

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Северо-Кавказский филиал
ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

Кафедра Информатики и вычислительной техники

МУ к ПЗ с1 до 5

по дисциплине

Основы теории управления

МУ к ПЗ с1 до 5

по дисциплине

Основы теории управления

Для студентов очной и заочной форм обучения

Направление подготовки - **09.03.01** «Информатика и вычислительная техника»

Составитель: П.В. Лобзенко, доцент кафедры ИВТ

Рассмотрено и одобрено
на заседании кафедры ИВТ

Протокол от «26» августа 2019 г. № 1

МУ к ПЗ 1

Статические и динамические характеристики системы
второго порядка

1. *Цель работы:* получить навыки определения передаточной функции и частотных характеристик по дифференциальным уравнениям САУ, расчета функции веса при известной переходной функции.

2. *Практические задачи для решения:*

Задача 1. Определить динамические характеристики САУ, если ее дифференциальное уравнение:

$$0,5 \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t),$$

1.1 Основной характеристикой САУ является **передаточная функция**, представляющая собой отношение изображений по Лапласу входного сигнала $x(p)$ к выходному сигналу $y(p)$ при нулевых начальных условиях: $W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}$.

Для того, чтобы получить $W(p)$ необходимо перейти от оригинала дифференциального уравнения к изображению:

$$0,5p \cdot y(p) + y(p) = x(p),$$

$$(0,5p + 1)y(p) = x(p), \text{ тогда}$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{1}{0,5p + 1}.$$

1.2 Для нахождения **частотных** характеристик необходимо:

- получить **частотную** функцию системы заменой в выражении для передаточной функции оператора Лапласа p на оператор Фурье $j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{1}{0,5j\omega + 1},$$

- определить действительную и мнимую часть частотной функции, для чего умножить числитель и знаменатель $W(j\omega)$ на число, комплексно- сопряженное с $(0,5j\omega + 1)$, т.е. на $(1 - 0,5j\omega)$:

$$\text{Re}(\omega) = \frac{1}{1 + 0,25\omega^2}, \quad \text{Im}(\omega) = \frac{-0,5\omega}{1 + 0,25\omega^2},$$

- рассчитать амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) или

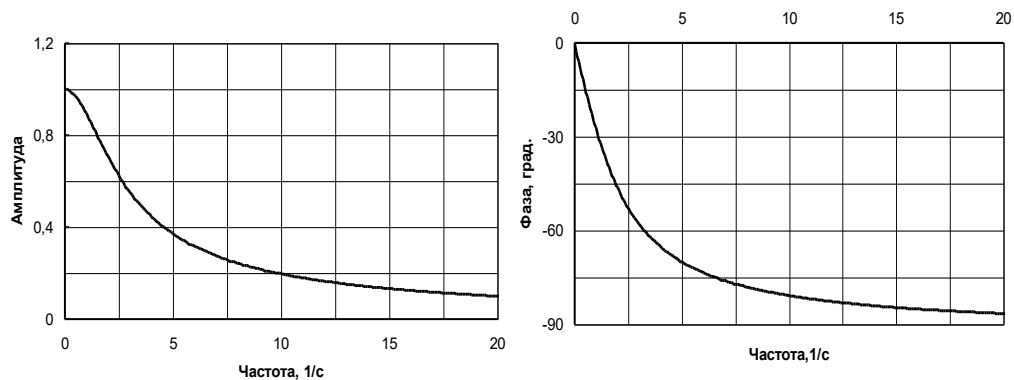
модуль частотной функции:

$$A(\omega) = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,25\omega^2}},$$

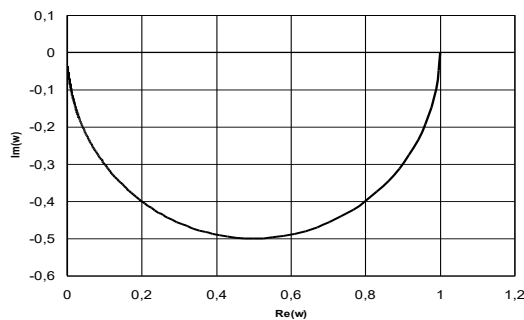
- рассчитать фазо-частотную характеристику (ФЧХ) или аргумент частотной функции:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} = -\arctg 0,5\omega,$$

- изменяя ω , построить графики АЧХ и ФЧХ,



- получить амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ), для чего подставляя в выражения для действительной и мнимой части частотной функции ω от 0 до ∞ , построить в комплексной плоскости годограф АФЧХ,



1.3 Временные характеристики САУ

К временным характеристикам САУ относятся, прежде всего, переходная характеристика $h(t)$ или реакция системы на единичное воздействие, и функция веса $w(t)$ или реакция системы на импульсное воздействие виде δ -функции.

$h(t)$ и $w(t)$ связаны соотношением: $w(t) = \frac{d(h(t))}{dt}$.

Найти функцию веса, если переходная характеристика равна:

$$h(t) = 1 - e^{-0,2t}$$

После дифференцирования исходного выражения получаем:

$$w(t) = 0,2e^{-0,2t}.$$

Задача 2. Определить выражение частотной функции по заданной передаточной функции

$$W(p) = \frac{1}{2p + 1}.$$

Задача 3. Определить выражение частотной функции по заданной передаточной функции

$$W(p) = \frac{p + 1}{p^2 + p + 1}.$$

Задача 4. Определить выражения амплитудной и фазовой частотных характеристик для динамического звена с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{1}{p + 1}.$$

Задача 5. На вход динамического звена с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{1}{p^2 + p + 1},$$

поступает гармонический сигнал постоянной амплитуды с частотой $\omega = 1$ рад/с. На какой угол будет смещен выходной сигнал в установившемся режиме?

Задача 6. Определить динамические характеристики САУ, если ее дифференциальное уравнение:

$$0,01 \frac{d^2 y}{dt^2} + 0,1 \frac{dy}{dt} + y(t) = 5x(t),$$

Задача 7. Определить динамические характеристики САУ, если

ее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 2 \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t),$$

Задача 8. Определить динамические характеристики САУ, если ее дифференциальное уравнение:

$$0,1 \frac{d^2 y}{dt^2} + 0,005 \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t),$$

Задача 9. Найти функцию веса, если переходная характеристика равна:

- $h(t) = 5t,$
- $h(t) = 10,$
- $h(t) = 1 - \frac{e^{-\frac{\xi}{T}t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t,$ где $\xi = 0,01, T = 2c$

Задача 10. Найти переходные характеристики, если функции веса равны:

- $w(t) = 7t,$
- $w(t) = 5,$
- $w(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T},$ где $k = 15, T = 0,2c.$

3. В ходе работы использовать литературу:

1. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. - СПб.: Питер, 2005. 336с.
2. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. Пер. с англ. Б. И. Копылова. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. 832с.
3. Поляков К.Ю. Теория автоматического управления для «чайников». - Спб.: Питер, 2008. 80с.

МУ к ПЗ 2

Решение задач преобразования структурных схем и расчета их передаточных функций

1. Цели работы

Приобретение навыков преобразования структурных схем многоконтурных ЗСАУ.

Приобретение навыков использования метода графов.

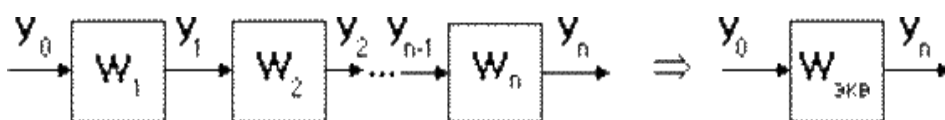
2. Практическая часть.

Преобразование структурной схемы САУ проводится с целью ее упрощения и получения передаточной функции системы как совокупности передаточных функций составляющих ее звеньев.

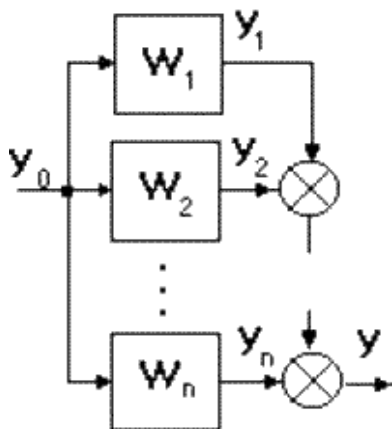
Структурная схема САУ в простейшем случае строится из элементарных динамических звеньев. Но несколько элементарных звеньев могут быть заменены одним звеном со сложной передаточной функцией.

Последовательное соединение, когда выходная величина предшествующего звена подается на вход последующего, преобразуется в эквивалентное звено с передаточной функцией, равной произведению передаточных функций отдельных звеньев:

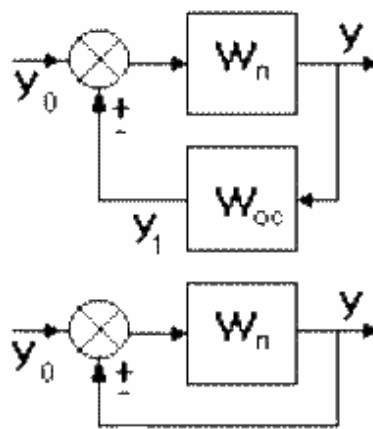
$$W_{\text{ЭКВ}} = \prod_{i=1}^n W_i$$



а



б



в

Рисунок 6 – Последовательное (а), параллельное (б) соединения элементарных звеньев, соединение с обратной связью (в)

Параллельно - согласное соединение, когда на вход каждого звена подается один и тот же сигнал, а выходные сигналы складываются, передаточной функцией, $W_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n W_i$ преобразуется в звено с равной суммой передаточных функций отдельных звеньев.

Параллельно - встречное соединение, когда звено охваченное положительной или отрицательной обратной связью, преобразуется в звено с передаточной функцией:

$$W_{\text{экв}} = \frac{W_{\pi}}{1 + W_{\pi} W_{\text{ос}}}$$

для отрицательной обратной связи и

$$W_{\text{экв}} = \frac{W_{\pi}}{1 - W_{\pi} W_{\text{ос}}}$$

для положительной обратной связи.

Если $W_{\text{ос}} = 1$, то обратная связь называется единичной, тогда

$$W_{\text{экв}} = W_{\pi} / (1 \pm W_{\pi}).$$

Если многоконтурная система имеет перекрещивающиеся связи, то для вычисления эквивалентной передаточной функции нужны дополнительные правила (рисунки 7 и 8):

- при переносе сумматора через звено по ходу сигнала необходимо добавить звено с передаточной функцией того звена, через которое переносится сумматор;
- если сумматор переносится против хода сигнала, то добавляется звено с передаточной функцией, обратной передаточной функции звена, через которое переносим сумматор;
- при переносе узла через звено по ходу сигнала добавляется звено с передаточной функцией, обратной передаточной функции звена, через которое переносим узел;
- если узел переносится против хода сигнала, то добавляется звено с передаточной функцией звена, через которое переносится узел.

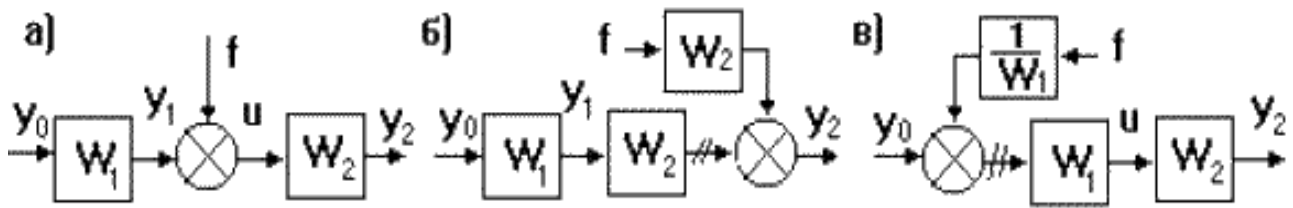


Рисунок 7 - Правила переноса сумматора в структурной схеме

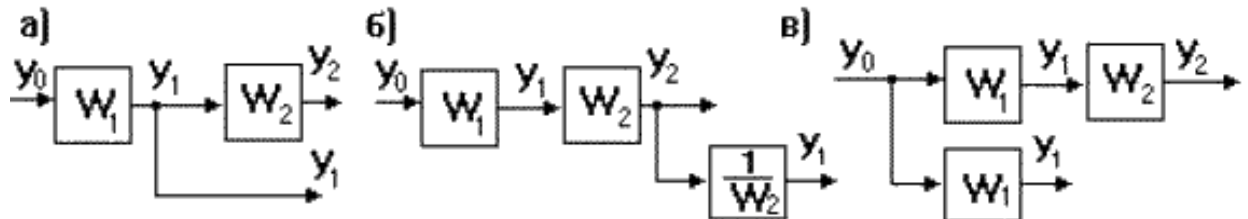


Рисунок 8 - Правила переноса узла в структурной схеме

Используя вышеописанные правила преобразования, можно многоконтурную систему автоматического регулирования привести к одному динамическому звену со сложной передаточной функцией.

Преобразование начинается с внутренних контуров управления.

Каждый этап преобразования должен сопровождаться соответствующей структурной схемой. Если нет специального указания, все обратные связи в системе считать отрицательными.

Используя вышеуказанные правила, преобразовать следующие структурные схемы и найти передаточные функции САУ по управляющему и возмущающему воздействию.

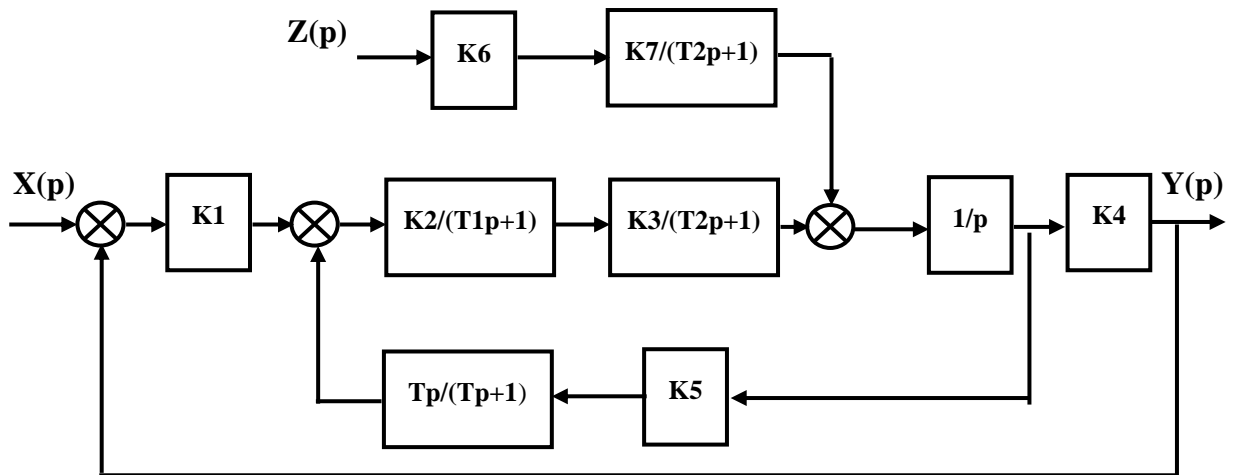
Примечание. При решении задач следует помнить, что передаточная функция по управляющему воздействию может быть получена, если возмущающее воздействие $Z(p)$ отсутствует, и наоборот, передаточная функция по возмущающему воздействию определяется при $X(p) = 0$.

Задача 1

Получить передаточную функцию следующей САУ:

а) по управляющему воздействию,

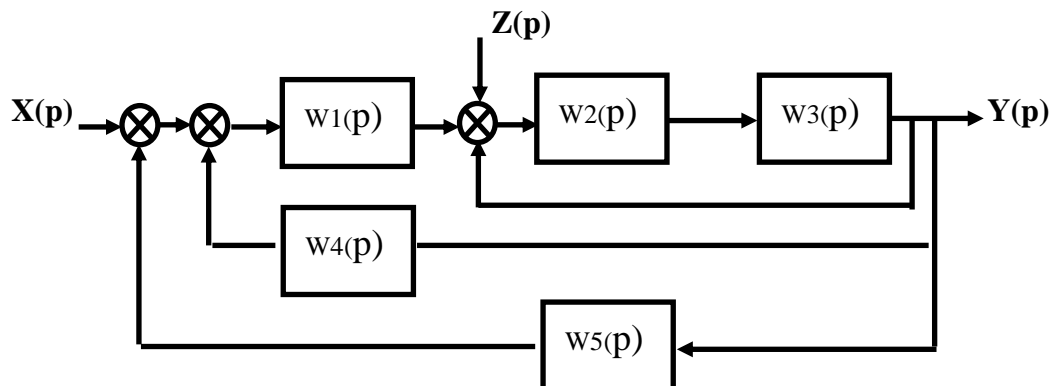
б) по управляющему воздействию

**Задача 2**

Получить передаточную функцию следующей САУ:

а) по управляющему воздействию,

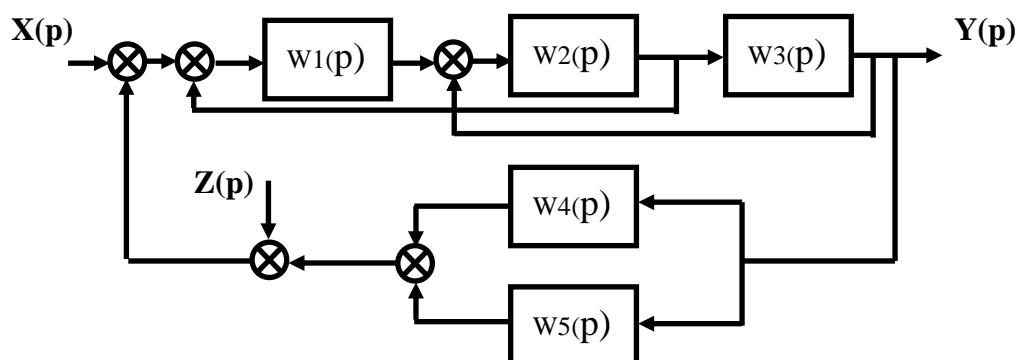
б) по управляющему воздействию

**Задача 3**

Получить передаточную функцию следующей САУ:

а) по управляющему воздействию,

б) по управляющему воздействию

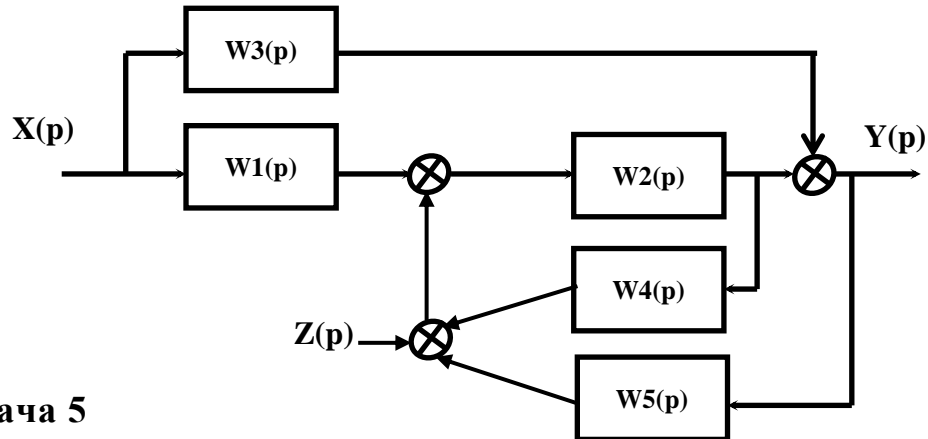


Задача 4

Получить передаточную функцию следующей САУ:

а) по управляющему воздействию,

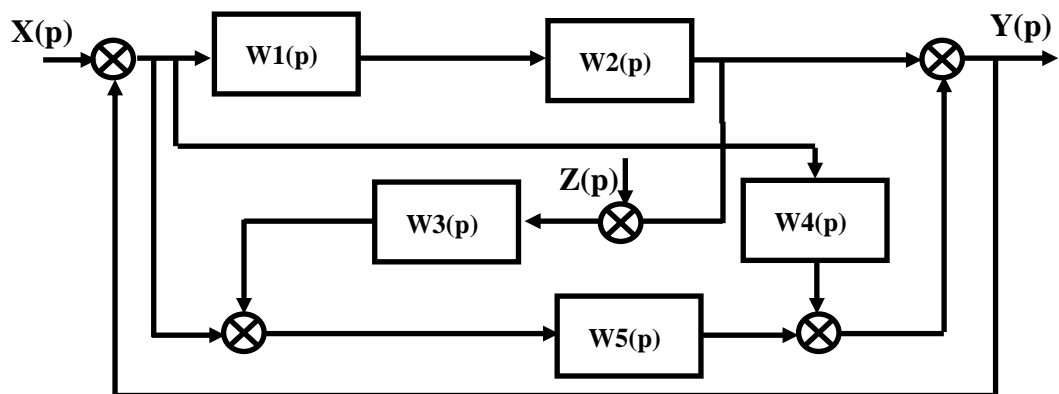
б) по управляющему воздействию

**Задача 5**

Получить передаточную функцию следующей САУ:

а) по управляющему воздействию,

б) по управляющему воздействию



МУ к ПЗ 3

Построение асимптотических логарифмических характеристик САУ

1. Цель работы

Приобретение навыков построения АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ САУ по передаточным функциям составляющих ее звеньев.

2. Практическая часть

Задача 1. Построить ЛАЧХ системы последовательно соединенных звеньев с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{10(0,1p + 1)}{(p + 1)(0,01p + 1)}$$

Порядок построения:

- определить частоты сопряжения асимптот элементарных звеньев, входящих в состав системы;

$$\omega_{c1} = \frac{1}{T_1} = 1/c, \quad \omega_{c2} = \frac{1}{T_2} = 10/c, \quad \omega_{c3} = \frac{1}{T_3} = 100/c,$$

- дальнейшее построение ЛАЧХ всей системы проводится последовательным суммированием ЛАЧХ дифференцирующего и второго апериодического звеньев;

- для этого отложить на оси абсцисс $20 \lg k = 20 \lg 10 = 20 \text{ дБ}$;

- построить ЛАЧХ первого апериодического звена $W(p) = \frac{1}{(p+1)}$, то

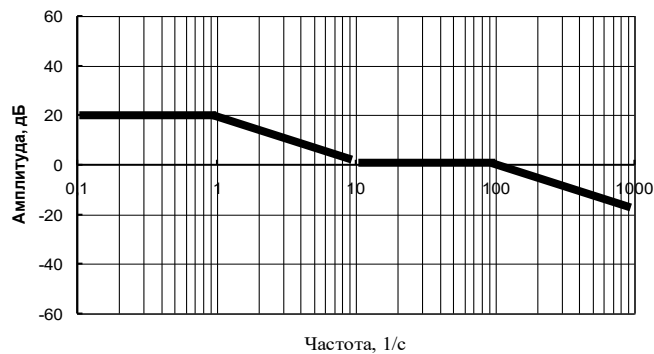
есть провести асимптоту с наклоном 0 дБ/дек до частоты сопряжения ω_{c1} и асимптоту с наклоном -20 дБ/дек до частоты сопряжения ω_{c2} ;

- построить ЛАЧХ дифференцирующего звена $W(p) = 0,1p + 1$, первая асимптота которого совпадает с асимптотой апериодического звена, а вторая, начиная с частоты сопряжения ω_{c2} , имеет наклон:

$$0 \text{ дБ/дек} = -20 \text{ дБ/дек} + 20 \text{ дБ/дек};$$

- так же строится ЛАЧХ второго апериодического звена

$W(p) = \frac{1}{(0,01p+1)}$. Результирующая ЛАЧХ показана на рисунке 12.



Рисунок

12

Результирующая ЛАЧХ САУ

Задача 2. Построить ЛАЧХ системы последовательно соединенных звеньев с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{1000(0,1p + 1)}{(2p + 1)(p + 1)^2},$$

Задача 3. Построить ЛАЧХ системы последовательно соединенных звеньев с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{(p + 1)(10p + 1)}{(5p + 1)(100p + 1)},$$

Задача 4. Построить ЛАЧХ системы последовательно соединенных звеньев с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{100}{(0,01p + 1)(0,1p + 1)^2(p + 1)},$$

Задача 5. Построить ЛАЧХ системы последовательно соединенных звеньев с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{(0,1p + 1)}{(0,01p^2 + 0,2p + 1)(0,01p + 1)},$$

Задача 6. Построить ЛАЧХ системы последовательно соединенных звеньев с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{1000(0,25p + 1)}{p(10p + 1)(p + 1)(0,005p + 1)}.$$

Задача 7. По заданным передаточным функциям определить частотные характеристики (АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ):

$$W(p) = p + \frac{1}{p}$$

Задача 8. По заданным передаточным функциям определить частотные характеристики (АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ):

$$W(p) = \frac{Kp}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)},$$

где $K = 3$; $T_1 = 2$; $T_2 = 3$.

Задача 9. По заданным передаточным функциям определить частотные характеристики (АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ):

$$W(p) = \frac{T_1p + 1}{T_2p + 1},$$

где $T_1 = 2$; $T_2 = 3$.

Задача 10. По заданным передаточным функциям определить частотные характеристики (АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ):

$$W(p) = \frac{T_1p + 1}{p(T_2p + 1)},$$

где $T_1 = 2$; $T_2 = 3$.

Задача 11. По заданным передаточным функциям определить частотные характеристики (АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ):

$$W(p) = \frac{Kp(T_1p + 1)}{T_2p + 1},$$

где $K = 3$; $T_1 = 2$; $T_2 = 3$.

Задача 12. По заданным передаточным функциям определить частотные характеристики (АФЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ):

$$W(p) = \frac{K}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)(T_3p + 1)},$$

где $K=3$; $T_1=2$; $T_2=3$; $T_3=4$.

МУ к ПЗ 4

Исследование устойчивости системы с использованием алгебраических критериев

1. *Цели работы* Приобретение навыков определения устойчивости САУ с использованием алгебраических критериев.
2. *Практическая часть.*

Задача 1.

Определить устойчивость замкнутой и разомкнутой системы, если передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = \frac{5}{p^3 + 2p^2 + 4p - 2}.$$

Критерий Гурвица позволяет определить устойчивость САУ, если характеристическое уравнение замкнутой системы представлено в виде:

$$C_0 p^N + C_1 p^{N-1} + \dots + C_{N-1} p^1 + C_N = 0$$

Для этого строится главный определитель Гурвица :

$$\Delta_N = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_5 & . & 0 \\ C_0 & C_2 & C_4 & . & 0 \\ 0 & C_1 & C_3 & . & 0 \\ . & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & C_1 \end{vmatrix}$$

Чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы определитель Гурвица и его диагональные миноры

$$\Delta_1 = |C_1| \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 \\ C_0 & C_2 \end{vmatrix} \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} C_1 & C_3 & C_5 \\ C_0 & C_2 & C_4 \\ 0 & C_1 & C_3 \end{vmatrix}$$

имели знаки, одинаковые со знаком первого коэффициента характеристического уравнения замкнутой САУ. При $C_0 > 0$ для устойчивости САУ необходимо и достаточно выполнение условий:

$$\Delta_0 > 0, \quad \Delta_1 > 0, \quad \Delta_2 > 0, \quad \dots, \Delta_N > 0, ;.$$

Характеристическое уравнение разомкнутой системы имеет один отрицательный коэффициент, следовательно, разомкнутая система неустойчива. Характеристическое уравнений замкнутой системы:

$$p^3 + 2p^2 + 4p + 3 = 0.$$

Составив определитель Гурвица и определив знак его диагональных миноров, можно сказать, что замкнутая система будет устойчивой.

Задача 2.

Определить устойчивость замкнутой и разомкнутой системы, если передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = \frac{10}{p^3 + 2p^2 + 10p + 15}.$$

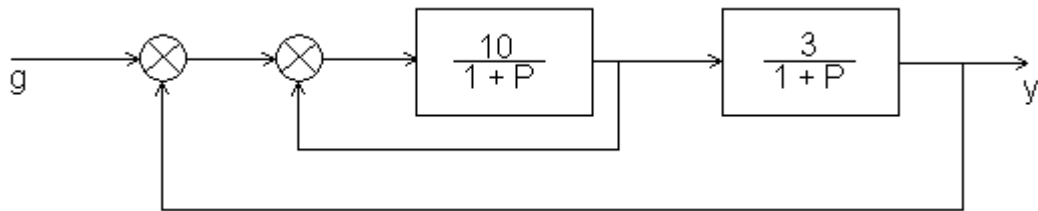
Задача 3.

Определить устойчивость замкнутой и разомкнутой системы, если передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = \frac{2p + 1}{p^3 + 2p^2 + p + 2}$$

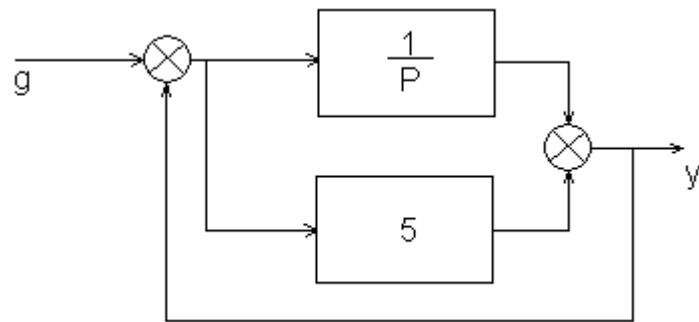
Задача 4.

Исследовать САУ на устойчивость:



Задача 5.

Исследовать САУ на устойчивость:



МУ к ПЗ 5

Определение устойчивости ЗСАУ с использованием частотных методов

1. *Цели работы:* -приобретение практических навыков исследования ЗСАУ на устойчивость с использованием частотного метода Михайлова.
2. *Практические задачи для решения.*

Задача 1.

Определить устойчивость замкнутой САУ, если ее характеристическое уравнение: $D(p) = 0,001p^3 + 0,01p^2 + p + 1$.

Формулировка частотного критерия устойчивости Михайлова: для устойчивости замкнутой САУ необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова начинался на положительной части вещественной оси и при изменении частоты от 0 до ∞ поворачивался в положительном направлении (против часовой стрелки) на n квадрантов комплексной плоскости, где n – порядок характеристического уравнения системы.

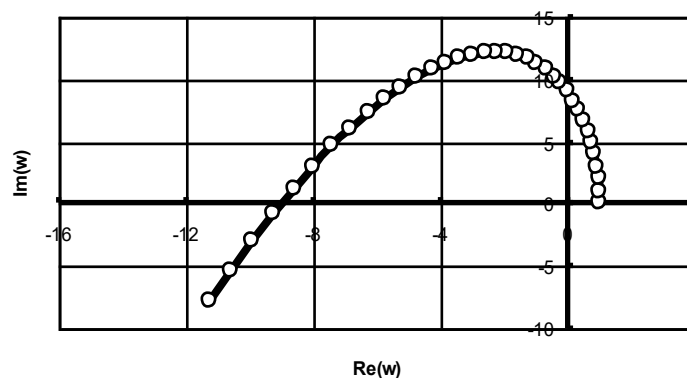


Рисунок 13 – Годограф Михайлова

Для построения годографа Михайлова;

- заменить в характеристическом уравнении оператор p на $j\omega$
 $0,001(j\omega)^3 + 0,01(j\omega)^2 + j\omega + 1 = 0$,
- выделить в полученном выражении действительную и мнимую части $\text{Re}(\omega) = 1 - 0,01\omega^2$, $\text{Im}(\omega) = \omega - 0,001\omega^3$,
- подставляя в выражения для действительной и мнимой части значения частоты от 0 до ∞ , получить графическое изображение годографа Михайлова.

Вычисления целесообразно выполнять в программе Excel.

Полученный годограф начинается на положительной части действительной оси, проходит в положительном направлении три квадранта комплексной плоскости, что соответствует порядку характеристического уравнения, поэтому САУ можно считать устойчивой.

Задача 2.

Определить устойчивость замкнутой САУ, если ее характеристическое уравнение:

$$D(p) = 0,0001p^4 + 0,001p^3 + 0,01p^2 + p + 1.$$

Задача 3.

Определить устойчивость замкнутой САУ, если ее характеристическое уравнение: $D(p) = 3p^3 + 2p^2 + p + 1$.

Задача 4.

Определить устойчивость замкнутой САУ, если ее характеристическое уравнение: $D(p) = p^3 + p^2 + p + 1$.

Задача 5.

Определить устойчивость замкнутой САУ, если ее передаточная

функция: $W_1(p) = \frac{p+1}{p^4 + 2p^3 + 3p^2 + 4p + 1},$

Задача 6.

Определить устойчивость замкнутой САУ, если ее передаточная

функция: $W_1(p) = \frac{0,1p^3 + 0,03p^2 + 0,5p + 1}{0,0003p^5 + 0,005p^4 + 0,1p^3 + 0,5p^2 + 0,9p + 1},$

Задача 7.

Передаточная функция РСАУ:

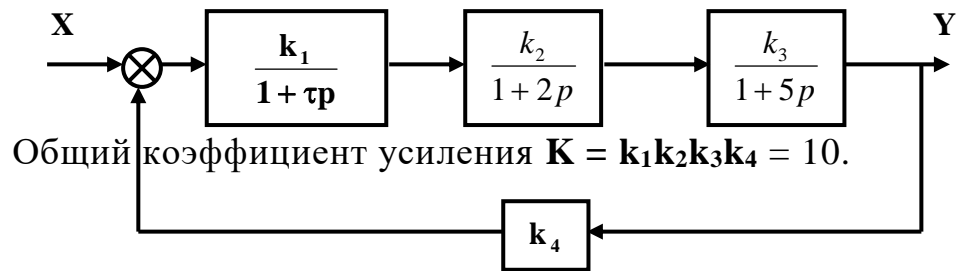
$$W_1(p) = \frac{K}{(T_1^2 p^2 + 2\xi T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)},$$

где K – общий коэффициент усиления разомкнутой системы, $T_1 = 0,05с$, $T_2 = 0,2с$, $T_3 = 0,1с$, коэффициент демпфирования $\xi = 0,5$.

Определить значение K , при котором ЗСАУ находится на границе устойчивости.

Задача 8.

Определить величину постоянной времени τ , при которой система находится на границе устойчивости, если ее структурная схема:



Список использованных источников

1. Бесекерский В. А. Теория автоматического регулирования. СПб.: Профессия, 2003
2. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления. СПб.: Политехника, 2003
3. Дьяконов В.С. MATLAB 6: Учебный курс. СПб.: Питер, 2001
4. Дьяконов В. Simulink4. Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002.