.**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ**
И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Северо-Кавказский филиал
ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

Кафедра общенаучной подготовки

Математический анализ

Методические указания по практическим занятиям

для студентов очной формы обучения
Направление подготовки – 10.03.01 «Информационная безопасность»

Ростов-на-Дону

2022

Методические указания
по практическим занятиям

по дисциплине
Математический анализ

Составители: Костецкая Г.С. к.ф.-м.н., доцент,

Рассмотрены и одобрены
на заседании кафедры Общенаучной подготовки
Протокол № 1 от 29.08. 2022 г.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

Элементарные способы раскрытия неопределенностей.

1. Цели занятия:
Выработать умения и навыки работы с пределом функции, научить определять вид неопределенности и раскрывать её, познакомить с элементарными приемами раскрытия неопределенностей.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с.73 –79, **[2]** с.23 – 24, 31 – 42; [**3**] с. 17 - 22; [**4**] с. 154 – 158.

3.Задание:
Решить примеры: **[3]** №№ 181 – 215 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения задания:
4.1. Записать определение предела функции.
4.2. Записать теорему о действии с пределами.
4.3. Повторить рецепты раскрытия неопределенностей.
4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Что называется пределом функции? Что такое правый (левый) предел?
5.2. Какие теоремы о действии с пределами вы знаете?
5.3. Как раскрыть неопределенность (∞/∞) , $(\infty - \infty)$, $(0/0)$?
5.4. Что такое бесконечно малая функция и каковы ее свойства?
5.5. Что такое бесконечно большая функция и каковы ее свойства??
5.6. Какова геометрическая интерпретация предела функции?

6. Отчет:
6.1. Определение предела функции.
6.2. Теорема о действии с пределами.
6.3. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

Раскрытие неопределенностей с помощью первого и второго замечательных пределов и их следствий.

1. Цели занятия:
Познакомить студентов с первым и вторым замечательными пределами, а также со следствиями из них. Научить применять их к решению примеров.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников **[1]** с.79 – 82, **[3]** с.22 – 26, а также **[2]** с.42 – 48.

3. Задание:
Решить примеры: **[3]** с. 23 - 26 №№ 216 – 240, 241 – 262.

4. Порядок выполнения:
4.1. **З**аписать первый замечательный предел и следствия из него в форме эквивалентных функций.
4.2. **З**аписать второй замечательный предел и следствия из него в форме эквивалентных функций.
4.3. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Как выглядит первый замечательный предел и какую неопределенность он раскрывает?
5.2. Какие следствия из первого замечательного предела вы знаете? Запишите их с помощью эквивалентных функций.
5.3. Как выглядит второй замечательный предел и какую неопределенность он раскрывает?
5.4. Какие следствия из второго замечательного предела вы знаете? Запишите их с помощью эквивалентных функций.
5.5. Какие функции называются эквивалентными?

6.Отчет:
6.1. Первый замечательный предел.
6.2. Следствия из первого замечательного предела.
6.3. Второй замечательный предел.
6.4. Следствия из второго замечательного предела.
6.5. Определение эквивалентных функций.
6.6. Решенные примеры.

7. Список литературы
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

Непосредственное дифференцирование с помощью таблицы и правил.

1. Цели занятия:
Научить студентов применять правила вычисления производной суммы, разности, произведения и частного, применять таблицу производной.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников **[1]** с.104 – 115, **[2]** с.61 – 66, **[4]** с. 165 – 170, [**5**] с. 5 – 15.

3. Задание:
Решить примеры: **[5]** с. 44 №№ 4, 5 (а - о), 6, 9, **[3]** с. 14 №№ 368 – 404, **[4]** с.177 №№ 767 – 874 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать правила вычисления производной суммы, разности, произведения, частного;
4.2. Записать таблицу производных.
4.3. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Что называется производной функции?
5.2. Чему равна производная суммы, разности, произведения и частного?
5.3. Какой геометрический смысл производной?
5.4. Какой физический смысл производной функции?
5.5. Запишите таблицу производных.

6. Отчет:
6.1. Определение производной функции.
6.2. Правила вычисления производной суммы, разности, произведения, частного.
6.3. Таблица производных.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

Дифференцирование сложных функций и функций, заданных неявно.

1. Цели занятия:

Выработать умения находить производную сложной функции, функции, заданной в параметрической форме, степенно – показательной и неявно заданной функции, дать понятие о логарифмическом дифференцировании

2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников **[2]** с.67, 73, **[4]** с. 170,174, **[5]** с. 24 – 29.

При нахождении производной **неявно заданной** функции использовать следующий алгоритм:

2.1. Найти производную от обеих частей равенства $F(x,y)=0$, помня, что $y=y(x)$;

2.2. Слагаемые, содержащие $y'(x)$ перенести в одну сторону равенства, а не содержащие производную в другую;

2.3. Вынести $y'(x)$ за скобку и выразить её.

При нахождении производной функции **степенно – показательной** функции использовать следующий алгоритм:

2.4. Прологарифмировать обе части равенства и воспользоваться свойством логарифмической функции $\ln x = n \ \ln x$.

2.5. Продифференцировать обе части равенства, пользуясь правилом вычисления производной неявно заданной функции.

3. Задание:

Решить примеры: **[3]** с. 45 №№455 – 536 (выборочно, по указанию преподавателя); с. 54 №№ 582 – 597, 566 -- 580, 601 – 618, 692 – 696, 705 – 711;

4.Порядок выполнения:

4.1. Записать теорему о производной сложной функции.

4.2. Записать формулы для вычисления производной параметрической функции.

4.3. Записать правило нахождения производной неявно заданной функции.

4.4. Записать правило нахождения производной степенно – показательной функции.

4.5. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

5.1. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.

5.2. Какой вид имеет формула производной функции, заданной в параметрической форме?

5.3. По какой формуле вычисляется дифференциал?

5.4. Чем отличается дифференциал от производной?

5.5.Какая функция называется степенно – показательной?

5.6. Как найти производную степенно – показательной функции?

6. Отчет:

6.1. Теорема о производной сложной функции.

6.2. Формулы для вычисления производной параметрической функции.

6.3. Формула для вычисления дифференциала.

6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:

[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

Дифференцирование функций,заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.

1. Цели занятия:
Выработать умения находить производную сложной функции, функции, заданной в параметрической форме, степенно – показательной и неявно заданной функции, дать понятие о логарифмическом дифференцировании

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников **[2]** с.67, 73, **[4]** с. 170,174, **[5]** с. 24 – 29.

3. Задание:
Решить примеры: **[3]** с. 45 №№455 – 536 (выборочно, по указанию преподавателя); с. 54 №№ 582 – 597, 566 -- 580, 601 – 618, 692 – 696, 705 – 711;

4.Порядок выполнения:
4.1. Записать формулы для вычисления производной параметрической функции.
4.2. Записать правило нахождения производной степенно – показательной функции.
4.5. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1.Какой вид имеет формула производной функции, заданной в параметрической форме?
5.2.Чем отличается дифференциал от производной?
5.3. Какая функция называется степенно – показательной?
5.4.Как найти производную степенно – показательной функции?

6. Отчет:
6.1. Теорема о производной сложной функции.
6.2. Формулы для вычисления производной параметрической функции.
6.3. Формула для вычисления дифференциала.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6

Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя.

1. Цели занятия:
Выработать умения находить производные и дифференциалы высших порядков, научить вычислять пределы с помощью производной (правило Лопиталя).
2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников **[1]** с.131- 135, **[2]** с.126,129, **[5]** с.25 – 29, [**4**] с.170, 174.

Применяя теорему Лопиталя, рекомендуется придерживаться следующего правила:
2.6. Определить вид неопределенности. Если имеется неопределенность (∞/∞) или $(0/0)$, то можно применять правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to\alpha}\frac{(f(x))^/}{(g(x))^/}$. Если отношение производных тоже дает неопределенность (∞/∞) или $(0/0)$, то следует перейти к отношению вторых производных и т.д.
2.7. В случае неопределенности $(0 * \infty)$ или $(\infty - \infty)$ следует преобразовать данную функцию так, чтобы привести её к неопределенности (∞/∞) или $(0/0)$ и далее воспользоваться правилом Лопиталя.
2.8. В случае неопределенности вида (0^0) или (∞^0) или (1^∞) следует прологарифмировать данную функцию и найти предел её логарифма
3. Задание:
Решить примеры: **(3)** с. 50 №№566 -- 580, 601 – 618, 692 – 696, 705 – 711;

4.Порядок выполнения:
4.1. Записать формулы для вычисления производных высших порядков.
4.2. Записать формулы для вычисления дифференциалов высших порядков.
4.3.Записать правило Лопиталя и следствия из правила
4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Как вводятся производные и дифференциалы высших порядков?
5.2. Какой вид имеет формулы для производных элементарных функций п-го порядка?
5.3. По какой формуле вычисляется дифференциал п-го порядка в случае независимого аргумента?
5.4. Формула Лейбница для вычисления производных высшего порядка.
5.5. Правило Лопиталя.

6. Отчет:
6.1. Правило вычисления производных высших порядков.
6.2. Правило нахождения дифференциалов высших порядков.
6.3. Правило Лопиталя.
6.3. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

Применение производной к исследованию функции и построению графика.

1. Цель занятия:
Выработать умение применять производную к исследованию функции: определять интервалы монотонности, находить экстремум функции, определять интервалы выпуклости, находить точки перегиба, строить график функции по результатам исследования. Выдать индивидуальное задание по графикам.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**:** **[1]** с.140- 150, **[2]** с. 86 – 95, **[5]** с. 49 – 74, а также [**3]** с. 77 – 92.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** с. 89 №№ 1031 – 1095 (выборочно, по указанию преподавателя), **[3]** с. 92 №№ 916 – 953.

4.Порядок выполнения:
4.1. Записать достаточное условие возрастания (убывания) функции.
4.2. Записать необходимое и достаточное условия экстремума.
4.3. Записать достаточное условие выпуклости.
4.4. Записать необходимое и достаточное условие перегиба.
4.5. Записать определение вертикальной асимптоты.
4.6. Записать определение наклонной асимптоты.
4.7. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. В чем заключается достаточное условие возрастания (убывания) функции?
5.2. Какое необходимое и достаточное условия экстремума?
5.3. Как найти точки возможного экстремума?
5.4. Как формулируется достаточное условие выпуклости функции вверх (вниз)?
5.5. Какая точка называется точкой перегиба? Как её найти?
5.6. Что называется вертикальной асимптотой?
5.7. Что называется наклонной асимптотой? Как её найти?

6. Отчет:
6.1. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
6.2. Необходимое и достаточное условия экстремума.

6.3. Необходимое и достаточное условие перегиба.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

Практическое занятие № 8
Вычисление частных производных первого и второго порядков

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по нахождению области определения функции двух переменных, вычислению частных производных первого и второго порядков, а также производной по направлению и градиента. Показать применение градиента и его свойств.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**:** **[1]** с. 306 – 313, **[4]** с. 208 – 219, **[3]** с. 179 – 194;

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 1801 – 1827, 1833 – 1847, 1891 – 1919,1857 – 1870; 1941 – 1962 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение функции двух переменных.
4.2. Записать определение линии уровня, частных производных первого порядка.
4.3. Записать определение частных производных второго порядка.
4.4. Записать определение градиента.
4.5.Записать определение производной по направлению и формулу для её вычисления.
4.6.Записать формулы для вычисления дифференциалов первого и второго порядков.
4.7. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

5.1. Дайте определение функции двух переменных. Какой геометрический смысл функции двух переменных?
5.2. Какого определение линии уровня функции двух переменных?
5.3. Дайте определение частных производных первого порядка. Какое правило их вычисления?
5.4. Запишите формулу для вычисления дифференциала первого и второго порядка.
5.5. Как вычисляются частные производные второго порядка?

5.6. Дайте определение градиента функции двух переменных. Какой его геометрический смысл?
5.7. Какое определение производной по направлению функции двух переменных?
5.8. Какой физический смысл производной по направлению?
5.9. Запишите формулу для вычисления производной по направлению.
5.10. Какие свойства градиента вы знаете?

6. Отчет:
6.1. Определение функции двух переменных.
6.2. Определение частных производных первого порядка.
6.3. Определение частных производных второго порядка.
6.4. Формулы для вычисления дифференциалов первого и второго порядков.
6.5. Определение градиента.
6.6. Определение производной по направлению и формула для её вычисления
6.7. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Издательство «Питер». 2009.

Практическое занятие № 9

Экстремум функции двух переменных.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по нахождения экстремума функции двух переменных.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**: [1]** с. 324 – 330, **[4]** с. 221 – 222, **[3]** с. 219 – 220; 200, [**5]** с. 39 – 43.

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 2010 – 2016. (выборочно, по указанию преподавателя).
4. Порядок выполнения:
4.1. Записать необходимое условие экстремума функции двух переменных.
4.2. Записать достаточное условие экстремума функции двух переменных.
4.3. Решить примеры, см. п.3.
4.4. Самостоятельная работа по теме «Функции многих переменных».

5. Контрольные вопросы:
5.1. Дайте определение точки локального экстремума.
5.2. Сформулируйте необходимое условие экстремума функции двух переменных.
5.3. Сформулируйте достаточное условие экстремума функции двух переменных.

6. Отчет:
6.1. Необходимое условие экстремума функции двух переменных.
6.2. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.

6.3. Решенные примеры.

7. Список литературы:

[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
[5] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.

Практическое занятие № 10

Контрольная работа №1 по теме «Пределы. Производные».

Контрольная работа №1 (темы, выносимые на контрольную работу)

1. Найти производную сложной функции
2. Найти производную функции, заданной в параметрической форме
3. Найти производную степенно-показательной функций
4. Найти производную неявно заданной функции.
5. Найти дифференциал второго порядка.
6. Вычислить предел по правилу Лопиталя.
7. Вычисление частных производных первого и второго порядков.
8. Вычисление экстремума функции двух переменных.

Практическое занятие № 11

Непосредственное интегрирование.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по применению таблицы интегралов, свойств интегралов для их непосредственного вычисления.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**: [1]** с. 145 – 153, **[2]** с. 96 – 100, **[3]** с. 100 – 102**.**
3. Задание:
Решить примеры: **[3]** №№ 1051– 1190 (выборочно), [**5]** с. 12 №№ 1 – 20 (выборочно)

4.Порядок выполнения:
4.1. Записать определение первообразной.
4.2. Записать определение неопределенного интеграла.
4.3. Записать свойства интегралов.
4.4. Записать таблицу интегралов.
4.5. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
3.1. Что такое первообразная функции? Сколько первообразных имеет функция $f(x)$?

3.2. Что называется неопределенным интегралом?
3.3. Какие свойства неопределенного интеграла вы знаете?
3.4. В чем состоит метод поднесения под знак дифференциала?

6. Отчет:
6.1. Определение первообразной.
6.2. Определение неопределенного интеграла.
6.3. Таблица интегралов.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

Практическое занятие № 12

Замена переменной и интегрирование по частям

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению интегралов с помощью формулы замены переменной и интегрирования по частям.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**: [1]** с. 153 - 156, **[3]** с. 107 - 115, [**2]** с. 100 – 105, а также **[5]** с. 3 – 35.
При замене переменной руководствоваться следующим правилом:
2.1. Выбрать замену так, чтобы полученный после замены интеграл был проще в вычислительном отношении (в простейшем случае табличным).
2.2. Продифференцировать обе части замены и выразить ***dx***.
2.3. Выразить через новую переменную всю подынтегральную функцию.
2.4. Подставить под знак интеграла полученные выражения.
2.5. Вычислить полученный интеграл.
2.6. В ответе вернуться к старой переменной.

3. Задание:
Решить примеры: **[3]** №№ 1191 -- 1210, №№ 1211 – 1235, 1255 – 1279, **[5]** с. 26 №1 – 40, №№ 21 – 40, с. 34 № 1 – 15 (выборочно, по указанию преподавателя).

4.Порядок выполнения:
4.1. Записать формулу замены переменной.
4.2. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

5.1. Запишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
5.2. Как выбирается замена? Чем нужно руководствоваться при этом?
5.3. Как проверить правильность вычисления интеграла?
5.4. Какие замены применяются при вычислении интегралов вида
$\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx, \int \sqrt{a^2 + x^2}\,dx, \int \sqrt{x^2 - a^2}\,dx$?
5.5. Как выглядит формула интегрирования по частям?
5.6. Какие частные случаи формулы интегрирования по частям вы знаете?
5.7. Как вычисляются круговые интегралы?

6. Отчет:
6.1.Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
6.2.Правило замены переменной.
6.3. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

Практическое занятие № 13

Интегрирование рациональных функций.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по разложению дроби на простейшие, познакомить с методом неопределенных коэффициентов.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с 157,**[5]** с. 36 -- 44, **[3]** с. 116 – 118, а также **[4])** с. 235 – 245. Обратить внимание на алгоритм вычисления интеграла от рациональной дроби:
2.1. Выяснить правильная дробь или нет. В случае неправильной дроби выделить целую часть, деля числитель на знаменатель.
2.2. Найти корни знаменателя и разложить его на множители.
2.3. Разложить дробь на простейшие,
2.4. найти неизвестные коэффициенты для чего
2.4.1. привести в правой части к общему знаменателю (он всегда равен знаменателю левой части);
2.4.2. приравнять числители;
2.4.3. подставить в полученное равенство вместо **x** корни знаменателя и найти все (или часть) коэффициентов;
2.4.4. оставшиеся неизвестные коэффициенты найти, приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой частях равенства;

2.5. Подставить найденные коэффициенты в разложение дроби на простейшие и проинтегрировать, используя табличные интегралы от простейших дробей.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 1405 – 1417, [**3**] № 1280 - 1294, **[5]** с. 45 № 1 - 20. (выборочно, по указанию преподавателя).
4.Порядок выполнения:
4.1. Записать правила разложения дроби на простейшие дроби.
4.2. Записать метод неопределенных коэффициентов.
4.3. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Какая рациональная дробь называется правильной?
5.2. Каков алгоритм разложения правильной рациональной дроби на простейшие?
5.3. Чему равны интегралы от простейших дробей?
5.4. Какие способы нахождения неизвестных коэффициентов вы знаете?
5.5. Как выделить полный квадрат в выражении $(ax^2 + bx + c)$?
5.6. Как выглядит интеграл от квадратного трехчлена?

6. Отчет:
6.1. Правила разложения дроби на простейшие дроби
6.2. Три типа простейших дробей.
6.3. Метод неопределенных коэффициентов.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

Практическое занятие № 14

Интегрирование тригонометрических, иррациональных и гиперболических функций.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению неопределенных интегралов от тригонометрических функций и интегралов от иррациональных функций.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**: [1]** с.160-166, **[5]** с. 47 -- 58, **[4]** с. 246 – 249, 251 – 257**, [3]** с. 121.

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 1315 – 1331, 1338 – 1377 (выборочно); **[5]** с.58 №№ 1 –20.

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать универсальную тригонометрическую подстановку.
4.2. Записать формулы понижения степени.
4.3. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Какая основная идея вычисления интегралов от тригонометрических функций и интегралов от иррациональных функций?
5.2. Какова универсальная тригонометрическая подстановка?
5.3. В каких случаях можно обойтись без универсальной тригонометрической подстановки?
5.4. Какие замены применяются при вычислении интегралов вида
$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx, \int \sqrt{a^2 + x^2}\, dx, \int \sqrt{x^2 - a^2}\, dx$

6. Отчет:
6.1. Универсальная тригонометрическая подстановка.
6.2. Формулы понижения степени.
6.3. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

Практическое занятие № 15

Вычисление определенного интеграла с помощью замены переменной и интегрирования по частям.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению определенных интегралов с помощью формулы Ньютона – Лейбница. Научить применять формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 172 – 184, **[5]** с. 4 -- 13, **[4]** с. 260 – 263, **[3]** с. 144 – 146; **[2]** с. 126 – 135.

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 1521 – 1540, 1582 – 1590, 1599 – 1602 (выборочно); **[4]** №№ 1526 – 1539.

4. Порядок выполнения:

4.1. Записать определение определенного интеграла.
4.2. Записать формулу Ньютона – Лейбница.
4.3. Записать формулу замены переменной.
4.4. Записать формулу интегрирования по частям.
4.5. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Какого определение определенного интеграла?
5.2. Какие свойства определенного интеграла вы знаете?
5.3. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
5.4. Запишите формулу замены переменной в определенном интеграле?
5.5. Как выглядит формула интегрирования по частям в определенном интеграле ?

6. Отчет:
6.1. Определение определенного интеграла.
6.2. Формула Ньютона – Лейбница.
6.3. Формула замены переменной.
6.4. Формула интегрирования по частям.
6.5. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Математический анализ. Определенный интеграл. Практикум. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , 2012.

Практическое занятие № 16

Вычисление и исследование на сходимость несобственных интегралов.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению несобственных интегралов и определения их сходимости.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**: [1]** с. 185 -- 189, **[5]** с. 20 -- 29, **[4]** с. 264 – 268, **[3]** с. 140 – 142; **[2]** с. 126 – 135.

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 1546 – 1566 (выборочно); **[4]** №№ 1559 – 1565, **[5] с.** 29 № 1 -12.

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение несобственного интеграла первого рода.
4.2. Записать определение несобственного интеграла второго рода.
4.3. Записать признаки сходимости.

4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Какого определение несобственного интеграла первого рода?
5.2. Когда несобственный интеграл первого рода сходится?
5.3. Какого определение несобственного интеграла второго рода?
5.4. Когда несобственный интеграл второго рода сходится?
5.5. Какие признаки сходимости несобственных интегралов вы знаете?

6. Отчет:
6.1. Определение несобственного интеграла первого рода.
6.2. Определение несобственного интеграла второго рода
6.3. Признаки сходимости.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ,2010
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Математический анализ. Несобственный интеграл. Практикум. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , 2012.

Практическое занятие № 17

Вычисление двойных интегралов, перемена порядка интегрирования.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению двойного интеграла, научить расставлять пределы интегрирования в обоих порядков, менять порядок интегрирования.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**:** **[1]** с. 351 – 358, **[4]** с. 3 – 9, **[3]** с. 251– 253; **[2]** с. 3 – 13, **[5]** с. 4 – 13.

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 2175 – 2202, **[2]** с. 32 №№ 1 – 8, **[4] №** 6 – 22, **[5]** с. 35 – 37 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение и геометрический смысл двойного интеграла
4.2. Записать достаточное условие интегрируемости функции двух переменных.
4.3. Записать правило вычисления двойного интеграла.
4.4. Записать формулу вычисления площади плоской области.
4.5. Записать формулу вычисления объема с помощью двойного интеграла.
4.6. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Дайте определение и геометрический смысл двойного интеграла.
5.2. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости.
5.3. Сформулируйте достаточное условие интегрируемости.
5.4. Как вычислять двойной интеграл? Сформулируйте правило.
5.5. Записать общую формулу замены переменных в двойном интеграле.
5.6. Записать формулу замены переменных в двойном интеграле в полярных координатах.

6. Отчет:
6.1. Определение и геометрический смысл двойного интеграла.
6.2. Достаточное условие интегрируемости функции двух переменных.
6.3. Правило вычисления двойного интеграла.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 153с., 2002.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
[5] Докучаев С.А., Костецкая Г.С. Практикум по интегральному исчислению функции многих переменных. Учебное пособие. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 60с., 2019.

Практическое занятие № 18,19

Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Формула Грина.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению криволинейных интегралов первого и второго рода. Уметь применять формулу Грина

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**: [1]** с. 351 – 358, **[4]** с. 3 – 9, **[3]** с. 268– 273; **[2]** с. 3 – 13, **[5]** с. 4 – 13.

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 2293 – 2346, (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать формулу вычисления криволинейных интегралов первого рода.
4.2. Записать формулу вычисления криволинейных интегралов второго рода.
4.3. Записать Формулу Грина.
4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Записать формулу вычисления криволинейных интегралов первого рода.
5.2. Записать формулу вычисления криволинейных интегралов второго рода.

5.3. Записать Формулу Грина.

6. Отчет:
6.1. Определение и геометрический смысл двойного интеграла.
6.2. Достаточное условие интегрируемости функции двух переменных.
6.3. Правило вычисления двойного интеграла.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 153с., 2002.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
[5] Докучаев С.А., Костецкая Г.С. Практикум по интегральному исчислению функции многих переменных. Учебное пособие. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 60с., 2019.

Практическое занятие № 20

Скалярное поле. Поверхность уровня. Градиент. Производная по направлению. Векторное поле. Поток вектора. Дивергенция, циркуляция векторного поля .Ротор векторного поля.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению градиента, производной по направлению. Поток вектора. Дивергенция, циркуляция векторного поля .Ротор векторного поля.
2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников**:** **[1]** с. 351 – 358, **[4]** с. 3 – 9, **[3]** с. 251– 253; **[2]** с. 3 – 13, **[5]** с. 4 – 13.

3. Задание:
Решить примеры: **[3] №№** 2347 – 2400 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение скалярного поля
4.2. Записать определение векторного поля.
4.3. Записать формулу вычисления производной по направлению
4.4. Записать формулу вычисления градиента.
4.5. Записать формулу вычисления потока вектора.
4.6. Дивергенция, циркуляция векторного поля
4.7. Ротор векторного поля.
4.8. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

5.1.Определение скалярного поля , производная по направлению, градиент.
5.2. Определение векторного поля.
5.3. Поток вектора.
5.4. Дивергенция, циркуляция векторного поля **.**
5.5. Ротор векторного поля.

7. Список литературы:

[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 153с., 2002.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
[5] Докучаев С.А., Костецкая Г.С. Практикум по интегральному исчислению функции многих переменных. Учебное пособие. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 60с., 2019.

Практическое занятие № 21

Контрольная работа №2 по теме «Интегрирование».

Контрольная работа №2(темы, выносимые на контрольную работу

1. Интегрирование по частям.
2. Интегрирование рациональной функции.
3. Интегрирование иррациональных выражений.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Перемена порядка интегрирования.
6. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
7. Формула Грина.

Второй семестр

Практическое занятие № 22

Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися перемеными и сводящихся к ним. Решение однородных дифференциальных уравнений и к ним сводящихся.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по решению дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными и однородных уравнений.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 506 – 508, [**2**] с. 46 - 56, **[4]** с. 105 – 112, **[3]** с. 324 – 325.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 481 – 492, 516 – 529 **[3]** №№ 2742 – 2754, 2768 – 2778 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.
4.2. Записать определение решения, общего решения.
4.3. Записать определение общего и частного интегралов, начального условия и задачи Коши.
4.4. Записать общий вид уравнений с разделяющимися переменными и повторить алгоритм их решения.
4.5. Записать общий вид уравнений сводимых к уравнению с разделяющимися переменными и повторить алгоритм их решения.
4.6. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Записать определение дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.
5.2. Записать определение решения, общего решения.
5.3. Записать определение общего и частного интегралов, начального условия и задачи Коши.
5.4. Записать общий вид уравнений с разделяющимися переменными и повторить алгоритм их решения.
5.5. Записать общий вид однородных уравнений и повторить алгоритм их решения.

6. Отчет:
6.1. Определение дифференциального уравнения первого порядка, порядка уравнения.
6.2. Определение общего решения, частного решения.
6.3. Определение начального условия, задачи Коши для Д.У. первого порядка.
6.4. Уравнение с разделяющимися переменными.
6.5. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

Практическое занятие № 23

Решение линейных дифференциальных уравнений, уравнения Бернулли. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.

1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки по решению линейных дифференциальных уравнений, уравнений Бернулли, уравнений в полных дифференциалах.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 417 – 423, **[2]** с. 58 - 63, **[4]** с. 114 – 122, **[3]** с. 329 – 334.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 541 – 556, 569 – 590, **[3]** №№ 2785 – 2795, 2802 – 2807, 2834 – 2885**[1]** с. 435 - 443, (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать общий вид линейного уравнения и вид его общего решения.
4.2. Записать определение решения, общего решения.
4.3. Записать уравнение Бернулли.
4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:.
5.1. Записать общий вид линейного уравнения и вид его общего решения.
5.2. Записать определение решения, общего решения.
5.3. Записать уравнение Бернулли.
5.4. Записать определение дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
5.5. Записать необходимое и достаточное условие, чтобы уравнение было уравнением в полных дифференциалах.

6. Отчет:
6.1. Определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
6.2. Замена для решения линейного дифференциального уравнения.
6.3. Определение уравнения Бернулли.
6.4. Решенные примеры.

7. Список литературы
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

Практическое занятие № 24

Решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по сведению дифференциальных уравнений второго порядка к уравнению первого порядка. Показать, в каких случаях можно понизить порядок дифференциального уравнения.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[2]** с. 63 - 68, **[4]** гл. 4 с. 126 – 130, **[3]** с. 343 – 345.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 610 – 614, 617 – 621, 524 – 630, **[3]** №№ 2911 – 2953(выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение дифференциального уравнения высшего порядка.
4.2. Записать определение решения, общего решения. общего и частного интегралов, начальных условий и задачи Коши.
4.3. Записать определение общего и частного интегралов, начальных условий и задачи Коши.
4.4. Записать общий вид уравнений, в которых можно понизить порядок и привести алгоритм их решения.
4.5. Решить примеры, см. п.3.

5. Отчет:
5.1. Определение дифференциального уравнения высшего порядка.
5.2. Общее решение, частное решение.
5.3. Начальное условие, задача Коши для Д.У. второго порядка.
5.4. Случаи понижения порядка дифференциального уравнения.
5.5. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
.

Практическое занятие № 25

Решение ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по решению линейных однородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 435 - 443, [**2**] с. 69 - 76, **[4]** гл. 4 с. 135 – 137, **[3]** с. 347 – 350.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 660 – 673, **[3]** №№ 2976 – 2993 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение линейного однородного дифференциального уравнения (ЛОДУ) высших порядков с постоянными коэффициентами.
4.2. Записать характеристическое уравнение.
4.3. Записать теорему о структуре общего решения ЛОДУ.
4.4. Записать частные случаи корней характеристического уравнения и соответствующие им общие решения ЛОДУ.
4.5. Решить примеры, см. п.3.

5. Отчет:
5.1. Определение ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
5.2. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ.
5.3. Характеристическое уравнение.
5.4.Частные случаи корней характеристического уравнения.
5.5. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
[**3**] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

Практические занятия № 26.

Решение ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами и квазимногочленом в правой части.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по решению линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами (ЛНДУ).

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 444 - 449, **[2]** с. 76 - 83, **[4]** гл. 4 с. 139 – 143,**[3]** с. 347 – 352.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 684 – 701, **[3]** №№ 2995 – 3030 (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение квазимногочлена.
4.2. Записать определение линейного неоднородного дифференциального уравнения (ЛНДУ) высших порядков с постоянными коэффициентами.
4.3. Записать теорему о структуре общего решения ЛНДУ.

4.4. Записать вид частного решения ЛНДУ с квазимногочленом в правой части.
4.5. Записать принцип наложения решений (суперпозиции).
4.6. Решить примеры, см. п.3.

5.Отчет:
5.1. Определение ЛНДУ с постоянными коэффициентами.
5.2. Вид частного решения ЛНДУ.
5.3. Теорема о структуре общего решения ЛНДУ.
5.4. Вид квазимногочлена.
5.5. Принцип наложения решений (суперпозиции).
5.6. Метод подбора решения по правой части.
5.7. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

Практическое занятие № 27

Решение ЛНДУ второго порядка методом вариации произвольных постоянных

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по решению линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков методом вариации произвольных постоянных.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[2]** с. 76 - 83, **[4]** гл. 4 с. 137 – 138, 144 – 145, **[3]** с. 347 – 348.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 705 – 708, **[3]** №№ 3032 – 3038.

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать метод вариации произвольных постоянных
4.2. Записать вид общего решения ЛНДУ.
4.3. Записать систему уравнений для нахождения произвольных постоянных.
4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1. Метод вариации произвольных постоянных.
5.2. Вид общего решения ЛНДУ.
5.3. Систему уравнений для нахождения произвольных постоянных.
5.4. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

Практическое занятие № 28, 29

Контрольная работа№3 по теме «Дифференциальные уравнения».

Контрольная работа №3 (темы, выносимые на контрольную работу):
1. Уравнение с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Линейное уравнение
4. ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
5. ЛНДУ с квазимногочленом.
6. Записать вид частного решения.
7.Метод вариации произвольных постоянных.

Практическое занятие № 30

Проверка необходимого условия сходимости. Применение признаков сравнения. Применение признака Даламбера и радикального признака Коши. Применение интегрального признака Коши.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакоположительных рядов. Познакомить с признаками сравнения и научить их применять на практике. Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакоположительных рядов. Познакомить с признаками Даламбера, Коши, с интегральным признаком Коши и научить их применять на практике.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 379 – 389, **[2]** с. 91 - 99, **[4]** гл. 3 с. 56 – 61, **[3]** с. 288 – 290.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 273 – 286, 287 – 292, **[3]** №№ 2401 – 2467. (выборочно, по указанию преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определения числового ряда , частичной суммы, сходящегося ряда.
4.2. Записать свойства числовых рядов.
4.3. Записать необходимое условие сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости.
4.4. Записать признаки сравнения.
4.5. Записать «модельные» ряды: геометрическую прогрессию и ряд Дирихле.
4.6. Записать признак Даламбера.
4.7. Записать признак Коши.

4.8. Записать интегральный признак Коши.
4.9. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:
5.1.Числовой ряд.
5.2. П-я частичная сумма ряда, остаток.
5.3. Определение сходящегося (расходящегося) ряда.
5.4. Необходимое условие сходимости ряда. Верно ли обратное утверждение?
5.5. Необходимое и достаточное условие сходимости.
5.6. Первый признак сравнения.
5.7. Второй признак сравнения.
5.8. Модельные ряды.
5.9. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

.

Практическое занятие № 31

Применение признака Лейбница.
Исследование сходимости знакочередующихся рядов.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакочередующихся рядов. Научить пользоваться признаком Лейбница.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 389 – 391, **[2]** с. 103 - 106, **[4]** гл. 3 с. 57 – 63, **[3]** с. 291 - 292.

3. Задание:
Решить примеры: **[2]** №№ 293 – 313, **[3]** №№ 2470 – 2482 (выборочно, по рекомендации преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение знакопеременного ряда.
4.2. Записать определение абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.
4.3. Записать определение знакочередующегося ряда.
4.4. Записать признак Лейбница.
4.5. Записать схему исследования знакопеременного ряда на сходимость
4.6. Решить примеры, см. п.3.

5.Контрольные вопросы:
5.1. Записать определение знакопеременного ряда.
5.2. Записать определение абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.

5.3. Записать определение знакочередующегося ряда.
5.4. Записать признак Лейбница.
5.5. Записать схему исследования знакопеременного ряда на сходимость

6. Отчет:
6.1. Определение знакопеременного ряда.
6.2. Определение абсолютно (условно) сходящегося ряда.
6.3. Знакочередующийся ряд, признак Лейбница.
6.4. Схема исследования знакопеременного ряда на сходимость.
6.5. Решенные примеры.

7. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

Практическое занятие № 32

Исследование сходимости степенных рядов.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по исследованию сходимости степенных рядов. Научить находить область сходимости и исследовать сходимость на концах.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 391 – 400, **[2]** с. 103 - 106, **[4]** гл. 3 с. 71 – 75, **[3]** с. 300 - 302.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 346 – 355, **[3]** №№ 2526 – 2563 (выборочно, по рекомендации преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать определение степенного ряда.
4.2. Записать теорему об области сходимости.
4.3. Записать определение радиуса сходимости степенного ряда и привести формулы для его вычисления.
4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Отчет:
5.1. Определение степенного ряда.
5.2. Область сходимости степенного ряда.
5.3. Определение радиуса сходимости степенного ряда.
5.4. Формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда.
5.5. Схема исследования степенного ряда на сходимость?
5.6. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

Практическое занятие № 33

Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по разложению функции в степенные ряды. Познакомить с рядами Тейлора и стандартными разложениями в ряды Тейлора. Научить находить область сходимости.

2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 391 – 401, **[2]** с. 103 - 106, **[4]** гл. 3 с. 76 – 78, **[3]** с. 307 - 309.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]**№№ 365 – 371, **[3]** №№ 2587 – 2615 (выборочно, , по рекомендации преподавателя).

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать теорему о необходимом и достаточном условии разложимости функции в степенной ряд.
4.2. Записать свойства суммы степенного ряда.
4.3. Записать стандартные разложения в ряд Тейлора.
4.4. Решить примеры, см. п.3.

5. Отчет:
5.1. Определение ряда Тейлора.
5.2. Необходимое и достаточное условия разложимости функции в ряд Тейлора.
5.3. Стандартные разложения в ряд Тейлора.
5.4. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

Практическое занятие №34.

Разложение функций в полный ряд Фурье.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по разложению функции в ряд Фурье.
2. Краткие теоретические сведения:
Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 410 – 415, **[2]** с. 116 - 123, **[4]** гл. 3 с. 93 – 104, **[3]** с. 315 - 316.

3. Задание:
Решить примеры: **[4]** №№ 456 – 467, **[3]** №№ 2671 – 2679, 2686 – 2692.

4. Порядок выполнения:
4.1. Записать теорему Дирихле.
4.2. Записать тригонометрический ряд Фурье.
4.3. Записать формулы для вычисления коэффициентов.
4.4. Записать ряд Фурье для четных (нечетных) функций.
4.5. Решить примеры, см. п.3.

5. Отчет:
5.1. Тригонометрический ряд Фурье.
5.2. Формулы для вычисления коэффициентов.
5.3. Ряд Фурье для четных (нечетных) функций. Запишите формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.
5.4. Формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.
5.5. Сформулируйте теорему Дирихле.
5.6. Значение суммы ряда в точке непрерывности, точке разрыва функции, на концах отрезка.
5.7. Решенные примеры.

6. Список литературы:
[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

Практическое занятие №35.

Разложение функций в ряды косинусов и ряды синусов. Интеграл Фурье.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по разложению функции в ряд Фурье только по косинусам (синусам) кратных дуг. Выработать умения и навыки по применению рядов Фурье и интеграла Фурье.

2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: **[1]** с. 410 – 417, [**5]** с. 24 –34, 40-49.

3. Задание:

Решить примеры: **(4)** №№ 465 – 467, **(3)** №№ 2686 – 2703.

4. Порядок выполнения:

4.1. Записать теорему Дирихле.
4.2. Записать тригонометрический ряд Фурье.
4.3.Изложить схему продолжения функции четным или нечетным образом на (-l,0).
4.3. Записать формулы для вычисления коэффициентов.
4.4. Записать ряд Фурье для четных (нечетных) функций.
4.5.Записать интеграл Фурье.
4.6. Записать интеграл Фурье для четных (нечетных) функций.
4.7. Записать интеграл Фурье в комплексной форме.
4.8. Решить примеры, см. п.3.

5. Отчет:

5.1. Тригонометрический ряд Фурье.
5.2. Формулы для вычисления коэффициентов.
5.3. Ряд Фурье для четных (нечетных) функций. Запишите формулы для вычисления коэф фициентов в этом случае.
5.4. Формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.
5.5. Сформулируйте теорему Дирихле.
5.6. Значение суммы ряда в точке непрерывности, точке разрыва функции, на концах отрезка.
5.7. Решенные примеры.

6. Список литературы:

[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.
[**5]** Гаврилова Р.М., Костецкая Г.С. Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ , 49с., 2009.

Практическое занятие № 36

Контрольная работа №4 по теме «Ряды».

Контрольная работа №4 (темы, выносимые на контрольную работу):

1. Знакопеременный ряд.
2. Степенные ряды.
3. Признак Даламбера.
4. Признак Коши.
5. Интегральный признак Коши.
6. Разложение функции в полный ряд Фурье.

Практическое занятие № 37.
Элементарные функции комплексного переменного. Вычисление значений элементарных функций.

1. Цели занятия:
Познакомить студентов с показательной, логарифмической, тригонометрическими и гиперболическими функциями, научить вычислять значения этих функций, решать уравнения, содержащие их. Выработать умение находить образы при отображении с помощью элементарных функций.
2. Рекомендации:
Изучить справочный материал и разобранные примеры **[1]** с.11 – 18, 26 – 35, **[2]** с.99 – 107, а также **[3]** с.5 – 9**.**
Примеры для решения на практическом занятии и для закрепления материала: **[3]** с. 10 №№ 8, 9, 2(1 - 8), 10(2,3,4,8), [**2]** с. 113 №№ 9, 11, 16,17.
3. Порядок выполнения работы:
3.1**.** Записать определение показательной функции. Её свойства.
3.2. Записать определение логарифмической функции. Её свойства. Главное значение логарифмической функции.
3.3. Записать определение тригонометрических функций. Их свойства.
3.4. Записать определение гиперболических функций комплексного переменного. Определение общей степенной функции.
3.5. Решить примеры см. п.2.
4. Контрольные вопросы:
4.1. Какая форма комплексного числа называется алгебраической (тригонометрической, показательной)?
4.2. Какие комплексные числа называются равными?
4.3. Что такое модуль и аргумент комплексного числа?
4.4. Какие формулы связывают модуль и аргумент комплексного числа с его действительной и мнимой частями?
4.5. По каким формулам производится умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел?
4.6. Какова геометрическая интерпретация действий с комплексными числами?
4.7. Как в комплексной плоскости определяется показательная функция? Какие её свойства вы знаете?
4.8. Как в комплексной плоскости определяется логарифмическая функция? Какие её свойства вы знаете? Что такое главное значение логарифмической функции?
4.9. Как в комплексной плоскости определяются тригонометрические функции? Какие их свойства вы знаете?
4.10. Как связаны гиперболические функции комплексного переменного с тригонометрическими функциями?
4.11. Как определяется общая степенная функция?

5. Литература.
1. Костецкая Г.С., Гриценко Л.В., Ефименко В.Н. Функции комплексного переменного. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов – на – Дону. СКФ МТУСИ. 2015.
3. Костецкая Г.С. Практикум по теории функций комплексного переменного. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ, 2012.
2. Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , УМО, 153с., 2002.

Практическое занятие № 38.

Свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной, условия Коши – Римана.

1. Цели занятия:
Научить студентов выделять действительную и мнимую части у функции комплексного переменного, проверять условия Коши – Римана, вычислять производную функции комплексного переменного.

2. Рекомендации: Изучить справочный материал и разобранные примеры **[1]** с. 18 – 35,[**2]** с.107 – 111, **[3]** с. 12 – 13.

Примеры для решения на практическом занятии и для закрепления материала: **[3]** с. 14 №№ 2 (1 -- 5), №3 (1 -- 6).

3. Порядок выполнения работы:
3.1. Записать формулу для вычисления производной функции комплексного переменного.
3.2**.** Записать условия Коши-Римана.
3.3.Дать определение аналитической функции.
3.4. Перечислить свойства аналитической функции.
3.5. Решить примеры см. п.2.

4. Контрольные вопросы:
4.1.Что называется производной функции комплексного переменного? По какой формуле она вычисляется?
4.2. Какая функция называется аналитической?
4.3. Запишите условия Коши-Римана.

5. Литература.

1. Костецкая Г.С., Гриценко Л.В., Ефименко В.Н. Функции комплексного переменного. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов – на – Дону. СКФ МТУСИ. 2015.
(3) Костецкая Г.С. Практикум по теории функций комплексного переменного. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ, 2012

2. Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , УМО, 153с., 2002.

Практическое занятие № 39.

Нули аналитической функции. Разложение функций комплексного переменного в ряд Тейлора.

1. Цели занятия:
Выработать умения и навыки работы с рядами в комплексной плоскости, а именно: научить раскладывать в ряд Тейлора, используя стандартные разложения, находить область сходимости и исследовать поведение ряда на границе области сходимости. Выработать умения находить нули аналитической функции $f(z)$, а также определять их кратность.

2. Рекомендации: А) Изучить справочный материал и разобранные примеры **[1]** с. 37 – 43, **[2]** с.120 -- 124, **[3]** с. 17 – 18, а также следующий алгоритм

2.1. При разложении функции в ряд Тейлора стандартные (основные разложения и действия над рядами.
2.2. Радиус сходимости ряда, полученного при разложении функции в окрестности данной точки, равен расстоянию от этой точки до ближайшей особой точки функции. Если функция является аналитической всюду, то радиус R = ∞.
2.3. Если функция является рациональной дробью, то сначала её нужно сделать правильной. Для этого нужно выделить целую часть дроби. Затем правильную дробь разложить на элементарные дроби (метод неопределенных коэффициентов), а те уже разложить в степенные ряды, используя стандартное разложение и правила дифференцирования ряда.
Примеры для решения на практическом занятии и для закрепления материала: **[3]** с. 18 №№ 1 -- 32, **[2]** с. 141 №№ 14 – 15.

Б) Изучить справочный материал и разобранные примеры **[1]** с. 45 – 46, **[2]** с.126,129, а также **[3]** с. 19 – 20. При нахождении нулей аналитической функции и определения их кратности использовать следующий алгоритм:
2.1. Найти нули аналитической функции $f(z)$, решая уравнение $f(z) = 0$.
2.2. Определить кратность каждого полученного нуля z_0. Для этого выполнить **одно** из следующих действий:

2.2.1. разложить $f(z)$ в ряд по степеням $(z - z_0)$. Младшая степень разности $(z - z_0)$, присутствующая в разложении, определяет кратность нуля z_0;

2.2.2. найти производные $f^{(k)}(z)$ и их значения в нуле функции, то есть $f^{(k)}(z_0)$. Кратность нуля z_0 функции $f(z)$ определяется порядком первой неравной нулю в точке производной;

2.2.3. записать функцию в виде произведения $f(z) = (z - z_0)^n\ \varphi(z_0)$, $\varphi(z_0) \neq 0$. Степень разности $(z - z_0)$ в этом произведении определяет кратность нуля z_0;

2.2.4. записать функцию в виде произведения более простых функций и для каждой из них определить кратность нуля z_0 по одному из изложенных в предыдущих пунктах правил. Кратность нуля z_0 произведения равна сумме кратностей сомножителей.

2.3. Для функции $f(z)$, не определенной в точке z_0, но, удовлетворяющей в ней условию $\lim\limits_{z \to z_0} f(z) = 0$, кратность нуля z_0 определить по правилам, изложенным в п. 2.2.,при этом кратность нуля частного равна разности кратностей нулей числителя и знаменателя.
Примеры для решения на практическом занятии и закрепления материала: **[3]** с. 20 №№1 -- 30, **[2]** с. 142 №№ 24 – 25.

3. Порядок выполнения работы:
3.1. Записать ряд Тейлора.
3.2**.** Записать область сходимости ряда Тейлора.
3.3.Записать формулы, по которым вычисляется радиус сходимости ряда Тейлора.
3.4. Перечислить свойства аналитической функции.
3.5. Записать стандартные разложения в ряд Тейлора.
3.6. Записать определение нуля функции кратности **к**.
3.7**.** Записать представление аналитической функции в окрестности нуля z_0 кратности **к.**
3.8. Перечислить свойства нулей аналитической функции.
3.9. Решить примеры см. п.2.

4. Контрольные вопросы:
4.1. Какой ряд называется рядом Тейлора?
4.2. Какова область сходимости ряда Тейлора?
4.3. По каким формулам вычисляется радиус сходимости ряда Тейлора?
4.4. Какие стандартные разложения в ряд Тейлора вы знаете?
4.5. Какие свойства степенных рядов вы знаете?
4.6. Как определяется нуль функции кратности **к**?
4.7. Какое представление имеет аналитическая функция, если z_0 нуль функции кратности к?
4.8. Что такое простой нуль функции?

4.9. Какие свойства нулей аналитической функции вы знаете?

5. Литература.

1. Костецкая Г.С., Гриценко Л.В., Ефименко В.Н. Функции комплексного переменного. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов – на – Дону. СКФ МТУСИ. 2015.
3. Костецкая Г.С. Практикум по теории функций комплексного переменного. Ростов-на-

2. Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , УМО, 153с., 2002.

Дону. СКФ МТУСИ, 2012.

Практическое занятие № 40, 41

Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

Изолированные особые точки аналитической функции.

1. Цели занятия:
Выработать умения и навыки работы с рядами в комплексной плоскости, а именно: научить раскладывать в ряд Лорана, используя стандартные разложения, находить область сходимости и исследовать поведение ряда на границе области сходимости. Выработать умение находить особые точки аналитической функции, определять их тип, а в случае полюса – порядок, что в дальнейшем пригодится при вычислении интегралов от функции комплексного переменного.

2. Рекомендации: Изучить справочный материал и разобранные примеры **[1]** с. 47 – 50, **[3]** с. 21 – 26, **[2]** с. 120 – 132.
При разложении функции в ряд Лорана помнить:
2.1. Функция, аналитическая в кольце $r < |z - z_0| < R, r \geq 0, R \leq \infty$, разлагается в этом кольце в ряд Лорана.
2.2. На границе кольца сходимости ряда Лорана есть хотя бы по одной особой точки функции $f(z)$.
2.3. Разложение в ряд Лорана сводится к разложению в ряд Тейлора, используются основные разложения и действия над рядами.
2.4. При разложении рациональных дробей, как и в случае рядов Тейлора, выделяется целая часть неправильной дроби, а правильная записывается в виде суммы элементарных дробей, для разложения которых используется формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
Примеры для решения на практическом занятии и закрепления материала: **[3]** с. 23 №№1 -- 30, **[3]** с. 27 № 1 –30, [**2**] с. 142 №№ 16 – 23.

3. Порядок выполнения работы:
3.1. Записать ряд Лорана.
3.2. Записать область сходимости ряда Лорана.
3.3. Записать вид ряда Лорана для функции аналитической в окрестности бесконечно удаленной точки.
3.4. Решить примеры см. п.2.

4. Контрольные вопросы:
4.1. Какой вид имеет ряд Лорана для функции аналитической в кольце $r < |z - z_0| < R$?
4.2. Что такое главная и правильная часть ряда Лорана?

4.3. Где сходится ряд Лорана?
4.4. Какой вид имеет ряд Лорана для функции аналитической в окрестности бесконечно удаленной точки?
4.5. Какая точка называется изолированной особой точкой аналитической функции?
4.6. Какие типы особых точек вы знаете?
4.7. Как классифицируются особые точки по разложению в ряд Лорана?
4.8. Какой признак устранимой особой точки (полюса, существенно особой точки)?
4.9. Как определяется кратность полюса?
4.10. Как связаны нули и полюса аналитической функции?

5. Литература.

1. Костецкая Г.С., Гриценко Л.В., Ефименко В.Н. Функции комплексного переменного. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов – на – Дону. СКФ МТУСИ. 2015.
3. Костецкая Г.С. Практикум по теории функций комплексного переменного. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ, 2012.

2. Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , УМО, 153с., 2002.

Практическое занятие № 42.

Непосредственное интегрирование в комплексной плоскости. Вычисление интегралов с использованием интегральной теоремы и формулы Коши.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению интегралов от функции комплексного переменного непосредственно. Выработать умения и навыки по вычислению интегралов от функции комплексного переменного с помощью интегральной теоремы и формулы Коши.

2. Рекомендации:
Изучить справочный материал и разобранные примеры в **[1]** с. 51 – 65, **[3]** с. 30, **[2]** с. 115 – 118.
Примеры для решения на практическом занятии, а также для закрепления материала: **[3]** с.30 №№ 1 –29, [**2**] с. 139 №№ 1 -- 13.

3. Порядок выполнения работы:
3.1. Записать определение интеграла от функции комплексного переменного.
3.2. Записать формулу для вычисления интеграла от функции комплексного переменного.
3.3. Записать свойства интеграла от функции комплексного переменного.
3.4. Записать интегральную теорему Коши.
3.5. Записать интегральную формулу Коши.
3.6. Записать свойства интеграла от функции комплексного переменного.
3.7. Записать обобщенную интегральную формулу Коши
3.8. Решить примеры см. п.2.

4. Контрольные вопросы:
4.1. Что называется интегралом от функции комплексного переменного?
4.2. Как вычисляется интеграл от функции комплексного переменного?
4.3. Какие свойства интеграла от функции комплексного переменного вы знаете?
4.4. Зависит ли интеграл от функции комплексного переменного от направления движения по линии? Поясните ответ.
4.5.Сформулируйте интегральную теорему Коши.
4.6. Зависит ли интеграл от функции комплексного переменного от деформации контура?
4.7. Как записывается интегральная формула Коши?

4.8. Как записывается обобщенная интегральная формула Коши?

5. Литература.

1. Костецкая Г.С., Гриценко Л.В., Ефименко В.Н. Функции комплексного переменного. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов – на – Дону. СКФ МТУСИ. 2015.
3. Костецкая Г.С. Практикум по теории функций комплексного переменного. Ростов-на-

2. Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , УМО, 153с., 2002.

Дону. СКФ МТУСИ, 2012.

Практическое занятие № 43.

Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению вычетов в изолированных особых точках от функции комплексного переменного.
2. Рекомендации:
Изучить справочный материал и разобранные примеры в **[1]** с. 65 – 72, **[3]** с. 33, **[2]** с. 127 – 136.

Обратить внимание на алгоритм вычисления контурных интегралов:
2.1. Найти особые точки функции $f(z)$.
2.2. Определить, какие из этих точек расположены в области D , ограниченной контуром C. Для этого изобразить контур C и отметить особые точки.
2.3. Вычислить вычеты в тех особых точках, которые расположены в области.
2.4. Записать результат, используя основную теорему теории вычетов.

Примеры для решения на практическом занятии, а также для закрепления материала: **[3]** с.32 №№ 21 –30, с.35№№ 1 – 17, **[2]** с. 139 №№ 7 -- 13.
3. Порядок выполнения работы:
3.1. Записать определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке.
3.2**.** Записать формулу для вычисления вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке.
3.3. Записать формулу для вычисления вычета функции $f(z)$ в устранимой особой точке (конечной или бесконечной).
3.4. Записать формулу для вычисления вычета функции $f(z)$ в полюсе порядка m.
3.5. Записать теорема о полной сумме вычетов функции.
3.6. Решить примеры см. п.2.
4. Контрольные вопросы:
4.1. Что называется вычетом функции $f(z)$ в изолированной особой точке?
4.2. Как связан вычет с коэффициентами ряда Лорана?
4.3. Чему равен вычет в устранимой особой точке (конечной или бесконечной)?
4.4. Чему равен вычет в полюсе порядка m?
4.5. Чему равен вычет в существенно особой точке?
4.6. Чему равна полная сумма вычетов функции (теорема)?
5. Литература.
1. Костецкая Г.С., Гриценко Л.В., Ефименко В.Н. Функции комплексного переменного. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов – на – Дону. СКФ МТУСИ. 2015.

2. Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , УМО, 153с., 2002.

3. Костецкая Г.С. Практикум по теории функций комплексного переменного. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ, 2012

Практическое занятие № 44.

Нахождение изображения по оригиналу.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению изображений с использованием таблицы оригиналов и изображений и основных теорем операционного исчисления.
2. Рекомендации:
Изучить справочный материал и разобранные примеры в **[1]** с 4 --11, **[2]** с. 316– 338.
Примеры для решения на практическом занятии, а также для закрепления материала:
[1] с 20 –25 (по рекомендации преподавателя).
3. Порядок выполнения работы
3.1. Записать формулу для вычисления изображения.
3.2. Записать таблицу простейших оригиналов и изображений.
3.3. Запишите теорему смещения.
3.4. Запишите теорему запаздывания.
3.5. Решить примеры см. п.2.
4. Контрольные вопросы:
4.1.Что называется оригиналом?
4.2. По какой формуле вычисляется изображение?
4.3. Как выглядит таблица простейших оригиналов?
4.4. Что такое теорема смещения?
4.5. Запишите теорему запаздывания.
5. Список литературы:
[1] Гриценко Л.В., Костецкая Г.С. Операционное исчисление. Методические указания. Ростов – на Дону. СКФ МТУСИ. 38 с. 2014.
[2] Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: Высшая школа,

Практическое занятие № 45

Нахождение изображения по оригиналу. Изображение ступенчатой и периодической функций.

1. Цель занятия:
Выработать умения и навыки по вычислению изображений с использованием таблицы оригиналов и изображений и основных теорем операционного исчисления.
2. Рекомендации:
Изучить справочный материал и разобранные примеры в **[1]** с 4 --11, **[2]** с. 316– 338.
Примеры для решения на практическом занятии, а также для закрепления материала:
[1] с 20 –25 (по рекомендации преподавателя).
3. Порядок выполнения работы
3.1. Записать формулу для вычисления изображения.
3.2. Записать таблицу простейших оригиналов и изображений.
3.3. Запишите теорему смещения.
3.4. Запишите теорему запаздывания.
3.5. Решить примеры см. п.2.
4. Контрольные вопросы:

4.1.Что называется оригиналом?
4.2. По какой формуле вычисляется изображение?
4.3. Как выглядит таблица простейших оригиналов?
4.4. Что такое теорема смещения?
4.5. Запишите теорему запаздывания.

5. Список литературы:

[1] Гриценко Л.В., Костецкая Г.С. Операционное исчисление. Методические указания. Ростов – на Дону. СКФ МТУСИ. 38 с. 2014.

[2] Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: Высшая школа,

Практическое занятие № 46

Нахождение оригинала по изображению

1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки по вычислению оригиналов с использованием таблицы оригиналов и изображений и основных теорем операционного исчисления.

2. Рекомендации:

Изучить справочный материал и разобранные примеры в **[1]** с 11 --13, **[2]** с. 339 – 350.
Примеры для решения на практическом занятии, а также для закрепления материала:
[1] с. 26 –31 (по рекомендации преподавателя).

3. Порядок выполнения работы

3.1. Запишите теорему о дифференцировании оригинала.
3.2. Запишите теорему о дифференцировании изображения.
3.3. Запишите теорему об интегрировании оригинала.
3.4. Запишите теорему об интегрировании изображения.
3.5. Запишите теорему умножения.
3.6. Решить примеры см. п.2.

4. Контрольные вопросы:

4.1. Запишите теорему о дифференцировании оригинала.
4.2. Запишите теорему о дифференцировании изображения.
4.3. Запишите теорему об интегрировании оригинала.
4.4. Запишите теорему об интегрировании изображения.
4.5. Запишите теорему умножения.

5. Список литературы:

[1] Гриценко Л.В., Костецкая Г.С. Операционное исчисление. Методические указания. Ростов – на Дону. СКФ МТУСИ. 38 с. 2014.

[2] Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2001. -- 445 с.

Практическое занятие № 47

Применение преобразования Лапласа для решения интегральных и дифференциальных уравнений.

1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки по вычислению оригиналов с использованием таблицы оригиналов и изображений и основных теорем операционного исчисления.

2. Рекомендации:
Изучить справочный материал и разобранные примеры в **[1]** с 11 --13, **[2]** с. 339 – 350.
Примеры для решения на практическом занятии, а также для закрепления материала:
[1] с. 26 –31 (по рекомендации преподавателя).

3. Порядок выполнения работы

3.1. Запишите теорему о дифференцировании оригинала.
3.2. Запишите теорему о дифференцировании изображения.
3.3. Запишите теорему об интегрировании оригинала.
3.4. Запишите теорему об интегрировании изображения.
3.5. Запишите теорему умножения.
3.6. Решить примеры см. п.2.

4. Контрольные вопросы:

4.1. Запишите теорему о дифференцировании оригинала.
4.2. Запишите теорему о дифференцировании изображения.
4.3. Запишите теорему об интегрировании оригинала.
4.4. Запишите теорему об интегрировании изображения.
4.5. Запишите теорему умножения.

5. Список литературы:

[1] Гриценко Л.В., Костецкая Г.С. Операционное исчисление. Методические указания. Ростов – на Дону. СКФ МТУСИ. 38 с. 2014.
[2] Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2001. -- 445 с.

Практическое занятие № 48

Контрольная работа №5 по теме «ТФКП и Операционное исчисление »

Контрольная работа № 5 (темы, выносимые на контрольную работу):
1.Вычисление значений аналитических функций.
2.Проверка на аналитичность
3.Разложение в ряд Лорана.
4. Вычислить по интегральной формуле Коши и с помощью вычетов.
5.Нахождение изображений по оригиналу.
6 Нахождение оригинала по изображению