

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного Знамени федерального
государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

Методические указания
по выполнению контрольной работы

по дисциплине Электротехника

(направление подготовки 09.03.01)

Ростов-на-Дону
2019

Методические указания
по выполнению контрольной работы

по дисциплине Электротехника

Составитель: А.В. Бородин, доцент

Рассмотрено и одобрено
на заседании кафедры ОНП

Протокол от «26» августа 2019г №1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Целью освоения дисциплины «Электротехника, электроника и схемотехника» является формирование у студентов знаний основ теории электрических цепей, элементной базы электроники и микроэлектроники, аналоговой и цифровой схемотехники, формирование у студентов навыков эффективного решения практических задач.

Дисциплина «Электротехника, электроника и схемотехника» состоит из трех частей:

1. Электротехника.
2. Электроника.
3. Схемотехника.

Первая часть «Электротехника» содержит следующие разделы: основные законы теории электрических и магнитных цепей; переходные процессы во временной области; анализ установившегося режима в цепях синусоидального тока; трёхфазные цепи; многополюсные цепи; использование преобразований Лапласа для анализа цепей; передаточная функция и её связь с дифференциальным уравнением, с импульсной и частотными характеристиками.

Вариант задания определяется по двум последним цифрам номера студенческого билета: последняя цифра – N_0 ; предпоследняя – N_1 .

Задача 1

Задана цепь (рисунок 3). Величины всех сопротивлений приведены в таблице 3. Задано значение тока в одной из ветвей, это значение приведено в таблице 4.

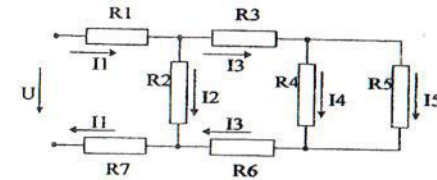


Рис. 3

Требуется:

1. Определить токи в остальных ветвях и входное напряжение.
2. Используя найденные значения входного тока и входного напряжения, рассчитать входное сопротивление.
3. Рассчитать входное сопротивление, используя эквивалентные преобразования схемы; сравнить с результатом, полученным в пункте 2.

Таблица 3

N_1	Сопротивления, (Ом)						
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7
1	5.12	4.39	1.74	3.29	2.15	1.56	3.50
2	4.62	5.81	3.79	2.81	1.71	3.42	4.03
3	4.03	3.78	5.20	1.85	2.75	3.10	4.59
4	4.99	4.17	3.52	2.28	1.68	4.17	3.25
5	3.18	1.75	5.63	1.84	2.39	3.40	2.85
6	3.55	2.17	1.75	5.13	4.44	3.45	1.79
7	5.82	2.45	3.20	4.20	1.75	3.75	2.57
8	1.80	3.45	4.32	5.07	1.86	2.28	3.45
9	3.28	1.64	3.50	2.26	3.89	5.19	4.20
0	3.58	1.67	2.29	3.46	1.82	5.10	2.16

Таблица 4

N_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ток, (А)	$I_1=1.5$	$I_1=1.3$	$I_2=$ $=0.83$	$I_2=$ $=0.75$	$I_3=$ $=0.65$	$I_3=$ $=0.88$	$I_4=$ $=0.48$	$I_4=$ $=0.37$	$I_5=$ $=0.52$	$I_5=$ $=0.33$

Задача 2

Задана цепь гармонического тока (рис. 4). В таблице 6 приведены комплексные сопротивления всех элементов. В таблице 5 задана одна из следующих величин: напряжения $U_{ав}$, $U_{бв}$, $U_{аб}$ или токи I_1 , I_2 , I_3 . Требуется:

1. Начертить схему, элементы которой соответствуют заданным комплексным сопротивлениям.
2. По заданной величине найти все токи в ветвях и напряжения $U_{ав}$, $U_{аб}$, $U_{бв}$.
3. На комплексной плоскости построить три вектора токов и три вектора напряжений и графически проверить правильность решения задачи с использованием первого и второго законов Кирхгофа.

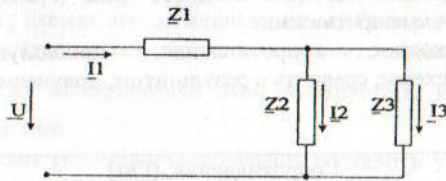


Рис. 4

Таблица 5

N_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I_1 (А)	$I_3=$ $=0.85$	$U_{аб}=$ $=21.4$	$U_{аб}=$ $=18.9$	$U_{бв}=$ $=14.5$	$U_{бв}=$ $=16.5$	$U_{ав}=$ $=33.4$	$U_{ав}=$ $=41.7$	$I_1=$ $=1.27$	$I_1=$ $=0.91$	$I_2=$ $=0.75$
U (В)										

Таблица 6

Z , Ом	N_0									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Z_1	10.5	12.6	8.6	$j9.5$	$j8.3$	$j7.1$	$-j9.1$	$-j8.4$	$-j6.3$	10.4
Z_2	$j9.1$	$j8.5$	$j9.1$	8.5	9.3	8.9	$j7.9$	$j9.9$	$j9.2$	$j8.5$
Z_3	$-j8.8$	$-j9.9$	$-j5.7$	$-j7.1$	$-j6.9$	$-j9.5$	10.7	9.87	9.66	$-j9.6$

Задача 3

На рисунках 6.(0 ... 9) изображены электрические схемы. Номер схемы Вашего варианта определяется в соответствии со значением N_0 , а параметры элементов определяются в соответствии со значением N_1 по таблице 7. На рисунке 7 изображён график входного сигнала.

Таблица 7

N_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R , кОм	1.0	2.2	3.4	4.5	5.5	1.4	3.6	2.5	5.2	1.5
L , мГн	2.2	1.5	4.1	5.2	1.6	8.5	2.8	3.6	4.5	7.5
C , нФ	3.4	1.8	1.5	2.4	3.1	2.8	1.5	1.8	2.2	1.4

3.1. Определить следующие характеристики цепи:

- комплексную передаточную функцию по напряжению $H(j\omega)$ (построить графики её АЧХ $H(\omega)$ и ФЧХ $\theta(\omega)$; по эквивалентным схемам цепи для $\omega = 0$ и $\omega = \infty$ определить значения $H(0)$ и $H(\infty)$ и по этим значениям проверить правильность расчёта АЧХ;
- операторную передаточную функцию по напряжению $H(p)$;
- переходную характеристику $h(t)$, построить график.

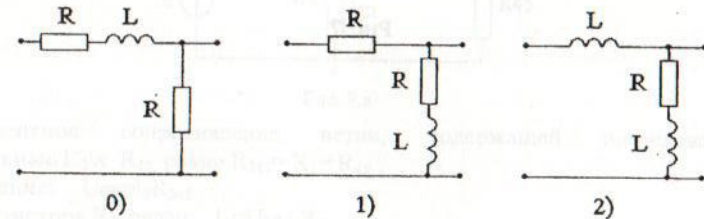
3.2. Определить $S_{вх}(j\omega)$ - комплексную спектральную плотность сигнала, представленного на рисунке 7; рассчитать и построить график амплитудного спектра $S_{вх}(\omega)$.3.3. Определить $S_{вых}(j\omega)$ - комплексную спектральную плотность сигнала на выходе цепи; рассчитать и построить график амплитудного спектра $S_{вых}(\omega)$.3.4. Определить функцию мгновенного напряжения на выходе цепи $u_{вых}(t)$; построить график.

Рис. 6 (0 ... 2)

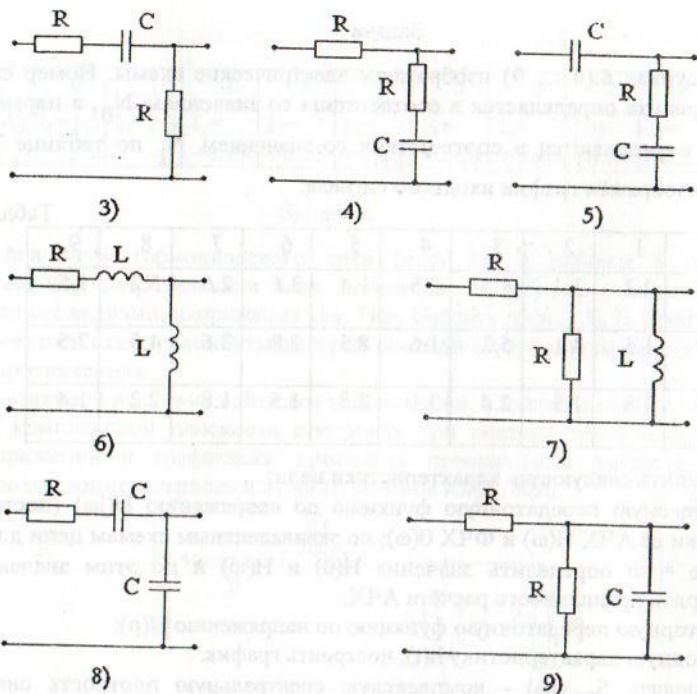


Рис. 6 (3 .. 9)

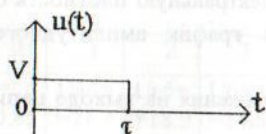


Рис. 7

Для всех вариантов:
 $V = 5$ вольт
 $\tau = 5$ микросекунд

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

ЗАДАЧА 1

Прежде чем приступить к выполнению Задачи 1 рекомендуется разобрать по [2] решение задач 1.9 (только расчётные формулы) и 1.15.

Для решения Задачи 1 следует пользоваться непосредственно законами Кирхгофа, Ома, а также формулами эквивалентного преобразования сопротивлений.

Рассмотрим схему на рисунке 8.

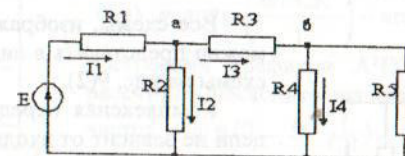


Рис. 8

Задано напряжение U_{ab} . Найти токи всех резисторов и величину э.д.с. E .

Решение.

Зная напряжение U_{ab} , можно рассчитать ток: $I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3}$.

Резисторы R_4 и R_5 включены параллельно, можно рассчитать эквивалентное сопротивление: $R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$.

Если заменить резисторы R_4 и R_5 одним резистором R_{45} , то R_{45} и R_3 будут включены последовательно (рисунок 8.а).

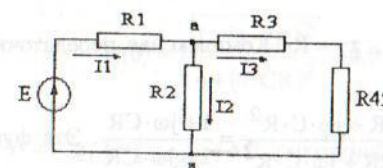


Рис. 8.а

Эквивалентное сопротивление ветви, содержащей последовательно соединённые R_3 и R_{45} , равно $R_{345} = R_3 + R_{45}$.

Напряжение: $U_{ab} = I_3 R_{345}$.

Ток в резисторе R_2 равен: $I_2 = U_{ab} / R_2$.

Ток в резисторе R_1 определяется как: $I_1 = I_2 + I_3$.

Величина э.д.с. E равна: $E = I_1 R_1 + U_{ab}$.

Задача 2

Прежде, чем приступить к решению этой задачи рекомендуется разобрать главу 6 в [1].

Задача 3

Методические указания к выполнению задания 3.1.

1. Изобразите схему Вашего варианта задания в соответствии со значением N_0 (рис. 6) и составьте таблицу значений параметров элементов схемы в соответствии со значением N_1 (табл. 7).

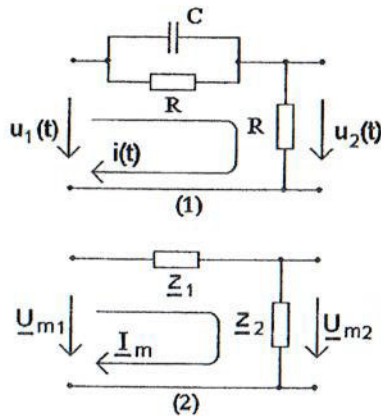


Рис. 9

$$Z_1 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega \cdot CR}, \quad Z_2 = R. \text{ Комплексная передаточная функция цепи:}$$

$$H(j\omega) = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R + j\omega \cdot C \cdot R^2}{2R + j\omega \cdot C \cdot R^2} = \frac{1 + j\omega \cdot CR}{2 + j\omega \cdot CR}. \text{ Эта функция может быть}$$

представлена в показательной форме:
$$H(j\omega) = \frac{\sqrt{1 + (\omega \cdot CR)^2} \cdot e^{j \cdot \arctg\left(\frac{\omega \cdot CR}{1}\right)}}{\sqrt{4 + (\omega \cdot CR)^2} \cdot e^{j \cdot \arctg\left(\frac{\omega \cdot CR}{2}\right)}}$$

Все схемы, изображённые на рис. 6, можно представить в виде эквивалентной схемы на рис. 9(2).

Комплексная передаточная функция цепи не зависит от входного воздействия, а определяется только структурой цепи и параметрами её элементов. Для простоты вычислений допустим, что на вход цепи подаётся гармонический сигнал, определяемый значением комплексной амплитуды: \underline{U}_{m1} . Тогда комплексное амплитудное значение тока в контуре будет равно: $\underline{I}_{m1} = \frac{\underline{U}_{m1}}{Z_1 + Z_2}$, а комплексное амплитудное значение напряжения на выходе цепи: $\underline{U}_{m2} = \underline{I}_{m1} \cdot Z_2 = \frac{\underline{U}_{m1}}{Z_1 + Z_2} \cdot Z_2$.

Для схемы на рисунке 9(1)

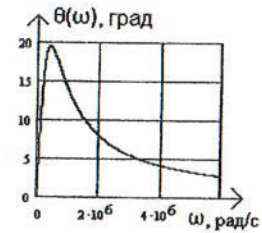
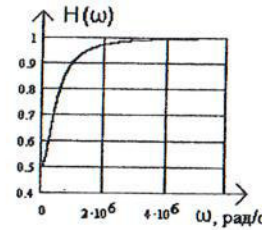


Рис. 10

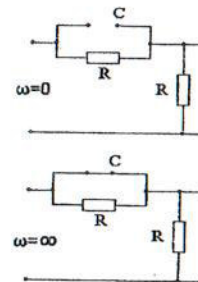


Рис. 11

2. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) – это зависимость модуля комплексной функции от частоты. АЧХ передаточной функции по напряжению:

$$H(\omega) = \frac{\sqrt{1 + (\omega \cdot CR)^2}}{\sqrt{4 + (\omega \cdot CR)^2}}. \text{ Фазочастотная характеристика}$$

(ФЧХ) – это зависимость аргумента комплексной функции от частоты. ФЧХ передаточной функции по напряжению:

$$\theta(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega \cdot CR}{1}\right) - \arctg\left(\frac{\omega \cdot CR}{2}\right). \text{ Для}$$

построения графиков АЧХ и ФЧХ необходимо рассчитать несколько значений функций в диапазоне частот $\omega \in (0 \dots 5 \cdot \frac{1}{CR})$. Результаты расчётов представлены в таблице 8. Графики АЧХ и ФЧХ показаны на рисунке 10.

Эквивалентные схемы на частотах $\omega = 0$ и $\omega = \infty$ показаны на рисунке 11. Сопротивление емкостного элемента зависит от частоты: $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$. Модуль сопротивления: $|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$. На частоте $\omega = 0$, $|Z_C(0)| = \frac{1}{0 \cdot C} \rightarrow \infty$ емкостной элемент эквивалентен ветви с бесконечно большим сопротивлением (на рисунке ветвь разомкнута), модуль передаточной функции равен

$$H(0) = \frac{\sqrt{1 + (0 \cdot CR)^2}}{\sqrt{4 + (0 \cdot CR)^2}} = 0.5.$$

На частоте $\omega \rightarrow \infty$, $|Z_C(\infty)| = \frac{1}{\infty \cdot C} \rightarrow 0$ емкостной элемент эквивалентен ветви с бесконечно малым сопротивлением (ветвь замкнута), модуль передаточной функции равен $H(\infty) = \frac{\sqrt{1 + (\infty \cdot CR)^2}}{\sqrt{4 + (\infty \cdot CR)^2}} = \frac{(\infty \cdot CR)^2}{(\infty \cdot CR)^2} = 1.$

Таблица 8

ω , рад/с	0	1/RC	2/RC	3/RC	4/RC	5/RC	∞
рад/с	0	$2.8 \cdot 10^5$	$5.6 \cdot 10^5$	$8.4 \cdot 10^5$	$11.2 \cdot 10^5$	$14.0 \cdot 10^5$	∞
$H(\omega)$	0.5	0.63	0.79	0.87	0.92	0.95	1
$\theta(\omega)$, град	0	18.4	18.4	15.2	12.5	10.5	0

3. Для определения операторной передаточной функции по напряжению $H(p)$ необходимо составить операторную схему замещения и выполнить те же действия, что и для определения $H(j\omega)$. Поэтому операторную передаточную функцию $H(p)$ можно найти, заменив $j\omega \rightarrow p$ в выражении $H(j\omega)$. Для цепи (рис. 9) операторная передаточная функция по напряжению $H(p) = \frac{1+p \cdot CR}{2+p \cdot CR}$.

4. Переходная характеристика $h(t)$ численно совпадает с реакцией цепи на воздействие в виде единичной ступенчатой функции $1(t)$:

$$h(t) = u_2(t) \Big|_{u_1(t)=1(t)}$$

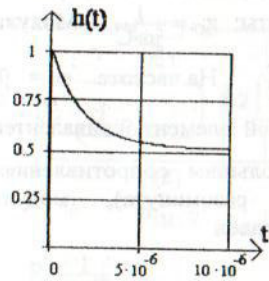


Рис. 12

Изображение функции $1(t) \rightarrow \frac{1}{p}$.

Операторное выражение реакции цепи $U_2(p)$ на воздействие $U_1(p) = \frac{1}{p}$ определяется с использованием операторной передаточной функции по напряжению: $U_2(p) = U_1(p) \cdot H(p) = \frac{H(p)}{p}$. Для цепи (рис. 9)

изображение переходной характеристики равно:

$$\frac{H(p)}{p} = \frac{1+p \cdot CR}{p \cdot (2+p \cdot CR)} = \frac{CR \cdot (p + \frac{1}{CR})}{CR \cdot p \cdot (p + \frac{2}{CR})} = \frac{p + \frac{1}{CR}}{p \cdot (p + \frac{2}{CR})} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Если степень полинома знаменателя выше степени полинома числителя, переход к оригиналу можно выполнить с использованием теоремы разложения:

- корни полинома знаменателя: $p_1 = 0$, $p_2 = -\frac{2}{CR}$;

- производная полинома знаменателя: $F_2'(p) = 2 \cdot p + \frac{2}{CR}$;

$$h(t) = \sum_k \left(\frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot \exp(p_k \cdot t) \right) = \frac{0 + \frac{1}{CR}}{2 \cdot 0 + \frac{2}{CR}} \cdot \exp(0 \cdot t) + \frac{\left(-\frac{2}{CR} \right) + \frac{1}{CR}}{2 \cdot \left(-\frac{2}{CR} \right) + \frac{2}{CR}} \cdot \exp\left(-\frac{2}{CR} \cdot t \right)$$

$$h(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{2}{CR} \cdot t \right).$$

Методические указания к выполнению задания 3.2.

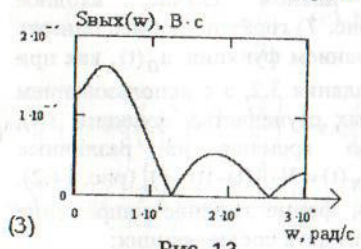
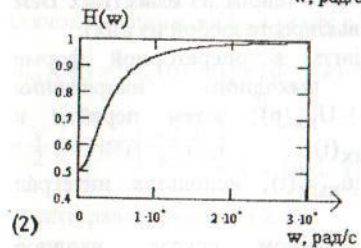
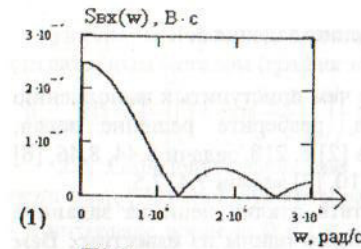


Рис. 13

1. Прежде чем приступить к выполнению этого задания, разберите решение задач, приведённых в: [2] задачи 10.1, 10.10, [7] задачи 6.1, 6.2, 6.3.

2. Входное напряжение представляет собой видеосигнал прямоугольной формы $u_{\text{вх}}(t)$. Комплексная спектральная плотность сигнала на входе цепи $S_{\text{вх}}(j\omega)$ равна комплексной спектральной плотности видеосигнала прямоугольной формы.

Далее в контрольной работе следует показать вывод выражения $S_{\text{вх}}(j\omega)$, начиная с записи прямого преобразования Фурье:

$S_{\text{вх}}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$, и заканчивая выражением:

$$S_{\text{вх}}(j\omega) = V\tau \cdot \frac{\sin(\omega \cdot \frac{\tau}{2})}{(\omega \cdot \frac{\tau}{2})} \cdot \exp(-j\omega \cdot \frac{\tau}{2}).$$

Для выполнения этого задания рекомендуется изучить [6] с.17. Амплитудный спектр:

$$S_{\text{вх}}(\omega) = V\tau \cdot \frac{|\sin(\omega \cdot \frac{\tau}{2})|}{(\omega \cdot \frac{\tau}{2})}, \quad \text{В·с.}$$

График представлен на рисунке 13.1.

Методические указания к выполнению задания 3.3.

Поскольку передаточная функция цепи $H(j\omega) = \frac{S_{\text{вых}}(j\omega)}{S_{\text{вх}}(j\omega)}$, то комплексная спектральная плотность сигнала на выходе цепи определяется

$S_{\text{ВЫХ}}(j\omega) = H(j\omega) \cdot S_{\text{ВХ}}(j\omega)$. Амплитудный спектр сигнала на выходе цепи $S_{\text{ВЫХ}}(\omega) = H(\omega) \cdot S_{\text{ВХ}}(\omega)$. Для рассматриваемой цепи (рис. 9) АЧХ передаточной функции $H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{4 + (\omega \cdot CR)^2}}$; график АЧХ изображён на рисунке 13.2. Амплитудный спектр выходного сигнала: $S_{\text{ВЫХ}}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{4 + (\omega \cdot CR)^2}} \cdot V_{\tau} \cdot \frac{|\sin(\omega \cdot \frac{\tau}{2})|}{(\omega \cdot \frac{\tau}{2})}$, В·с представлен на рисунке 13.3.

Методические указания к выполнению задания 3.4.

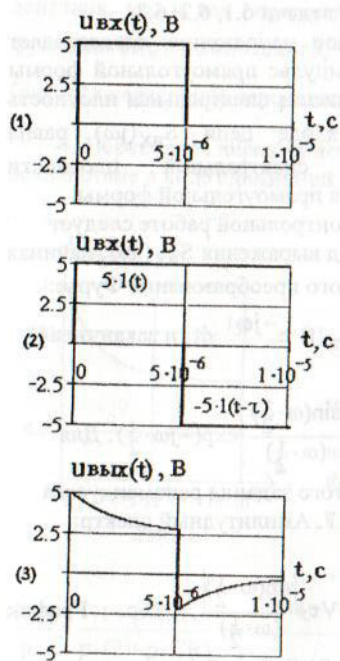


Рис. 14

Операторная передаточная функция была получена ранее: $H(p) = \frac{p + \frac{1}{CR}}{p + \frac{2}{CR}}$.

1. Прежде чем приступить к выполнению этого задания, разберите решение задач, приведённых в [2] с. 218, задачи 8.44, 8.46, [6] разделы 7.9, 7.10, [7] задачи 7.4, 7.5.

2. Рассчитать отклик цепи на заданное воздействие можно одним из известных Вам способом (Вы выбираете любой из них):

- определить в операторной форме изображение выходного напряжения $U_{\text{ВЫХ}}(p) = H(p) \cdot U_{\text{ВХ}}(p)$; затем перейти к оригиналу $u_{\text{ВЫХ}}(t)$;

- найти $u_{\text{ВЫХ}}(t)$, используя интеграл Дюамеля.

2.1. В данном случае, входное напряжение (рис. 7) гораздо удобнее описать не с использованием функции $u_{\text{П}}(t)$, как при выполнении задания 3.2, а с использованием двух единичных ступенчатых функций $1(t)$, сдвинутых во времени на различные интервалы: $u_{\text{ВХ}}(t) = V \cdot [1(t) - 1(t - \tau)]$ (рис. 14.2). В операторной форме входное напряжение также состоит из двух составляющих:

$$U_{\text{ВХ}}(p) = V \cdot \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} \cdot e^{-p\tau} \right) = \frac{V}{p} \cdot (1 - e^{-p\tau}).$$

Тогда выходное напряжение в операторной форме:

$$U_{\text{ВЫХ}}(p) = V \cdot \frac{p + \frac{1}{CR}}{p \cdot (p + \frac{2}{CR})} \cdot (1 - e^{-p\tau}).$$

Определим оригинал:

- каждое из слагаемых, входящих в последний сомножитель, определяет интервал времени, на который смещается составляющая оригинала выходного напряжения, - 0, τ ;

- оригинал дроби был определён ранее: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)\right)$;

- функция мгновенных значений напряжения на выходе цепи, найденная операторным методом (график на рисунке 14.3):

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{V}{2} \cdot \left[\left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)\right) \cdot 1(t) - \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot (t - \tau)}{CR}\right)\right) \cdot 1(t - \tau) \right].$$

2.2. Определить функцию мгновенных значений напряжения на выходе цепи $u_{\text{ВЫХ}}(t)$, используя интеграл Дюамеля, можно следующим образом:

- в интервале времени $0 \leq t \leq \tau$ (не включая реакцию цепи на отрицательный скачок входного напряжения от V , В до 0, В в момент времени τ):

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = u_{\text{ВХ}}(0) \cdot h(t) + \int_0^t u'_{\text{ВХ}}(\varepsilon) \cdot h(t - \varepsilon) d\varepsilon = V \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)\right) + \int_0^t 0 \cdot h(t - \varepsilon) d\varepsilon = \frac{V}{2} \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)\right) \quad t \in [0 \dots \tau];$$

- в интервале времени $t \geq \tau$:

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = u_{\text{ВХ}}(0) \cdot h(t) + \int_0^{\tau} u'_{\text{ВХ}}(\varepsilon) \cdot h(t - \varepsilon) d\varepsilon + u_{\text{ВХ}}(\tau) \cdot h(t - \tau) + \int_{\tau}^t u'_{\text{ВХ}}(\varepsilon) \cdot h(t - \varepsilon) d\varepsilon = \frac{V}{2} \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)\right) - \frac{V}{2} \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot (t - \tau)}{CR}\right)\right) + \int_{\tau}^t 0 \cdot h(t - \varepsilon) d\varepsilon = \frac{V}{2} \cdot \left(\exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right) - \exp\left(-\frac{2 \cdot (t - \tau)}{CR}\right)\right) \quad t \in [\tau \dots \infty].$$

График мгновенных значений выходного напряжения показан на рисунке 14.3.

Несмотря на то, что вид выражения $u_{\text{ВЫХ}}(t)$, найденного с использованием интеграла Дюамеля, отличается от вида выражения, найденного операторным методом, результаты расчётов совпадают.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Емуратский П.В., Лычкина Г.П., Минкин Ю.Б.
Электротехника и электроника. Учебник. Москва: ДМК Пресс, 2011.
2. Бабичев Ю.Е. Электротехника и электроника. Том 1.
Электрические, электронные и магнитные цепи. Учебник.
Москва: Горная книга, 2007.