ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский технический университет связи и информатики»

Методические указания
по выполнению контрольной работы №1
по дисциплине

Математическая логика и теория алгоритмов

направление подготовки **09.03.01. Информатика и вычислительная техника**

Ростов-на-Дону
2019

Методические указания
по выполнению контрольной работы №1
по дисциплине
Математическая логика и теория алгоритмов

Составитель: Е.А. Романенко, ст. преподаватель кафедры ИВТ
Рассмотрено и одобрено
на заседании кафедры ИВТ
Протокол от «26» августа 2019 г. №1

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ И ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ.

Для студентов направления: 09.03.01 - Инфокоммуникационные . технологии и системы связи;

Курс: 3ВМ, Группа ВМ-31

1.1 Назначение контрольной работы № 1

Назначением контрольной работы № 1 является закрепление знаний студентов по курсу «Математическая логика и теория алгоритмов»

1.2 Выбор варианта.

Контрольная работа № 1 включает четыре задачи. Ниже, приведены задачи, из которых студент должен выбрать четыре. В соответствии с последней цифрой номера зачетной книжки выбираются первая и третья задачи, в соответствии с предпоследней цифрой номера зачетной книжки - вторая и четвёртая задачи

1.3 Выполнение контрольных работ

При выполнении контрольных работ студент должен руководствоваться следующем:

1. Контрольная работа выполняется в печатном виде. Все страницы нумеруются.
2. Решения задач сопровождаются исчерпывающими, но краткими пояснениями. Задачи располагают в порядке номеров, указанных в заданиях, перед решением задачи условие выписывается полностью.
3. В конце работы указывается список использованной литературы.
4. Контрольная работа подписывается с указанием даты выполнения.
5. Контрольные работы, выполненные без соблюдения изложенных выше правил или не по своему варианту, не зачитываются и возвращаются.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Условия задач.

Основной задачей исчисления высказываний является порождение общелогических законов – тождественно истинных высказываний, т. е. высказываний (в том числе составных), которые всегда истинны независимо от входящих в них элементарных высказываний. Как и любая формальная система, исчисление высказываний строится на основе четырёх основных процедур: задания алфавита, установления правил построения формул, аксиом и правил вывода.

Задача 1.

Тождественную истинность заданной аксиомы исчисления высказываний проверить:

a) Прямым вычислением значения формулы на каждом наборе;
b) Приведением её к константе «1» путём эквивалентных преобразований, применяемых в булевой алгебре.

Аксиомы:

1. $x \to (y \to x)$;
2. $(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z))$;
3. $x \,\&\, y \to x$;
4. $(z \to x) \to ((z \to y) \to (z \to x \,\&\, y))$;
5. $y \to x \vee y$;
6. $(x \to z) \to ((y \to z) \to (x \vee y \to z))$;
7. $(x \to y) \to (\neg y \to \neg x)$;
8. $(z \to (y \to x)) \to ((z \to y) \to (z \to x)$;
9. $(z \to x) \to ((z \to y) \to (z \to x \,\&\, y))$;
1. $(y \to z) \to (\neg z \to \neg y)$.

По пункту “ a ” решения задачи справедливость вычисления доказать построением таблицы истинности на каждом наборе.

По пункту “ b ” решения задачи пояснять применение законов и тождеств Булевой алгебры поэтапно.

Алгоритм редукции.

Алгоритм редукции позволяет доказывать общезначимость формул исчисления высказывания путём приведения к абсурду.

Задача 2.

Требуется доказать общезначимость <u>заданной</u> формулы:

1. $(x \to y) \to ((y \to z) \to (x \to z))$;
2. $((p \& q) \to r) \to (p \to (q \to r))$;
3. $(a \to b) \to (a \vee c \to b \vee c)$;
4. $(a \to b) \& (b \to c) \to (a \to c)$;
5. $(a \to (b \to c)) \to (a \& b \to c)$;
6. $(a \to b) \to (a \& c \to b \& c)$;
7. $((a \to b) \& (a \to c)) \to (a \to (b \& c))$;
8. $((a \to c) \& (b \to c)) \to ((a \vee b) \to c)$;
9. $((a \& b) \to c) \leftrightarrow (a \to (b \to c))$;

1\. $(a \& b \to c) \to (a \to (b \to c))$.

При выполнении решения задачи показать, обосновать все шаги доказательства и привести результат.

Логика предикатов является расширением логики высказывания, которую включает в себя в качестве составной части. Предикатом ***P*** называется ***n*** – местная функция, определённая на произвольном множестве ***M*** и принимающая в качестве значений элементы из двухэлементного множества $\{0, 1\}$, где 0 и 1 интерпретируются как ложь и истина соответственно. Выражение вида $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ можно трактовать, что переменные $x_1, x_2, \ldots, x_n$ связаны отношением ***P***. Предикат может выражать высказывание либо о свойствах объекта, либо об отношении между объектами. В логике предикатов вводятся кванторные операции

Задача 3.

Доказать тождественную истинность или тождественную ложность заданного предикатного выражения, преобразовав его по правилам, регламентирующим преобразование выражений в исчислении предикатов, содержащих кванторы.

1. $\forall x(P(x) \to (P(x) \vee P(y)))$;

2. $\exists x\exists y((F(x) \to F(y)) \;\&\; (F(x) \to \neg F(y)) \;\&\; F(x))$;

3. $\forall x(q \to p_1(x)) \leftrightarrow (q \to \forall x p_1(x))$;

4. $\forall x(F1(x) \to F2(x)) \to (\forall x F1(x) \to \forall x F2(x))$;

5. $\forall x(p_1(x) \to p_2(x)) \leftrightarrow (\exists x p_1(x) \to \forall x p_2(x))$;

6. $\exists x R(x) \vee \exists x Q(x) \leftrightarrow \exists x(R(x) \vee Q(x))$;

7. $\forall x(p(x) \to \neg Q(x)) \to \neg(\forall x p(x) \;\&\; \forall x Q(x))$;

8. $\exists x(F(x) \to \neg F(x)) \;\&\; (\neg F(x) \to F(x))$;

9. $\exists x\exists y((F(x) \to F(y)) \;\&\; (F(x) \to \neg F(y)) \;\&\; F(x))$;

0. $\exists x\exists y((F(x) \to F(y)) \;\&\; (F(x) \to \neg F(y)) \;\&\; F(x))$.

Нормальные алгоритмы Маркова(НАМ) являются вербальными, то есть предназначенными для применения к словам в различных алфавитах. НАМ является Тьюринг-полным языком, что делает его по выразительной силе эквивалентным машине Тьюринга и следовательно современным языком программирования. На основе НАМ был создан функциональный язык программирования Рефал. Нормальный алгоритм описывает метод переписывания строк, похожий по способу задания на формальные грамматики.

Задача 4 .

Схема алгоритма **U:** **a** $\rightarrow$ **b,** **b** $\rightarrow$ **b,** **c** $\rightarrow$ ·**a.** Определить результат действия алгоритма **U** на слово **w.**

Вариант	w	Вариант	w
1	abbbbcca	**6**	abbccaca
2	abbabbca	**7**	abbcaccca
3	acabbbccc	**8**	babbcca
4	baabcca	**9**	abccaba
5	abacbcca	**0**	abacabca

Литература.

2. Игошин В. И. Математическая логика: Учеб. пособие. Стандарт третьего поколения. – М.: ИНФРА-М, 2013. – 399 с.
3. Гринченков Д. В., Потоцкий С. И. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов: учебное пособие. – М.: КНОРУС, 2014, - 206 с.
4. Новиков Ф. А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 2-е изд. Стандарт третьего
5. поколения. – СПб.: Питер, 2013. – 432 с.: ил.
6. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: Графы, матроиды, алгоритмы: Учебное пособие. 2-е изд.- Лань, 2010. - 368 с. ISBN: 978-5-8114-1068-2
7. Макоха А. Н., Сахнюк П. А., Червяков Н. И. Дискретная математика: Учеб. пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 368 с.
8. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. 2-е изд. — СПб.: Питер, 2007. — 364 с: ил. — (Серия «Учебник для вузов»). ISBN 5-94723-741-5