индукции влетает электрон с кинетической энергией $K = 30$ кэВ. Определить радиус кривизны траектории электрона.

6. Частица, имеющая заряд электрона, влетает в однородное магнитное поле под углом 45° к линиям магнитной индукции и движется по винтовой линии с шагом 2 см. Определить импульс частицы, если индукция поля равна 10^{-2} Тл.

VI. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

1. Краткие теоретические сведения

Основной закон электромагнитной индукции Фарадея: ЭДС электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пересекающего площадь контура:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 \cdot V\ ,$$

где V —объем соленоида; n —плотность витков, μ — магнитная проницаемость материала сердечника.

ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt}.$$

Энергия магнитного поля контура индуктивностью L с током силой I:

$$W_м = \frac{LI^2}{2}.$$

Магнитная индукция в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2}\cdot\frac{I}{R}.$$

Магнитная индукция тороид, (соленоида):

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где $n = N/2\pi R$ ($n = N/l$) — число витков на единице длины.

2. Задачи

1. Найти ЭДС индукции в проводнике с длиной активной части 0,25 м, перемещающемся в однородном магнитном поле с индукцией 8 мТл со скоростью 5 м/с под углом 30^0 к вектору магнитной индукции.

2. Прямой проводник длиной 40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью 5 м/с перпендикулярно к линиям индукции. Разность потенциалов между концами проводника 0,6 В. Вычислить индукцию магнитного поля.

3. Определить максимальное значение ЭДС, которая возникает в замкнутом контуре площадью 10 см^2, равномерно вращающемся с частотой 5 с$^{-1}$ в магнитном поле напряженностью 10^4 А/м. Ось вращения лежит в плоскости контура.

4. Индукция магнитного поля между полюсами двухполюсного генератора 0,8 Тл. Ротор имеет 100 витков площадью 400 см^2. Сколько оборотов в минуту делает якорь, если максимальное значение ЭДС индукции равно 200 В?

5. Найти индуктивность соленоида, полученного при намотке провода длиной 10 м на цилиндрический железный стержень длиной 10 см. Относительную магнитную проницаемость железа принять равной 400.

6. Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой равна 1 мГн, если при токе 1 А магнитный поток сквозь один виток катушки равен 2 мкВб?

7. Определить энергию магнитного поля соленоида, содержащего 500 витков, которые намотаны на картонный каркас радиусом 2 см и длиной 0,5 м, если по нему течет ток 5 А.

3. Система уравнений Максвелла

1 Уравнения Максвелла являются основными законами классической электродинамики, сформированными на основе обобщения важнейших законов электростатики и электромагнетизма. Эти уравнения в интегральной форме имеют вид:

$$1.\ \oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}\ .$$

$$2.\ \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}\ .$$

$$3.\ \oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV\ .$$

$$4.\ \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0\ .$$

Первое уравнение Максвелла является обобщением:

Варианты ответа:

1) закона электромагнитной индукции;

2) закона полного тока в среде;

3) теоремы Остроградского-Гаусса для электростатического поля в среде;

4) теоремы Остроградского-Гаусса для магнитного поля.

Ответ: №1.

2.

Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеет вид: $\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$ $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}$ $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$ $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	Представленная система уравнений Максвелла: $\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$ $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \vec{j}d\vec{S}$ $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$ $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ справедлива для …

Варианты ответа:

1) стационарного электромагнитного поля в отсутствие токов проводимости;

2) переменного электромагнитного поля при наличии заряженных тел и токов проводимости

3) стационарных электрических и магнитных полей

4) стационарного электромагнитного поля в отсутствие заряженных тел

Ответ: № 3.

3.

Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеет вид:	Представленная система уравнений Максвелла:
$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{S}$ $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})d\vec{S}$ $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$ $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$ $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \vec{j}d\vec{S}$ $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$ $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ справедлива для …

Варианты ответа:

1) стационарных электрических и магнитных полей при наличии заряженных тел и токов проводимости;

2) переменного электромагнитного поля при наличии заряженных тел и токов проводимости;

3) стационарных электрических и магнитных полей в отсутствие токов проводимости;

4) стационарных электрических и магнитных полей в отсутствие заряженных тел.

Ответ: № 1.

4.

Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеет вид:	Представленная система уравнений:
$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{S}$ $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})d\vec{S}$ $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$ $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{S}$ $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}d\vec{S}$ $\oint_S \vec{D}d\vec{S} = 0$ $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ справедлива для переменного электромагнитного поля ……

Варианты ответа:

1) при наличии токов проводимости и в отсутствие заряженных тел;

2) при наличии заряженных тел и токов проводимости;

3) при наличии заряженных тел и в отсутствие токов проводимости;

4) в отсутствие заряженных тел и токов проводимости.

Ответ: № 4.

5. Уравнение Максвелла, описывающее отсутствие в природе магнитных зарядов, имеет вид …

Варианты ответа:

1) $\oint E_n dS = 0$; 2) $\oint B_n dS = 0$; 3) $\oint E_l dl = 0$; 4) $\oint B_l dl = 0$.

Ответ: № 2.

VII. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. Гармонические колебания

1.1. Краткие теоретические сведения

Гармонические колебания — это процессы, при которых физическая величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

где A — амплитуда колебаний, ω — циклическая (круговая) частота, связанная с периодом и линейной частотой колебаний соотношением:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

Скорость гармонических колебаний

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $v_0 = \omega A$ — амплитуда скорости.

Ускорение гармонических колебаний

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

где $a_0 = \omega^2 A$ — амплитуда ускорения.

1.2.Задачи

1. Система совершает $N = 10$ колебаний за время $t = 2$ с. Амплитуда колебаний $A = 5$ м, начальная фаза — $\varphi_0 = 0$ рад. Определить период T, частоту ν и циклическую частоту ω колебаний, амплитуду скорости v_0, амплитуду ускорения a_0, смещение $x(t)$, скорость $v(t)$ ускорение $a(t)$ в момент времени $t = 2$ с. ($x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$).

2. Материальная точка совершает колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, где круговая частота $\omega = \pi$ $рад/с$, начальная фаза $\varphi_0 = 0$ $рад$. Через какое время после начала

движения смещение маятника от положения равновесия будет равно половине амплитуды колебаний?

3. Материальная точка совершает колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, где амплитуда $A = 10\ см$, круговая частота $\omega = \pi/2\ рад/с$, начальная фаза $\varphi_0 = \pi/2\ рад$. Найти ускорение точки в момент времени $t = 1\ с$.

4. Маятник совершает колебания по закону $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. В момент времени $t = 0$ смещение маятника от положения равновесия $x(0) = 5\ см$, а скорость $v(0) = 10\ см/с$. Определить амплитуду и начальную фазу колебаний, если круговая частота $\omega = 2\ рад/с$.

2. Механические осцилляторы

2.1. Краткие теоретические сведения

Пружинный маятник — это тело массой m, на пружине жесткостью k. Период колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Физический маятник — это твердое тело массой m, совершающее колебания вокруг горизонтальной оси O, расположенной на расстоянии l выше центра масс C. Период:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgl}}.$$

Математический маятник — материальная точка, массой m, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити длиной l. Период колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

2.2. Задачи

1. Груз массой $m = 100\ г$ колеблется на пружине с периодом $T = 0{,}1\ с$ и амплитудой $A = 10\ см$. Найти жесткость пружины и максимальную силу, действующую на груз.

2. Тонкое кольцо совершает колебания относительно оси, проходящей через верхнюю точку кольца. Определить радиус кольца, если период колебаний $T = 1\ с$.

3. Материальная точка массой $m = 100\ г$ совершает колебания по закону $x = A\sin(\omega t)$, где амплитуда $A = 10\ см$, круговая частота $\omega = 10\ рад/с$. Найти максимальную силу, действующую на точку.

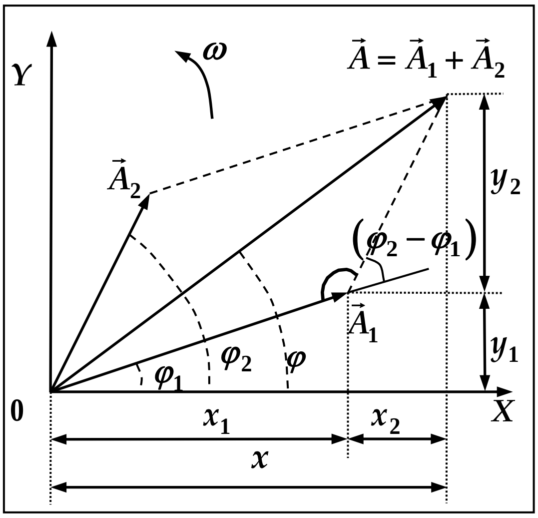
4. Однородный стержень длиной $l = 0{,}83\,м$ совершает свободные колебания в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, находящейся на расстоянии $l/3$ от его верхнего конца. Найти период и частоту колебаний.

3. Сложение гармонических колебаний одного направления и равной частоты

3.1. Краткие теоретические сведения

Результирующее колебание будет происходить вдоль того же направления и с той же частотой. Для нахождения амплитуды и начальной фазы результирующих колебаний воспользуемся методом векторных диаграмм, который представляет собой графическое изображение гармонических колебаний посредством вращающегося вектора.

Метод векторных диаграмм позволяет определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующих колебаний.



Векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ — это амплитуды слагаемых однонаправленных колебаний, углы φ_1 и φ_2 с осью OX — начальные фазы этих колебаний.

При вращении с угловой скоростью, равной циклической частоте ω, проекции векторов на ось OX совершают гармонические колебания по

закону:
$$+\begin{array}{l} x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \\ \hline x(t) \;=\; A \cos(\omega t + \varphi) \end{array}.$$

Получили уравнение результирующих колебаний, происходящих с такой же частотой, что и исходные колебания.

Начальная фаза результирующих колебаний находится из соотношения (см. рис.):

$$tg\varphi = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

Амплитуда результирующих колебаний:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

3.2. Задачи

1. Материальная точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях, проходящих вдоль одной прямой. Уравнения слагаемых колебаний в СИ имеют вид $x_1 = 0{,}08\cos(2\pi t)$ и $x_2 = 0{,}06\cos(2\pi t + \pi/2)$. Определить уравнение результирующих колебаний и построить векторную диаграмму колебаний.

2. Материальная точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях, проходящих вдоль одной прямой. Уравнения слагаемых колебаний в СИ имеют вид

$x_1 = 0{,}1\cos\pi(t + 1/6)$ и $x_2 = 0{,}05\cos\pi(t + 1/2)$. Определить уравнение результирующих колебаний и построить векторную диаграмму колебаний.

4. Собственные незатухающие колебания в колебательном контуре

4.1. Краткие теоретические сведения

Свободные или собственные колебания происходит в контуре при при $R = 0$.
называются

Превращение энергии в колебательном контуре:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{L\cdot I^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{L\cdot I_0^2}{2} = const\,.$$

Период колебаний в контуре:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}\,.$$

Гармонические колебания заряда q (а), напряжения U (б) на конденсаторе и силы тока I (в) в катушке индуктивности:

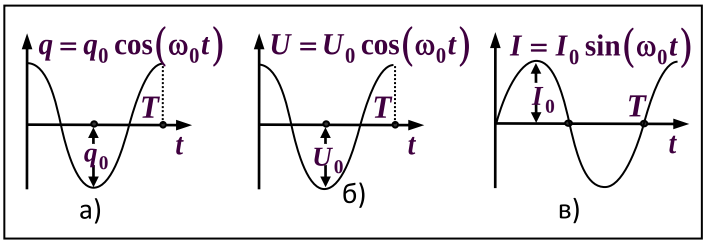
$$q(t) = q_0\cos(\omega_0 t)\,;$$

т.к. $U = \dfrac{q}{C} = \dfrac{q_0}{C}\cos(\omega_0 t)$, то

$$U(t) = U_0\cos(\omega_0 t)\,;$$

т.к. $I = -\dfrac{dq}{dt} = \omega_0 q_0 \sin(\omega_0 t)$

$$I(t) = I_0\sin(\omega_0 t)\ \boxed{I(t) = I_0\sin(\omega_0 t)}.$$



Здесь $q_0, U_0 = \dfrac{q_0}{C}, I_0 = \omega_0 q_0$ — амплитудные значения заряда, напряжения и силы тока.

4.2. Задачи

1. Конденсатор емкостью $C = 5\ мкФ$, заряженный до напряжения $U = 120\ B$, разряжается на катушку. Максимальная сила разрядного тока $I = 0{,}4\ A$. Определить индуктивность катушки.

2. Конденсатор емкостью $C = 5\ мкФ$, заряженный до напряжения $U = 120\ B$, подключен к катушке индуктивности. Максимальная сила тока $I = 0{,}4\ A$. Определить период колебаний, считая их незатухающими.

3. Конденсатор емкостью, заряженный до напряжения $U = 120\ B$, подключен к катушке с индуктивностью $L = 0{,}45\ Гн$. Максимальная сила тока $I = 0{,}4\ A$. Определить период колебаний, считая их незатухающими.

4. Уравнение изменения тока в колебательном контуре в СИ $I(t) = 0{,}02\sin(400\pi \cdot t)$. Индуктивность контура равна **1 *Гн.*** Определить емкость контура и максимальное значение энергий электрического и магнитного полей.

5. В начальный момент времени сила тока в идеальном колебательном контуре имеет максимальное отрицательное значение, положительное значение, равное половине амплитудного, достигается через ***0,05 с***. Определить частоту гармонических колебаний.

5. Затухающие электромагнитные колебания

5.1. Краткие теоретические сведения

Затухающие колебания — это колебания, амплитуды которых с течением времени уменьшаются из-за потерь энергии на нагревание ($R \neq 0$).

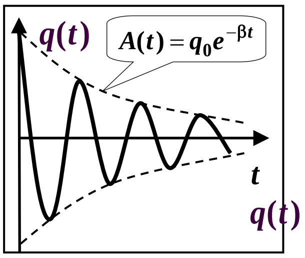
Изменение заряда происходит по гармоническому закону

$$q(t) = A(t) \cdot \cos(\omega t).$$

Частота затухающих колебаний меньше частоты ω_0 собственных гармонических колебаний в контуре без сопротивления

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad \text{или} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Здесь ω_0 — собственная циклическая частота колебаний, $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$, β — коэффициент затухания $\frac{R}{L} = 2\beta$.



Амплитуда затухающих колебаний убывает со временем по экспоненциальному закону:

$$A(t) = q_0 \cdot e^{-\beta t},$$

где q_0 — амплитуда в начальный момент времен $t = 0$.

Время релаксации — время, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшится в e раз:

$$\tau = \frac{1}{\beta}.$$

Декремент затухания — это отношение двух последовательных амплитуд колебаний:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)}=\frac{q_0\cdot e^{-\beta t}}{q_0\cdot e^{-\beta(t+T)}}=\frac{q_0\cdot e^{-\beta t}}{q_0\cdot e^{-\beta t}e^{-\beta T}}=e^{\beta T}.$$

Логарифмический декремент затухания — величина, обратная числу колебаний, по истечении которых амплитуда уменьшится в e раз:

$$\Delta=\ln\frac{A(t)}{A(t+T)}=\beta T=\frac{T}{\tau}=\frac{1}{N}.$$

Добротность контура — число колебаний N, умноженное на π, по истечении которых, амплитуда уменьшится в e раз:

$$Q=\pi N=\frac{\pi}{\Delta}=\frac{\pi}{\beta T}.$$

Добротность увеличивается при уменьшении затухания и периода колебаний.

5.2. Пример решения задачи

Тело массой ***48 г*** совершает затухающие колебания на пружине, погруженной в вязкую жидкость. Найти коэффициент сопротивления среды r, если за ***2,5 с*** колебательная система теряет ***80%*** своей энергии. Определить, через какое время амплитуда смещения тела уменьшиться в $e=2{,}718$ раз.

Дано:
$m=48\ г=0{,}048\ кг$;
$t_1=2{,}5\ с$;
$\frac{\Delta W}{W_0}=80\%$;
$\frac{A(0)}{A(t_2)}=e$.

Найти:
r; t_2 — ?

Решение.

Известно, что амплитуда затухающих колебаний уменьшается со временем t по экспоненциальному закону:

$$A(t)=A_0e^{-\beta t},$$

где A_0 — амплитуда в начальный момент времени $t=0$. Тогда энергия колебаний в момент времени t равна:

$$W(t)=\frac{kA^2(t)}{2},$$

где k — коэффициент упругости пружины.

Определим коэффициент затухания β, учитывая, что в момент времени t_1 энергия W_1 системы составляет ***20 %*** от начального W_0 значения:

$$\frac{W_1}{W_0}=0{,}2\Rightarrow\ \frac{kA^2(t_1)}{kA^2(0)}=0{,}2\Rightarrow\ \frac{A_0^2e^{-2\beta t_1}}{A_0^2e^{-2\beta\cdot 0}}=0{,}2\Rightarrow\ e^{-2\beta t_1}=0{,}2\Rightarrow\ -2\beta t_1=\ln 0{,}2\Rightarrow\ \beta=-\frac{\ln 0{,}2}{2t_1}.$$

Учитывая, что $\beta=\frac{r}{2m}$, где m — масса колеблющегося тела, то коэффициент сопротивления среды

$$r = 2\beta \cdot m = -2\frac{\ln 0,2}{2t_1} \cdot m = -\frac{\ln 0,2}{t_1} \cdot m .$$

Время, в течение которого амплитуда смещения тела уменьшиться в $e = 2,718$ раз, называется временем релаксации, связанным с коэффициентом затухания соотношением:

$$\tau = \frac{1}{\beta} = -\frac{2t_1}{\ln 0,2} .$$

Вычисления:

$$r = -\frac{(-1,61)}{2,5} \cdot 0,048 = 0,031\frac{кг}{c} .$$

$$\tau = -\frac{2 \cdot 2,5}{(-1,61)} = 3,1\,c .$$

Ответ: $r = 0,031\frac{кг}{c}$; $\tau = 3,1\,c$.

5.3. Задачи

1. Определить добротность Q колебательного контура, состоящего из катушки индуктивность $L = 2$ мГн, конденсатора емкостью $C = 0,2$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 1$ Ом.

Решение.

1. $Q = \frac{\pi}{\beta T}$. Т.к. $\frac{R}{L} = 2\beta$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ и $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$, то

2. $Q = \frac{2\pi L}{R \cdot 2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ ….

Ответ: Q =100.

2. Частота свободных колебаний некоторой системы $\omega = 65$ рад/с, а ее добротность $Q = 2$. Определить собственную частоту ω_0 колебаний этой системы.

Решение.

1. $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \beta^2}$.

2. $Q = \frac{\pi}{\beta T} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{QT}$. Т.к. $T = \frac{2\pi}{\omega}$, то $\beta = \frac{\pi\omega}{Q \cdot 2\pi}$.

3. $\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \frac{\omega^2}{4Q^2}}$.

Ответ: ω_0 = 67 рад/с.

6. *Волновая оптика*

6.1. Интерференция света

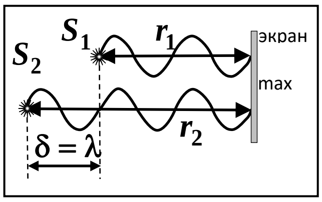
6.1.1. Краткие теоретические сведения

Уравнение плоской световой волны

$$E = E_0 \cos(\omega t - kr),$$

где E — напряженность электрического поля волны в момент времени t на расстоянии r от источника, E_0 — амплитудное значение напряженности, $\omega = 2\pi\nu$ — круговая частота волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, $(\omega t - kr)$ — фаза колебаний волны, λ — длина световой волны.

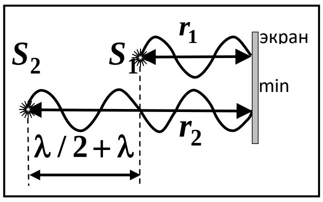
Условие максимума интерференции: в геометрической разности хода должно укладываться целое число длин волн:



$$|r_2 - r_1| = \pm m\lambda,$$

где $m = 0, 1, 2, 3...$ — порядок максимума.

Условие минимума интерференции: в геометрической разности хода должно укладываться нечетное число полудлин волн:



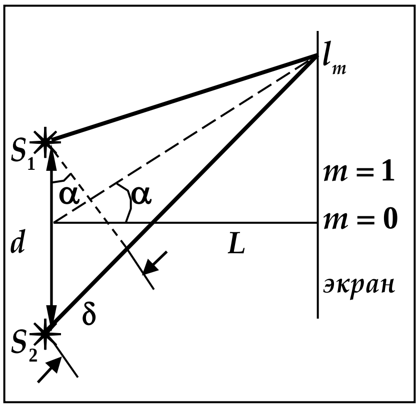
$$|r_2 - r_1| = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}.$$

В этом случае в точке M будет наблюдаться минимум интенсивности, т.е. темнота.

6.1.2. Пример решения задачи

Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга ***d=0,5 мм***, расстояние до экрана ***L= 1м***. Определить расстояние между интерференционными полосами, если щели освещаются монохроматическим светом с длиной волны $\lambda_1 = 500$ нм и $\lambda_2 = 750$ нм.

Решение:



$$\left.\begin{aligned} &\delta = d \cdot \sin\alpha = d \cdot tg\alpha = d\frac{l_m}{L} \\ &\delta = \pm m\lambda \quad - \textit{условие}\ \mathbf{max} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad l_m = \pm m\frac{L}{d}\lambda.$$

$$\Delta l = l_{m+1} - l_m = \frac{L}{d}\lambda.$$

Ответ: $\Delta l_1 =$ ***1мм,***

$\Delta l_2 =$ ***1,5мм.***

1.3. Задачи

1. Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой $\nu = 400\ Гц$. Скорость распространения колебаний в среде $v = 1000\ м/с$. Определить, при какой минимальной разности хода, не равной нулю, будет наблюдаться: 1) максимальное усиление колебаний; 2) максимальное ослабление колебаний.

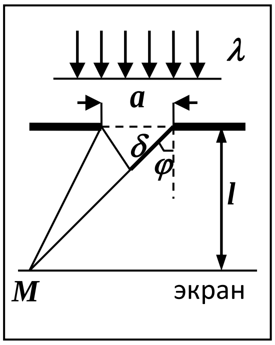
2. Два когерентных источника посылают поперечные волны в одинаковых фазах. Периоды колебаний $T = 0,2\ с$, скорость распространения волн в среде $v = 800\ м/с$. Определить, при какой разности хода в случае наложения волн будет наблюдаться: 1) усиление колебаний; 2) ослабление колебаний.

6.2. Дифракция света

6.2.1. Краткие теоретические сведения

Дифракция Фраунгофера на узкой щели.

Плоская волна диной λ падает на пластину со щелью шириной a, много меньшей ее длины; l — расстояние от щели до экрана, φ — угол наблюдения точки M. Если $a \ll l$, то разность хода лучей от краев щели до точки M $\delta = a \cdot sin\varphi$. Если на ширине щели укладывается нечетное число зон Френеля, то в точке M наблюдается дифракционный максимум



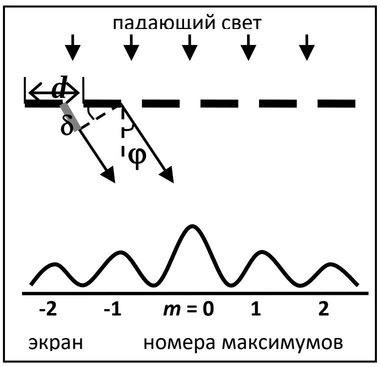
$$a \cdot \sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

где $m = 1, 2, 3, \ldots$ - порядок максимума.

Если на ширине щели четное число зон Френеля, то в точке M наблюдается дифракционный минимум

$$a \cdot \sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}.$$

Дифракционная решетка — система одинаковых параллельных щелей на пластине, разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.

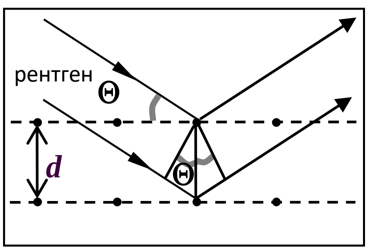


Условие дифракционного максимума.

$$d\sin\varphi = \pm m\lambda$$

где $m = 0, 1, 2, \ldots$ — порядок максимума.

Условие Вульфа – Брэггов позволяет определить d по дифракционным максимумам отраженных атомными плоскостями рентгеновских лучей



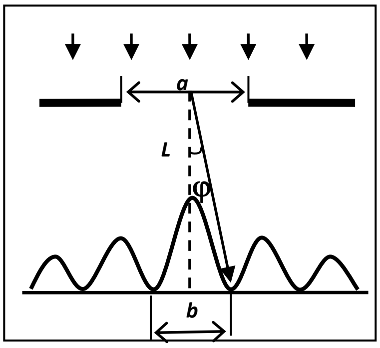
$$2d\sin\Theta = m\lambda.$$

Здесь Θ — угол скольжения или угол наблюдения m-го максимума, $m = 1, 2, 3, \ldots$

6.2.2. Пример решения задачи

На щель шириной $a = 0{,}1 мм$ падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600 нм$. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен параллельно щели на расстоянии $L = 1 м$. Определить ширину b центрального дифракционного максимума.

Решение:



Ширина центрального максимума равна расстоянию между левым и правым ближайшими минимумами.

Условие дифракционного минимума $a \cdot \sin\varphi = \pm 2m\dfrac{\lambda}{2}$. При $m = 1$ получаем $\sin\varphi = \dfrac{\lambda}{a}$. При малых углах $\sin\varphi = tg\varphi$. Из рисунка следует, что $tg\varphi = \dfrac{b}{2L}$.

Т.о., $\dfrac{b}{2L} = \dfrac{\lambda}{a} \Rightarrow b = \dfrac{2L}{a}\lambda$.

2.3. Задачи

На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная $d = 2$ мкм.

Решение:

$d\sin\varphi = m\lambda$ или $d\sin\varphi_{max} = m_{max}\lambda$.
Т.к. $\sin\varphi_{max} = 1$, то $m_{max} = d/\lambda$.

Ответ: $m_{max} = 3$.

2. Определить число n штрихов на 1мм дифракционной решетки, если углу $\varphi = 30^0$ соответствует максимум четвертого порядка для монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм.

Решение:

$d\sin\varphi = m\lambda \Rightarrow d = m\lambda/\sin\varphi$. Т.к. $n = 1/d \Rightarrow$, то $n = \sin\varphi/m\lambda$.

3. На дифракционную решетку длиной $l = 15 мм$, содержащую $N = 3000$ штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 550 нм$. Определить число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки.

Решение:

Условие максимума имеет вид $d\sin\varphi = \pm m\lambda$, где $d = \dfrac{l}{N}$.

Наибольший порядок максимума достигается при $\sin\varphi = 1 \Rightarrow \quad m_{мах} = \dfrac{d}{\lambda}$.

Число максимумов $n = 2m_{мах}$. Или $n = \dfrac{2l}{N\lambda} = 18$.

4. На грань кристалла (каменной соли) падает параллельный пучок монохроматического рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-10}\ м$. Определить расстояние между атомными плоскостями кристалла, если под углом $\varphi = 30^0$ наблюдается дифракционный максимум второго порядка.

Решение:

$$2d\sin\varphi = m\lambda \Rightarrow$$

$$d = \frac{m\lambda}{2\sin\varphi} = 3 \cdot 10^{-10}\ м$$ = 3 ангстрема.

6.3. Поляризация света

6.3.1. Краткие теоретические сведения

Закон Брюстера: отраженный луч полностью поляризован, если

$$tg\alpha_Б = n,$$

где $\alpha_Б$ — угол полной поляризации отраженного от диэлектрика света, n — показатель преломления.

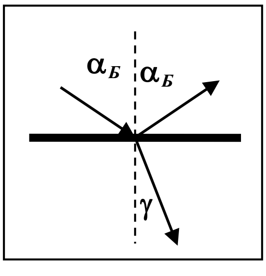
Закон Малюса: интенсивность света, прошедшего второй поляроид:

$$I_{\Box} = I_0\cos^2\alpha \quad \text{или} \quad I_{\Box} = \frac{I_{ест}}{2}\cos^2\alpha \ .$$

6.3.2. Задачи

1. При каком угле падения солнечный свет, отражаясь от поверхности воды становится плоскополяризованным? Чему равен при этом угол преломления?

Решение:



Для границы вода–воздух $n = 1{,}33$.

Воспользовавшись законом Боюстера, получаем: $\alpha_Б = 52{,}5^0$.

Отраженный свет полностью поляризован, если угол между преломленным и отраженным лучами равен 90^0.

Следовательно, $\alpha_Б + \gamma = 90^0$. Отсюда находим угол преломления:

$$\gamma = 90^0 - 52{,}5^0 = 37{,}5^0.$$

2. Естественный свет проходит через два поляроида. Ось одного вертикальна, а ось другого образует с вертикалью угол $\alpha = 60^0$. Найти интенсивность прошедшего сквозь поляроиды света.

Решение:

Интенсивность $I_{ест}$ естественного луча, прошедшего первый поляроид уменьшается вдвое, т.е. $I_0 = I_{ест}/2$.

При этом свет становится поляризованным в вертикальной плоскости. Интенсивность света, прошедшего второй поляроид, определяется по закону Малюса:

$$I = I_0 \cos^2\alpha .$$

Таким образом,

$$I = \frac{I_{ест}}{2} \cdot \cos^2\alpha = \frac{I_{ест}}{8} .$$

VIII. КВАНТОВАЯ ОПТИКА. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

1. Тепловое излучение

1.1. Краткие теоретические сведения

Тепловое излучение — излучение электромагнитных волн телами за счет внутренней энергии.

Закон Стефана – Больцмана: интегральная испускательная способность R_T^* абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры

$$R_T^* = \sigma \cdot T^4 ,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ Вт/\left(м^2 К^4\right)$ — постоянная Стефана – Больцмана.

Закон смещения Вина: частота ν_{max}, на которой происходит максимальное излучение энергии абсолютно черного тела, пропорциональна его абсолютной температуре:

$$\nu_{max} = b^* T .$$

В задачах чаще определяется длина волы λ_{max}, на которой происходит максимальное излучение энергии

$$\lambda_{max} = b/T ,$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3}\ м \cdot К$ — постоянная Вина, $b^* = c/b$, c — скорость света в вакууме.

1.2. Пример решения задачи

Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, $\boldsymbol{\lambda_{max} = 580}$ нм. Определить энергетическую светимость $\boldsymbol{R}$ поверхности тела.

Решение.

По закону Стефана – Больцмана

$$R_T^* = \sigma \cdot T^4 ,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ Вт\big/\left(м^2 K^4\right)$.

Температуру выразим из закона Вина:

$$\lambda_{\max} = b/T ,$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3}\ м \cdot K$.

Таким образом,

$$R_T^* = \sigma \cdot \left(\frac{b}{\lambda_{\max}}\right)^4 .$$

Подставив численные значения величин, входящих в конечную формулу, получим ответ.

1.3. Задачи

1. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум его излучающей способности, изменилась от 700 до 500 нм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

2. Температура абсолютно черного тела при нагревании изменилась от 1000 до 3000 К. Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость? На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум его излучательной способности?

3. Найти температуру печи, если из отверстия в ней размером 6,1 см^2 излучается в одну секунду 8,28 кал. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела (1 кал = 4,19 Дж).

4. Какое количество энергии излучает Солнце в одну минуту? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К, радиус Солнца — 6,95·10^8 м.

5. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 34 кВт. Найти температуру этого тела, если известно, что площадь его поверхности равна 0,6 м^2.

6. На какую длину волны приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре человеческого тела (36,6°)?

2. Фотон и его характеристики

2.1. Краткие теоретические сведения

Энергия фотона пропорциональна частоте излучения:

$$E = h\nu ,$$

$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ *Дж* $\cdot$ *с* — постоянная Планка.

Масса фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} .$$

Импульс фотона

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} .$$

2.2. Задачи

1. Определить энергию, массу и импульс фотона, если соответствующая ему длина волны равна 1,6 пм.
2. Мощность источника света с длиной волны 663 нм равна 3 Вт. Сколько фотонов в секунду испускает этот источник?

3. Импульс, переносимый монохроматическим пучком фотонов через площадку 2 см^2 за 0,5 мин., равен $3 \cdot 10^{-4}$ г·см/с. Найти для этого пучка фотонов энергию, падающую на единицу площади в единицу времени в СИ.

4. Чему равна самая короткая длина волны рентгеновского излучения, испускаемого при соударении электронов с экраном телевизора, работающего при ускоряющем напряжении 30 кВ?

3. Внешний фотоэффект

3.1. Краткие теоретические сведения

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{вых} + \frac{m_e v^2}{2} ,$$

где $A_{вых}$ — работа выхода электрона из материала; $\frac{m_e v^2}{2}$ — кинетическая энергия, сообщенная электрону.

Задерживающий потенциал U_0 — это отрицательное значение напряжения, при котором прекращается фототок:

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU_0 .$$

Красная граница фотоэффекта — наименьшая частота $\nu_{\min}$ света, ниже которой фотоэффекта нет

$$\nu_{\min} = \frac{A_{\text{вых}}}{h} .$$

3.2. Пример решения задачи

На поверхность металла падают монохроматические лучи с длиной волны $\lambda = 150\,нм$. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 200\,нм$. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

Дано:
$\lambda = 150\,нм = 1{,}5\cdot10^{-7}$ м;
$\lambda_0 = 200\,нм = 2\cdot10^{-7}$ м.

Найти:
$\frac{T_{max}}{E_ф}$ — ?

Решение.

Воспользуемся уравнением Эйнштейна для фотоэффекта

$$E_ф = A_{вых} + T_{\max} ,$$

где $E_ф$ — энергия фотона, падающего на поверхность металла; $A_{вых}$ — работа выхода. Выразим отсюда максимальную энергию фотоэлектрона

$$T_{\max} = E_ф - A_{вых} .$$

Энергия фотона вычисляется по формуле

$$E_ф = \frac{hc}{\lambda} ,$$

где h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме; λ — длина волны. Работа выхода связана с красной границей фотоэффекта λ_0 соотношением

$$A_{вых} = \frac{hc}{\lambda_0} .$$

Определим долю энергии фотона, которая расходуется на сообщение электрону кинетической энергии

$$\frac{T_{max}}{E_ф} = \frac{E_ф - A_{вых}}{E_ф} = 1 - \frac{A_{вых}}{E_ф} = 1 - \frac{hc\cdot\lambda}{\lambda_0\cdot hc} = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_0} .$$

Вычисления:

$$\frac{T_{max}}{E_ф} = 1 - \frac{1{,}5}{2} = 0{,}25 .$$

Ответ: $\frac{T_{max}}{E_\phi} = 0,25$.

3.3. Задачи

1. Красная граница фотоэффекта для серебра равна 0,26 мкм. Найти работу выхода фотоэлектронов для серебра.

2. Работа выхода для цинка равна $5,6 \cdot 10^{-19}$Дж. Возникнет ли фотоэффект в цинке под действием света с длиной волны 0,45 мкм?

3. Какую максимальную скорость могут иметь фотоэлектроны, испускаемые из калия, при облучении его поверхности светом с длиной волны 0,42 мкм? Работа выхода электронов для калия $3,52 \cdot 10^{-19}$Дж.

4. Для цезия работа выхода электрона равна 1,9 эВ. Какова максимальная длина волны света, который способен выбивать из металла электрон с кинетической энергией 2 эВ?

5. При падении света с длиной волны 230 нм на металл ток в цепи с фотоэлементом падает до нуля при обратном напряжении 1,64 В. Чему равна работа выхода электрона из этого металла?

6. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся потенциалом в 3 В. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте падающего света $6 \cdot 10^{14}$ Гц.

7. Найти величину задерживающего потенциала для фотоэлектронов, испускаемых при освещении калия светом, длина волны которого равна 330 нм. Работа выхода электрона из калия равна 2 эВ.

4. Эффект Комптона

4.1. Краткие теоретические сведения

Эффект Комптона — увеличение длины волны λ рентгеновского излучения, рассеянного электронами вещества:

$$\lambda = \lambda_0 + 2\lambda_К \sin^2\frac{\varphi}{2},$$

где $\lambda_К = 0,0024\ нм = 2,4 \cdot 10^{-12}\ м$ — комптоновская длина волны; λ_0 — длины волны падающего излучения; φ — угол рассеяния.

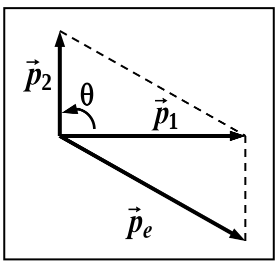
4.2. Пример решения задачи

1. Рентгеновские лучи ($\lambda = 0,1нм$) рассеиваются электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны λ_{max} рентгеновских лучей в рассеянном пучке.

Решение.

Дано:
$\lambda_1 = 0,1нм = 10^{-10}$ м;
$\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м;

Определить:
λ_{max} — ?



Известно, что длина волны λ_2 рассеянных рентгеновских лучей увеличивается. Согласно формуле Комптона

$$\lambda_2 = \lambda_1 + 2\lambda_C \cdot sin^2\frac{\theta}{2},$$

где $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ **м** — комптоновская длина волны.

Длина волны примет максимальное значение $\lambda_2 = \lambda_{\max}$ при условии, что $sin^2\frac{\theta}{2} = 1$, то есть угол рассевания должен быть равен $\theta = 180^0$. Тогда

$$\lambda_{\max} = \lambda_1 + 2\lambda_C.$$

Вычисления:

$\lambda_{\max} = 10^{-10} + 2 \cdot 2,43 \cdot 10^{-12} = (1 + 0,049) \cdot 10^{-10} = 1,05 \cdot 10^{-10}\, м$.

Ответ: $\lambda_{\max} = 1,05 \cdot 10^{-10}\, м$.

2. На поверхность металла падают монохроматические лучи с длиной волны $\lambda = 150\, нм$. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 200\, нм$. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

Дано:

$\lambda = 150\, нм = 1,5 \cdot 10^{-7}$ м;

$\lambda_0 = 200\, нм = 2 \cdot 10^{-7}$ м.

Найти:

$\frac{T_{max}}{E_ф}$ — ?

Решение.

Воспользуемся уравнением Эйнштейна для фотоэффекта

$$E_ф = A_{вых} + T_{\max},$$

где $E_ф$ — энергия фотона, падающего на поверхность металла; $A_{вых}$ — работа выхода. Выразим отсюда максимальную энергию фотоэлектрона

$$T_{\max} = E_ф - A_{вых}.$$

Энергия фотона вычисляется по формуле

$$E_ф = \frac{hc}{\lambda},$$

где h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме; λ — длина волны. Работа выхода связана с красной границей фотоэффекта λ_0 соотношением

$$A_{вых} = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

Определим долю энергии фотона, которая расходуется на сообщение электрону кинетической энергии

$$\frac{T_{max}}{E_ф} = \frac{E_ф - A_{вых}}{E_ф} = 1 - \frac{A_{вых}}{E_ф} = 1 - \frac{hc \cdot \lambda}{\lambda_0 \cdot hc} = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_0}.$$

Вычисления:

$$\frac{T_{max}}{E_ф} = 1 - \frac{1,5}{2} = 0,25.$$

Ответ: $\frac{T_{max}}{E_ф} = 0,25$.

4.3. Задачи

1. Определить на какой угол рассеивается свет на почти свободных электронах, если изменение его длины волны в ***100 раз*** больше, чем при подобном его рассеивании на почти свободных протонах на угол π. ($\theta_e = 27^0$.).

2. В результате эффекта Комптона на свободных электронах фотон с энергией $E_1 = 0,51$ ***МэВ*** был рассеян на угол $\theta = 120^0$. Определить энергию E_2 рассеянного фотона. ($E_2 =$ **0,204** ***МэВ***).

5. Гипотеза де Бройля

5.1. Краткие теоретические сведения

Гипотеза де Бройля: все микрочастицы наряду с корпускулярными проявляют волновые свойства. Каждой частице, обладающей импульсом $p = mv$, можно приписать длину волны

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

5.2. Задачи

Найти отношение длин волн де Бройля электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U = 90B$.

Решение.

Дано:
$U = 90B$;
$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг;
$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг;

Найти:
$\frac{\lambda_e}{\lambda_p}$ — ?

При прохождении заряженной частицей разности потенциалов U силы электростатического поля совершают работу A, которая численно равна кинетической энергии E, приобретенной частицей:

$$A = E, \text{ или}$$

$$qU = \frac{mv^2}{2},$$

где q — заряд, m — масса и v — скорость частицы.

Выразим кинетическую энергию E частицы через ее импульс P, учитывая, что $P = mv$:

$$E = \frac{P^2}{2m}.$$

Откуда получаем

$$P = \sqrt{2mE} = \sqrt{2mqU}.$$

Длина волны де Бройля частицы $\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\sqrt{2mqU}}$,

где h — постоянная Планка.

Учитывая, что величина зарядов электрона и протона одинакова, то отношение длин волн де Бройля электрона и протона равно:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}},$$

где $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ *кг* — масса протона, $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ *кг* — масса электрона.

Вычисления: $\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \sqrt{\frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 42{,}8$.

Ответ: $\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = 42{,}8$.

6. Соотношение неопределенностей

6.1. Краткие теоретические сведения

Соотношение неопределенностей Гейзенберга: координату и импульс микрочастицы одновременно и точно определить нельзя, их значения лежат в интервалах Δx и Δp_x:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h.$$

Соотношение неопределенностей для энергии и времени: чем больше времени частица находится в некотором состоянии, тем точнее можно определить ее энергию:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h,$$

где ΔE — неопределенность энергии некоторого состояния системы в течение времени Δt — время жизни состояния.

2.2. Задачи

1. Положение пылинки массой $m = 10^{-9}$ **кг** можно установить с неопределенностью $\Delta x = 0{,}1\,мкм$. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ **Дж·с**, неопределенность скорости Δv_x (в **м/с**) будет не менее…

Варианты ответа:

1) $1{,}05 \cdot 10^{-24}$; 2) $1{,}05 \cdot 10^{-18}$; 3) $1{,}05 \cdot 10^{-21}$; 4) $1{,}05 \cdot 10^{-27}$.

Решение.

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга: $\Delta x \cdot \Delta p_x = \Delta x \cdot m \Delta v_x \geq \hbar \Rightarrow \quad \Delta v_x \geq \hbar / \Delta x \cdot m$. Или $\Delta v_x = 1{,}05 \cdot 10^{-34} / 10^{-16} = 1{,}05 \cdot 10^{-18}$.

Ответ: № 2.

2. Высокая монохроматичность лазерного излучения обусловлена относительно большим временем жизни электронов в метастабильном состоянии $\sim 10^{-3} c$. Учитывая, что постоянная Планка $\hbar = 6{,}6 \cdot 10^{-16}$ *эВ*$\cdot c$, ширина метастабильного уровня (в *эВ*) будет не менее…

Варианты ответа:

1) $6{,}6 \cdot 10^{-13}$; 2) $1{,}5 \cdot 10^{-19}$; 3) $1{,}5 \cdot 10^{-13}$; 4) $6{,}6 \cdot 10^{-19}$.

Решение.

Из соотношения неопределенностей $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ находим

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = 6{,}6 \cdot 10^{-13}.$$

Ответ: № 1.

7. Частица в потенциальном ”ящике”

7.1. Краткие теоретические сведения

Уравнение Шредингера для стационарных состояний позволяет определить волновую Ψ функцию:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U(x)\right) \cdot \psi(x) = 0.$$

Здесь m — масса частицы, $\hbar = h/2\pi$, h — постоянная Планка, E — полная и $U(x)$ — потенциальная энергия частицы.
Решением уравнения Шредингера являются $\psi(x)$ - функции, которые позволяют определить вероятность $|\psi(x)|^2$ нахождения частицы вблизи любой точки пространства и значения энергии.

Потенциальный ”ящик” — одномерный участок протяженностью l, ограниченный бесконечно высокими барьерами.

Уравнение Шредингера в пределах ямы, где потенциальная энергия $U(x) = 0$, имеет вид:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0.$$

Решением этого уравнения являются собственные волновые функции:

$$\psi_n(x) = A\sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right),$$

где ***длина волны де Бройля***

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}.$$

Длина волны λ_n частицы в потенциальном "ящике" может принимать только ряд дискретных значений n — главное квантовое число.

Постоянная A волновой функции определяется из условия нормировки:

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$$

Т.о., собственные функции принимают вид:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right).$$

Энергия частицы в потенциальном ящике может меняться только дискретные значения:

$$E_n = \frac{n^2h^2}{8ml^2},$$

где $n = 1, 2, ...\infty$; h — постоянная Планка; m — масса частицы.

Квантовые переходы — это излучение (поглощение) фотона с энергией $h\nu = E_k - E_n$, равной разности энергий соответствующих уровней $k > n$ ($k < n$).

3.2. Задачи

1. Частица находится в потенциальном ящике шириной L с бесконечно высокими стенками в определенном энергетическом состоянии E_n с квантовым числом n. Известно, что $\frac{E_{n+1}}{E_{n-1}} = 4$. В этом случае n равно...

Решение.

Собственная энергия микрочастицы в потенциальном ящике шириной L с бесконечно высокими стенками принимает лишь определенные дискретные значения:

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2 \sim n^2,$$

где n — целое число, имеющее смысл номера уровня энергии.

Тогда отношение значений энергии $\frac{E_{n+1}}{E_{n-1}} = \frac{(n+1)^2}{(n-1)^2}$ и по условию $\frac{E_{n+1}}{E_{n-1}} = 4$.

Следовательно, $\sqrt{\dfrac{(n+1)^2}{(n-1)^2}}=\dfrac{n+1}{n-1}=2$.

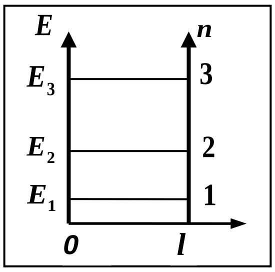
Отсюда квантовое число $n=3$.

Ответ: 3.

2. Электрон находится в потенциальном ящике шириной ***0,2 нм***. Определить в электрон-вольтах наименьшую разность энергетических уровней электрона.

Дано:
l =0,2 нм = $\mathbf{2\cdot 10^{-10}}$;
$h=6{,}63\cdot 10^{-34}$ *Дж·с*; 29.
$\mathbf{m = 9{,}1\cdot 10^{-31}}$ **кг**. 30.
31.
Определить: 32.
$\Delta E_{\min}$ — ?

Решение.



Энергия электрона в потенциальном ящике принимает дискретные значения:

$$E_n=\frac{h^2}{8\cdot m\cdot l^2}\cdot n^2,$$

где $n=1,2,...\infty$ — главное квантовое число; h — постоянная Планка; $m=9{,}1\cdot 10^{-31}\,кг$ — масса электрона; l — ширина ящика. Разность энергий между соседними уровнями

$$\Delta E_n=E_{n+1}-E_n=\frac{h^2}{8\cdot m\cdot l^2}\cdot(2n+1).$$

Отсюда следует, что наименьшая разность энергетических уровней электрона соответствует минимальному значению $n=1$, то есть между первым и вторым уровнями разность энергий будет минимальна:

$$\Delta E_{\min}=E_2-E_1=\frac{3\cdot h^2}{8\cdot m\cdot l^2}.$$

Вычисления:

$$\Delta E_{\min}=\frac{3\cdot\left(6{,}62\cdot 10^{-34}\right)^2}{8\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot\left(2\cdot 10^{-10}\right)^2}=0{,}453\cdot 10^{-17}\,Дж,\ \text{или}\ \Delta E_{\min}=0{,}453\cdot 10^{-17}\cdot 0{,}625\cdot 10^{19}=28{,}3\,эВ.$$

Ответ: $\Delta E_{\min}=28{,}3\,эВ$.

8. Атом водорода

8.1. Краткие теоретические сведения

Потенциальная энергия электрона в поле протона

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где r — расстояние от ядра до электрона, ε_0 — электрическая постоянная.

Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\psi = 0,$$

где m — масса электрона, E — полная энергия электрона в атоме.

Энергия электрона, находящегося в гиперболической потенциальной «яме», принимает дискретные значения, соответствующие каждому разрешенному состоянию:

$$E_n = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -Rh\frac{1}{n^2},$$

где $n = 1, 2, 3, \ldots$ — главное квантовое число, $h = 6,62\cdot 10^{-34}$ *Дж·с* — постоянная Планка, $R = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2} = 3,29\cdot 10^{15}\,c^{-1}$ — постоянная Ридберга.

Основным уровень — уровень с наименьшей энергией $(n = 1)$:

$$E_1 = -Rh = -21,8\cdot 10^{-19}\ Дж = -13,6\ эВ.$$

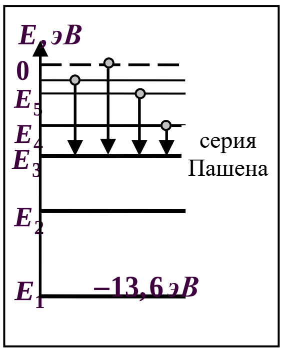
Квантовые переходы сопровождаются излучением (поглощением) фотона с энергией

$$h\nu = E_k - E_n = Rh\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$$

Формула Бальмера – Ридберга позволяет определить частоту ν излучения атома.

8.2.Задачи

1. Определить максимальную энергию E_{max} фотона серии Пашена в спектре излучения атомарного водорода. Найти наибольшую λ_{max} и наименьшую λ_{min} длины волн в спектре излучения.



Дано:

Определить:
$E_{\max}$ — ?;
$\lambda_{\max}$ — ?;
$\lambda_{\min}$ — ?.

Решение.

Излучения атома водорода происходит при переходе электрона с более высокого энергетического уровня на более низкий. Серия Пашена обусловлена переходами на третий энергетический уровень и соответствует инфракрасной области спектра. Энергия $E = h\nu$ фотона определяется по формуле:

$$h\nu = E_k - E_n = Rh\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$$

Здесь указан переход с энергетического уровня k на уровень n. Энергия электрона $E_k > E_n$. $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с* — постоянная Планка, $R = 3,29 \cdot 10^{15} c^{-1}$ — постоянная Ридберга, ν — частота излучения.

Излученный фотон серии Пашена имеет максимальную энергию $E_{\max}$ при переходе электрона с уровня $k = \infty$ на уровень $n = 3$, то есть

$$E_{\max} = Rh\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty}\right).$$

Так как частота и длина волны фотона связаны соотношением

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

то формула для определения энергии фотона преобразуется в выражение:

$$\frac{c}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right), \text{ или } \frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$$

Здесь $R' = 1,10 \cdot 10^7 м^{-1}$ — постоянная Ридберга. Откуда следует, что для серии Пашена

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R'\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right) \Rightarrow \quad \lambda_{\max} = \frac{1}{R'\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)};$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R'\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty}\right) \Rightarrow \quad \lambda_{\min} = \frac{9}{R'}.$$

Вычисления:

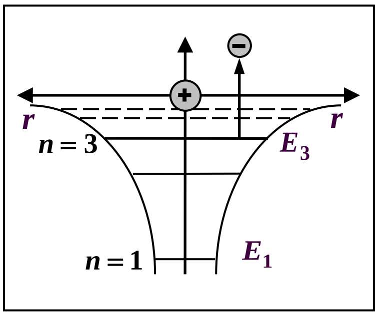
$$E_{\max} = 3,29 \cdot 10^{15} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{9} = 2,42 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,51 \text{ эВ};$$

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{1{,}1\cdot 10^{7}\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{16}\right)} = 1{,}87\cdot 10^{-6}\,м = 1{,}9\,мкм\,;\ \lambda_{\min} = \frac{9}{1{,}1\cdot 10^{7}} = 8{,}18\cdot 10^{-7}\,м = 0{,}82\ мкм\,.$$

Ответ: $E_{\max} = 1{,}51\ эВ$; $\lambda_{\max} = 1{,}9\,мкм$; $\lambda_{\min} = 0{,}82\ мкм$.

2. Квант энергии (*λ = 1080 Å*) выбивает электрон из атома водорода, находящегося в третьем энергетическом состоянии. Определить кинетическую энергию (в электрон-вольтах) выбитого электрона.

Решение.



Дано:
λ = 1080 Å = 1,08·10^{-7} м;
n = 3;
$c = 3\cdot 10^{8}\ м/с$.
$R = 3{,}29\cdot 10^{15}\,с^{-1}$;
$h = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot с$.

Определить:
T — ?

Как известно, энергия электрона, находящегося в атоме водорода, принимает дискретные значения

$$E_n = -Rh\frac{1}{n^2},$$

где $R = 3{,}29\cdot 10^{15}\,с^{-1}$ — постоянная Ридберга, $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ Дж\cdot с$ — постоянная Планка, $n = 1, 2, 3, ...$ — главное квантовое число.

Кинетическая энергия T выбитого из атома электрона равна разности энергии фотона $E_ф = \frac{hc}{\lambda}$ и энергии связи электрона в атоме, находящемся в состоянии n:

$$T = E_ф - E_{св}.$$

Энергия связи равна абсолютному значению энергии электрона в атоме $E_{св} = |E_n| = Rh\frac{1}{n^2}$.

Таким образом, получаем:

$$T = \frac{hc}{\lambda} - Rh\frac{1}{n^2} = h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{R}{n^2}\right).$$

Вычисления: $T = 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot\left(\frac{3\cdot 10^{8}}{1{,}08\cdot 10^{-7}} - \frac{3{,}29\cdot 10^{15}}{3^2}\right) = 16\cdot 10^{-19}\ Дж = 10\ эВ$.

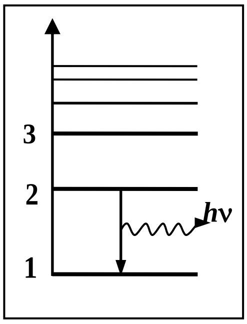
Ответ: $T = 10\ эВ$.

3. В однозарядном ионе гелия электрон перешел со второго энергетического уровня на первый. Определить длину волны λ излучения, исходя из теории Бора.

Дано:
n = 2;
m = 1;
$\boldsymbol{Z = 2}$.

Определить:
λ — **?**

Решение.



Длину волны λ излучения можно определить, воспользовавшись известным соотношением

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Здесь Z — порядковый номер водородоподобного атома в таблице Менделеева; $R' = 1{,}1 \cdot 10^7\, м^{-1}$ — постоянная Ридберга. Учитывая, что по условию задачи $m = 1$ и $n = 2$, получаем:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} Z^2 R' \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4}{3 \cdot Z^2 R'}.$$

Вычисления: $\lambda = \dfrac{4}{3 \cdot 2^2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^7} = 0{,}303 \cdot 10^{-7}\, м$.

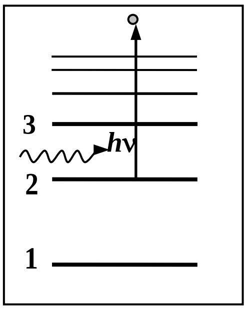
Ответ: $\lambda = 3{,}03 \cdot 10^{-8}\, м$.

4. Из атома водорода, находящегося во втором энергетическом состоянии, в результате поглощения фотона вылетает электрон, кинетическая энергия которого вдали от ядра равна ***10 эВ***. Определить энергию фотона (в электрон-вольтах).

Дано:
n = 2;
$T = 10\ эВ$;

Определить:
$E_ф$ — **?**

Решение.



Энергия фотона $E_ф$ складывается из энергии E_i, необходимой для выбивания электрона из атома, и кинетической энергии T электрона вдали от ядра:

$$E_ф = E_i + T.$$

Энергия ионизации численно равна энергии электрона, находящегося на втором энергетическом уровне атома:

$$E_i = |E_n| = Rh\frac{1}{n^2},$$

где $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}\,c^{-1}$ — постоянная Ридберга; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot c$ — постоянная Планка.

Таким образом,

$$E_ф = Rh\frac{1}{n^2} + T.$$

Вычисления:

$$E_ф = 3{,}29 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} + 10 = 13{,}4\ эВ.$$

Ответ: $E_ф = 13{,}4\ эВ$.

Рекомендуемая литература

1. Никеров В.А. Физика. Современный курс. Учебник. Для студентов технических вузов. Москва, «Дашков и К^0», 2018 г., 452 с. (Э1).

2. Сафронов В.П., Конкин Б.Б. Конспект лекций по физике для вузов. Москва, 2007 г. (Э2).

3. Конкин Б.Б., Сафронов В.П., Константинова Я.Б. Физика. Часть 1. Механика. Молекулярная физикаю Термодинамика. Учебное пособие для студентов вузов. Ростов-на-Дону: Изд-во СКФ МТУСИ, 2011. – 62 с.

Электронные образовательные ресурсы

Э1 http://znanium.com/catalog/product/415038

Э2 http://www.skf-mtusi.ru/?page_id=659