МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ
И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Северо-Кавказский филиал
ордена Трудового Красного Знамени
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

КАФЕДРА ОБЩЕНАУЧНОЙ ПОДГОТОВКИ

Б.Б. Конкин

ФИЗИКА

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Учебное пособие

Ростов-на-Дону
2021

УДК 53
ББК
К 64

Б.Б. Конкин

Учебное пособие по выполнению контрольных работ по дисциплине «ФИЗИКА» предназначено для студентов заочной формы обучения направлений подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника и 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи. - Ростов-на-Дону: Полиграфический центр СКФ МТУСИ, 2021. – 78 с.

Учебное пособие содержит общие положения, требования к оформлению контрольных работ, примеры решения задач, таблицы вариантов, условия задач, справочные материалы, основные формулы курса, рекомендуемую литературу.

Рассмотрено и одобрено
на заседании кафедры
Протокол № 1 от «31» августа 2020 г.

Издательство СКФ МТУСИ

Содержание

Общие положения

Выполнение контрольных работ способствует формированию и развитию у студентов навыков использования приобретенных теоретических знаний в решении практических задач. При этом теоретический материал необходимо изучить в большем объеме, чем он был представлен на аудиторных занятиях, поскольку задачи контрольной работы охватывают наиболее сложные разделы курса.

Студенты заочной формы обучения СКФ МТУСИ изучают дисциплину «Физика» на протяжении нескольких семестров, заканчивающихся промежуточной аттестацией. При этом согласно учебному плану выполняют лишь одну контрольную работу в заключительном семестре освоения курса физики. Поэтому рекомендуется решать задачи контрольной работы, включающей разделы: «Механика» (1); «Электричество» (2); «Колебания и волны» (3); «Квантовая физика» (4) (в скобках указаны первые цифры номеров задач), по мере изучения каждого из перечисленных разделов.

При выполнении контрольной работы студенту необходимо руководствоваться следующим:

1. Необходимо решить двенадцать задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой номера его студенческого билета.

2. Текст контрольной работы должен быть набран на компьютере и распечатан на листах формата А4 с одной стороны.

3.Условия задач перепечатывать полностью без сокращений. Задачи нумеровать аналогично заданию.

4. Текст, включая все заголовки, печатать через полтора интервала. Использовать шрифт «Times New Roman», размер шрифта –14 пт. Поля: левое – 30 мм, правое – 15 мм, сверху – 20 мм, снизу – 20 мм. Абзацы в тексте начинают отступом, равным 1,25 см (пяти знакам).

5. Формулы желательно набирать с использованием встроенного в текстовый редактор «Word» редактор формул «Equations» или отдельную программу, например, «MathType». Буквы русского и греческого алфавита и цифры пишутся прямым шрифтом, а буквы латинского алфавита – курсивом. Размер основного шрифта в формулах должен быть равен 14 пт.

6. Пояснения символов и числовых коэффициентов в формулах, если они не пояснены ранее, должны быть приведены непосредственно под формулой.

7. Математические символы lg, const, min, max и т.д. набирать прямым шрифтом.

8. Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы.

9. В конце контрольной работы указать список литературы, используемой при решении.

10. Выполненная контрольная работа размещается в Портфолио студента – автора работы.

11. Если контрольная работа допущена к защите, но рецензентом указано на необходимость внести какие-либо дополнения, пояснения или исправления в решения задач, то все они должны быть выполнены до экзамена.

12. Если работа не допущена к защите, то ее необходимо переделать в соответствии с требованиями рецензента и вновь разместить в Портфолио на повторную рецензию.

13.Защита контрольной работы проводиться на экзамене по данной дисциплине.

14. Экзаменатору предъявляются допущенные к защите контрольные работы в бумажном варианте, по которым студент должен быть готов дать пояснения по существу решения задач.

15. Без предъявления контрольной работы студент не допускается к сдаче экзамена.

Рекомендации к решению задач

1. После слова «дано» выписать все величины с их числовыми значениями, которые будут использованы в процессе решения задачи. Числовые значения, исключая те случаи, когда определяются безразмерные отношения, тут же переводить в систему СИ, проставляя рядом соответствующие наименования. После слова «найти»/«определить» указать все искомые величины. Обозначения физических величин представлены в справочных материалах настоящего пособия.

2. Записать те основные законы и формулы, на которых базируется решение данной задачи, и привести их словесную формулировку. Разъяснить смысл буквенных обозначений, входящих в исходную формулу. Если такая формула является частным случаем фундаментального закона, то ее необходимо вывести из этого закона.

3. Изобразить схему (чертеж/график), поясняющую содержание задачи (в тех случаях, когда это необходимо). На схеме должны указываться обозначения величин, используемых при решении.

4. Каждый этап решения задачи сопровождать краткими и, вместе с тем достаточными для представления понимания смысла решения, пояснениями.

5. Физические задачи весьма разнообразны, и дать единый рецепт их решения невозможно. Однако, как правило, физические задачи следует решать в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначе-

ниях величин, заданных в условии задачи, и взятых из таблиц (см. справочные материалы). При этом не производятся вычисления промежуточных величин.

6. Оценить правильность решения задачи, подставив в рабочую формулу только наименования заданных величин, выраженных в единицах СИ, и, путем упрощающих действий с ними, убедиться в верности наименования искомой величины (см. примеры решения задач).

7. Подставить в рабочую формулу числовые значения, выраженные в единицах одной системы, рекомендуется – в СИ. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату.

8. Произвести расчетные действия с величинами, подставленными в рабочую формулу, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единиц измерения искомой величины.

9. При подстановке в рабочую формулу, а также при выражении ответа числовые значения величин записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на десять в соответствующей степени. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т.д. Рекомендуемая запись числовых значений облегчает расчетные действия с ними, является более компактной и наглядной.

10. Оценить правдоподобность числового ответа. В ряде случаев такая оценка помогает своевременно обнаружить ошибочность полученного результата и устранить ее. Например, коэффициент полезного действия тепловой машины не может быть больше единицы, электрический заряд не бывает меньше элементарного заряда $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость тела не может превзойти скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с и т.д.

11. Оформление задач контрольной работы следует проводить по аналогии с решениями, представленными в разделе «Примеры решения задач».

Примеры решения задач

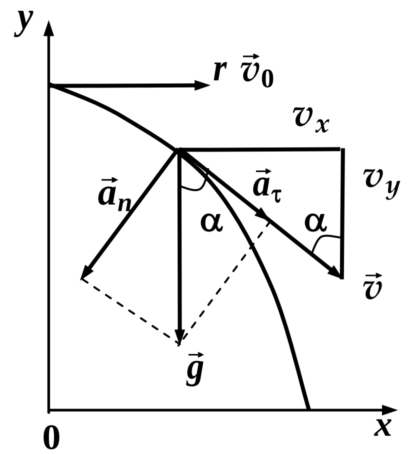
Механика

Задача 1. С вышки брошен камень в горизонтальном направлении со скоростью 10 м/с. Определить скорость, тангенциальное и нормальное ускорения движения через 2 с после его начала. Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано:
v_0 = 10 м/с
t = 2 с
g = 10 м/с^2

Определить:
$\boldsymbol{v}$; a_τ; a_n – ?

Решение



Камень, брошенный горизонтально, будет двигаться вдоль оси 0x равномерно со скоростью $\boldsymbol{v_x = v_0}$, а вдоль оси 0y – с постоянным ускорением свободного падения a = g. При этом скорость вдоль оси 0y определяется соотношением $v_y = at = gt$. Результирующая скорость движения камня в момент времени t находится по теореме Пифагора:

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\boldsymbol{v}_x^2 + \boldsymbol{v}_y^2} = \sqrt{\boldsymbol{v}_0^2 + \boldsymbol{g}^2\boldsymbol{t}^2}\ .$$

Представим ускорение $\vec{a} = \vec{g}$ в момент времени t нормальной a_n и тангенциальной a_τ составляющими. Как видно из рисунка:

$$a_n = g \cdot \sin\alpha;\ a_\tau = g \cdot \cos\alpha.$$

Учитывая, что отмеченные на рисунке углы α равны как накрест лежащие, выразим из треугольника скоростей тригонометрические функции:

$$\sin\alpha = \frac{v_x}{v};\ \cos\alpha = \frac{v_y}{v}.$$

Тогда

$$a_n = g \cdot \frac{v_x}{v}; \; a_\tau = g \cdot \frac{v_y}{v}.$$

Вычисления:

$$v_y = 10 \cdot 2 = 20 \text{ (м/с)}; \; v = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22,4 \text{ (м/с)};$$

$$a_n = 10 \cdot \frac{10}{22,4} = 4,46 \text{ (м/с}^2\text{)}; \; a_\tau = 10 \cdot \frac{20}{22,4} = 8,93 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

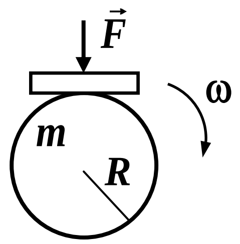
Ответ: $v = 22,4$ (м/с); $a_n = 4,46$ (м/с^2); $a_\tau = 8,93$ (м/с^2).

Задача 2. Диск массой 50 кг и радиусом 25 см вращается вокруг неподвижной оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр, делая 8 об/с. К ободу диска прижали тормозную колодку с силой 40 Н, под действием которой диск остановился через 10 с. Определить коэффициент трения.

Решение

Дано:
m = 50 кг
R = 25 см = 0,25 м
n = 8 об/с = 8 с$^{-1}$
F = 40 Н
t = 10 с

Определить:
μ – ?



Согласно второму закону Ньютона для вращательного движения

$$M = I\beta.$$

Здесь $M = F_{тр}R$ – момент силы трения, которая связана с нормальной прижимающей колодку силой F соотношением:

$$F_{тр} = \mu F .$$

С учетом момента инерции диска $I = \frac{1}{2}mR^2$ второй закон Ньютона принимает вид

$$\mu F \cdot R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \beta.$$

Величина углового ускорения определяется формулой

$$\beta = \frac{\omega}{t} = \frac{2\pi n}{t}.$$

Таким образом, коэффициент трения

$$\mu = \frac{mR}{2F}\cdot\frac{2\pi n}{t} = \frac{\pi n \cdot mR}{F \cdot t}.$$

Проверим размерность:

$$[\mu] = \frac{кг \cdot м}{с \cdot Н \cdot с} = \frac{кг \cdot м \cdot с^2}{кг \cdot м \cdot с^2} -$$ безразмерная величина.

Вычисления:

$$\mu = \frac{\pi \cdot 8 \cdot 50 \cdot 0{,}25}{40 \cdot 10} = 0{,}785.$$

Ответ: $\mu = 0{,}785$.

Задача 3. Какую работу надо совершить, чтобы покоящийся шар массой 5 кг покатился по горизонтальному столу без проскальзывания со скоростью 1 м/с?

Дано:
$m = 5$ кг
$v = 1$ м/с

Определить:
A – ?

Решение

Согласно теореме о кинетической энергии работа численно равна изменению кинетической энергии

$$A = E_2 - E_1.$$

Так как начальная кинетическая энергия $E_1 = 0$, то работа численно равна конечной кинетической энергии, складывающейся из энергии поступательного и вращательного движения:

$$A = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

Учитывая момент инерции шара $I = \frac{2}{5}mR^2$, где m — его масса, R — радиус и связь угловой и линейной скоростей $\omega = \frac{v}{R}$, получаем:

$$A = \frac{mv^2}{2} + \frac{2mR^2v^2}{2 \cdot 5 \cdot R^2} = \frac{7}{10}mv^2.$$

Вычисления:

$$A = \frac{7 \cdot 5 \cdot 1}{10} = 3{,}5 \text{ (Дж)}.$$

Ответ: $A = 3{,}5$ Дж.

Задача 4. Определить изменение потенциальной и кинетической энергии заряда q = 10^{-9} Кл при его движении под действием поля точечного заряда Q = 10^{-6} Кл из точки, удаленной на 3 см от этого заряда, в точку, отстающую на 10 см от него?

Решение

Дано:
$q = 10^{-9}$ Кл
$Q = 10^{-6}$ Кл
r_1 =0,03 м
r_2 = 0,1 м

Найти:
ΔW, $\Delta E_к$ – ?

Работа сил электростатического поля при перемещении заряда q из первой точки во вторую определяется соотношением

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Учитывая, что потенциал поля точечного заряда Q на расстоянии r от него

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r},$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коэффициент в СИ, получаем:

$$A = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_1} - k \cdot \frac{Q \cdot q}{r_2} = k \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Вычисления:

$$A = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-9} \left(\frac{1}{0{,}03} - \frac{1}{0{,}1} \right) = 2{,}1 \cdot 10^{-4} \text{ (Дж)}.$$

Работа сил электростатического поля положительная. Учитывая связь работы и потенциальной энергии

$$A = -\Delta W,$$

можно заключить, что потенциальная энергия уменьшается:

$$\Delta W = -A = -2{,}1 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Согласно теореме о кинетической энергии

$$A = \Delta E_к.$$

Следовательно, за счет работы сил электростатического поля кинетическая энергия перемещаемого заряда возрастает.

Ответ: A = 0,21 мДж; ΔW = –0,21 мДж; $\Delta E_к$ = 0,21 мДж.

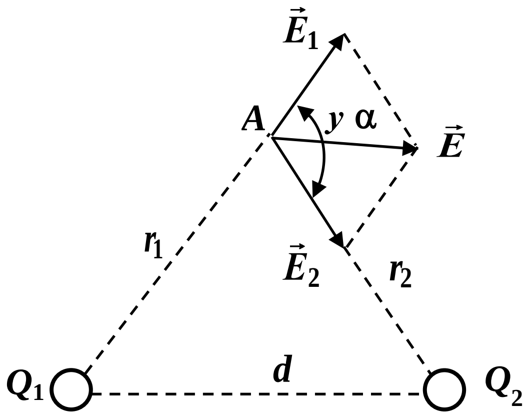
Электричество

Задача 5. Два точечных электрических заряда Q_1 = 1 нКл и Q_2 = -2 нКл находятся в воздухе на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке А, удаленной от заряда Q_1 на расстояние r_1 = 9 см и от заряда Q_2 на r_2 = 7 см.

Дано:
$Q_1 = 1$ нКл $= 10^{-9}$ Кл
$Q_2 = -2$ нКл $= 2\cdot10^{-9}$ Кл
$d = 10$ см $= 0{,}1$ м
$r_1 = 9$ см $=0{,}09$ м
$r_2 = 7$ см $= 0{,}07$ м
$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2)

Определить: $\vec{E}$ и φ

Решение



Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от других зарядов. Напряженность $\vec{E}$ результирующего электростатического поля в заданной точке A определяется векторным суммированием напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 .$$

Величина напряженности поля создаваемого каждым зарядом определяется по формулам соответственно:

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \tag{1}$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \tag{2}$$

Направление векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ указано с учетом знаков зарядов Q_1 и Q_2.

Модуль вектора $\vec{E}$ можно определить по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}, \tag{3}$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который можно вычислить из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha=\frac{d^2-r_1^2-r_2^2}{2r_1r_2}.$$

Во избежание громоздких записей в дальнейшем, вычислим $\cos\alpha$:

$$\cos\alpha=\frac{(0{,}1)^2-(0{,}09)^2-(0{,}07)^2}{2\cdot 0{,}09\cdot 0{,}07}=-0{,}238.$$

Соотношение (3) с учетом формул (1) и (2) принимает вид:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4}+\frac{Q_2^2}{r_2^4}+2\frac{Q_1\cdot Q_2}{r_1^2\cdot r_2^2}\cdot\cos\alpha}\,. \tag{4}$$

Проверим правильность наименования результата:

$$[\text{E}]=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}\left(\frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^4}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}\cdot\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}=\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}\ \text{ или }\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Проведем вычисления, подставив в выражение (4) числовые значения величин:

$$E=\frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0{,}09)^4}+\frac{(2\cdot 10^{-9})^2}{(0{,}07)^4}+2\cdot\frac{10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{(0{,}09)^2\cdot(0{,}07)^2}\cdot(-0{,}238)}=$$
$$=3{,}58\cdot 10^3\ (\text{В/м}).$$

По принципу суперпозиции потенциал результирующего поля, созданного двумя зарядами Q_1 и Q_2, равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2. \tag{5}$$

Учитывая, что потенциал электростатического поля точечного заряда Q на расстоянии r от него определяется по формуле

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{6}$$

соотношение (5) принимает вид:

$$\varphi=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Подставляя числовые значения физических величин, получим:

$$\varphi=\frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{10^{-9}}{0{,}09}+\frac{2\cdot 10^{-9}}{0{,}07}\right)=-157\,(\text{В}).$$

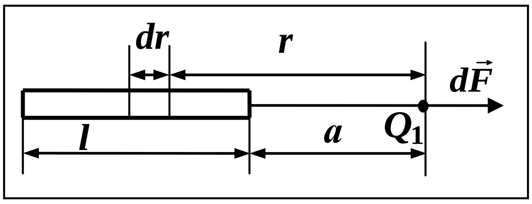
Ответ: E = 3,58 кВ/м, φ = –157 В.

Задача 6. Тонкий стержень длиной l = 20 см несет равномерно распределенный заряд. На продолжении оси стержня, на расстоянии a = 10 см от ближайшего конца, находится точечный заряд Q_1 = 40 нКл, который взаимодействует со стержнем с силой F = 6 мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

Решение

Дано:
l = 20 см = 0,2 м
a = 10 см = 0,1 м
Q_1 = 40 нКл = $4 \cdot 10^{-8}$ Кл
F = 6 мкН = $6 \cdot 10^{-6}$ Н
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2)

Определить: τ



По условию задачи стержень является протяженным объектом, следовательно, его заряд считать точечным нельзя, и закон Кулона непосредственно применить также нельзя.

Однако можно выделить на стержне (см. рис.) элементарный (бесконечно малый) малый участок dr с зарядом $dQ = \tau \cdot dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда согласно закону Кулона

$$dF = \frac{Q_1 \cdot \tau \cdot dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Интегрируя представленное соотношение в пределах длины стержня от a до $a+l$, получим:

$$F = \frac{Q_1 \cdot \tau}{4\pi\varepsilon_0} \int_a^{a+l} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1 \cdot \tau}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = \frac{Q_1 \cdot \tau \cdot l}{4\pi\varepsilon_0 \cdot a \cdot (a+l)}.$$

Отсюда выразим линейную плотность заряда стержня:

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 \cdot a \cdot (a+l) \cdot F}{Q_1 \cdot l}.$$

Проверим правильность наименования результата:

$$\tau = \frac{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Н}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

Проведем вычисления:

$$\tau = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}1 + 0{,}2) \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}2} = 2{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м} = 2{,}5 \text{ нКл/м}$$

Ответ: τ = 2,5 нКл.

***Задача** 7*. Точечный заряд Q = 25 нКл находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиусом R = 1 см, равномерно заряженным в поверхностной плотностью σ = 0,2 нКл/см^2. Определить силу F , действующую на заряд, если его расстояние от оси цилиндра равно 10 см.

Дано:
Q = 25 нКл = $2{,}5\cdot10^{-8}$ Кл
R = 1 см = 10^{-2} м
σ = 0,2 нКл/см^2 = $2\cdot10^{-6}$ Кл/м^2
r = 10 см = 10^{-1} м
ε_0 = $8{,}85\cdot10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2)

Определить: F

Решение

Величина силы F, действующей на заряд Q определяется по формуле:

$$F = Q\cdot E,$$

где E – напряженность поля.
Известно, что напряженность поля бесконечно длинного равномерно заряженного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \tag{1}$$

где τ – линейная плотность заряда.

Выразим линейную плотность заряда через поверхностную плотность σ. Для этого выделим элемент цилиндра длиной l и представим находящийся на нем заряд двумя способами:

$$Q = \sigma\cdot S = \sigma\cdot 2\pi R\cdot l,$$
$$Q = \tau\cdot l.$$

Приравнивая правые части представленных соотношений, находим:

$$\tau = 2\pi R\cdot\sigma.$$

С учетом полученного выражения, формула (1) принимает вид:

$$E = \frac{R\cdot\sigma}{\varepsilon_0\cdot r}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в исходную формулу, находим величину силы F, действующей на заряд Q:

$$F = \frac{Q\cdot R\cdot\sigma}{\varepsilon_0\cdot r}.$$

Вычисления:

$$F = \frac{2{,}5\cdot10^{-8}\cdot10^{-2}\cdot2\cdot10^{-6}}{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot10^{-1}} = 5{,}65\cdot10^{-4}\ \text{Н}.$$

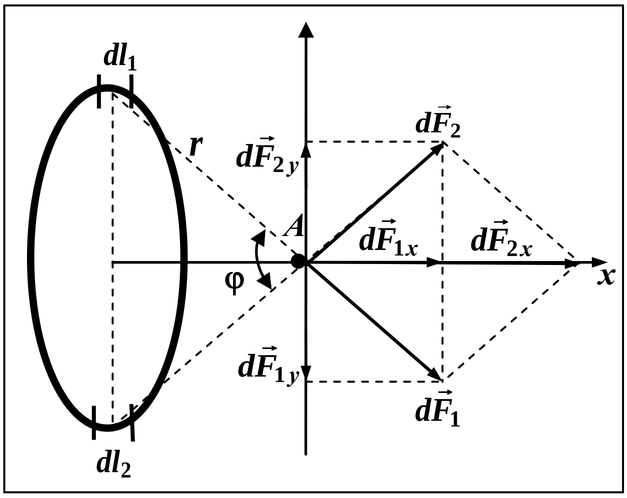
Ответ: F = $5{,}65\cdot10^{-4}$ Н.

Задача 8. Найти силу взаимодействия тонкого кольца радиусом R= 9 см, несущего заряд q =2 нКл с точечным зарядом Q = 8 нКл, находящимся в точке A на оси кольца, проходящей через центр кольца, если концы его диаметра видны из этой точки под углом $\varphi = 90^0$.

Решение

Дано:
$R = 9$ см $= 9\cdot 10^{-2}$ м
$q = 2$ нКл $= 2\cdot 10^{-9}$ Кл
$Q = 8$ нКл $= 8\cdot 10^{-9}$ Кл
$\varphi = 90^0$
$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2)

Найти: F .



Заряд на кольце в данном случае нельзя считать точечным, так как радиус кольца является величиной одного порядка с расстоянием от его центра до заряда Q. Поэтому применять непосредственно формулу Кулона в рассматриваемом случае нельзя. Результирующая сила взаимодействия находится векторным сложением элементарных сил между точечными зарядами элементарных участков кольца dl_i с точечным зарядом Q (см. рис.):

$$\vec{F} = \vec{F}_{рез} = \sum_i d\vec{F}_i \ .$$

В силу симметрии удобно рассмотреть два элементарных участка dl_1 = $dl_2 = dl$, расположенных на противоположных концах диаметра с одинаковыми зарядами $dq = \tau\cdot dl$, где τ – линейная плотность заряда кольца. Она равна $\tau = q/l$, где l – длина окружности. Результирующая двух элементарных сил $d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2 = d\vec{F}$ в следствие симметричного расположения участков dl_1 и dl_2, равенства соответствующих проекций сил $d\vec{F}_{1x}$ и $d\vec{F}_{2x}$ на ось $0x$ и противоположного направления $d\vec{F}_{1y}$ и $d\vec{F}_{2y}$, по модулю равна:

$$dF = dF_{1x} + dF_{2x} = 2dF_{1x} = 2dF_1\cdot\cos\frac{\varphi}{2}.$$

Вектор результирующей силы направлен вдоль оси $0x$.

Переходя от суммирования к интегрированию, определим модуль результирующей силы

$$F = \int dF = 2\int dF_x ,$$

где интегрирование производится по всей длине кольца. Поскольку согласно условию $r = \sqrt{2}\,\mathrm{R}$, а $dq = \tau \cdot dl$, имеем:

$$dF_x = \frac{dq \cdot Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \cos\frac{\varphi}{2} = \frac{\tau \cdot dl \cdot Q}{8\pi\varepsilon_0 \cdot R^2} \cdot \cos\frac{\varphi}{2} .$$

В результате получаем:

$$F = \int_0^{l/2} \frac{2 \cdot \tau \cdot Q \cdot dl}{8\pi\varepsilon_0 \cdot R^2} \cdot \cos\frac{\varphi}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \tau \cdot Q}{8\pi^2\varepsilon_0 \cdot R^3} \cdot \cos\frac{\varphi}{2} \int_0^{\pi R} dl = \frac{q \cdot Q}{8\pi^2\varepsilon_0 \cdot R^3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \pi R = \frac{\sqrt{2} \cdot q \cdot Q}{16\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R^2} .$$

Вычисления:

$$F = \frac{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \cdot 8 \cdot 10^{-9}}{16 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (9 \cdot 10^{-2})^2} = 6{,}26 \cdot 10^{-6}\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 6{,}26 \cdot 10^{-6}$ Н.

Задача 9. Две проводящие сферические поверхности, центры которых совпадают, имеют радиусы R_1 = 20 мм и R_2 = 30 мм. На сферах равномерно распределены одинаковые по величине, но противоположные по знаку заряды, равные 4,2 10^{-8} Кл, причем заряд сферы меньшего радиуса отрицателен. Все пространство между сферическими поверхностями заполнено однородным диэлектриком (ε =7). Найти модуль вектора напряженности электрического поля E, модуль вектора электрического смещения D и потенциал φ как функцию расстояния от центра сферических поверхностей. Построить графики функций $E = f(r)$; $D = f(r)$ и $\varphi = f(r)$ для случаев: 1) $r < R_1$; 2) $R_1 \le r \le R_2$; 3) $r > R_2$.

Решение

Дано:
R_1 = 20 мм =·2·10^{-2} м
R_2= 30 мм = 3·10^{-2} м
ε=1,5;
q_1 = -4,2 10^{-8} Кл
q_2 = 4,2 10^{-8} Кл
ε =7
ε_0=8,85·10^{-12} Кл^2/(Н·м^2)

Найти: $E=f(r)$; $D=f(r)$; $\varphi = f(r)$

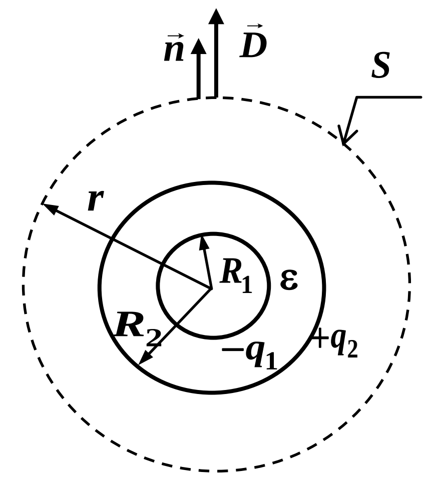


Рис. 1

Рассматриваемое электростатическое поле сферически симметрично. Для определения вектора $\vec{D}$ электрического смещения воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса, выбрав в качестве замкнутой поверхности сферу (рис. 1) радиусом r и площадью S:

$$\oint_S DdS\cos\alpha = \Sigma q. \qquad (1)$$

Так как вектор нормали $\vec{n}$ к поверхности параллелен вектору электрического смещения $\vec{D}$, то угол α между ними равен нулю и $\cos\alpha = 1$, а соотношение (1) принимает вид:

$$\oint_S DdS = \Sigma q. \qquad (2)$$

Вычислим поток $\vec{D}$ через сферическую поверхность S. Так как величина электрического смещения на всей поверхности сферы одинакова, то

$$\oint_S DdS = D\oint_S dS = D\cdot 4\pi r^2 . \qquad (3)$$

Из соотношений (2) и (3) следует:

$$D\cdot 4\pi r^2 = \Sigma q . \qquad (4)$$

Поскольку алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри выбранной поверхности S, равна $q_1 + q_2$, то выражение (4) преобразуется к виду:

$$D = \frac{q_1 + q_2}{4\pi r^2} . \qquad (5)$$

Учитывая, что смещение $\vec{D}$ связано с напряженностью $\vec{E}$ электростатического поля соотношением:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot \vec{E} , \qquad (6)$$

выразим из (6) и (5) напряженность поля применительно к рассматриваемой задаче:

$$E = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\cdot\varepsilon_0\varepsilon\cdot r^2} , \qquad (7)$$

Рассмотрим значения D и E в каждой из заданных областей:

1) $r < R_1$. Так как внутри сферы с радиусом $r < R_1$ заряды отсутствуют $q_1+q_2=0$, то смещение D_1 и напряженность E_1 электростатического поля равны нулю: $D_1 = 0$; $E_1 = 0$.

2) $R_1 \le r \le R_2$. Так как внутри сферы с радиусом $R_1 \le r \le R_2$ содержится заряд q_1, то из формул (5) и (7) следует:

$$D_2 = \frac{q_1}{4\pi r^2}$$

$$E_2 = \frac{q_1}{4\pi\cdot\varepsilon_0\varepsilon\cdot r^2}$$

3) $r > R_2$. Так как внутри сферы с радиусом $r > R_2$ содержится заряд q_1+q_2, но эти заряды равны по величине и противоположны по знаку, то $\Sigma q = 0$. Следовательно, $D_3 = 0$ и $E_3 = 0$.

Для построения графиков $E = f(r)$; $D = f(r)$ необходимо вычислить несколько значений D и E, меняя значения r в заданных пределах. Результаты сведем в таблицу 1.

Таблица 1

$r\cdot10^{-2}$, м	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2
$E\cdot10^{5}$, В/м	-1,35	-1,11	-0,94	-0,80	-0,69	-0,60	0
$D\cdot10^{-6}$, Кл/м^2	-8,36	-6,90	-5,80	-4,94	-4,26	-3,71	0

По данным таблицы, учитывая, что при $r < R_1$ $D_1 = 0$ и $E_1 = 0$, построим графики (рис.2).

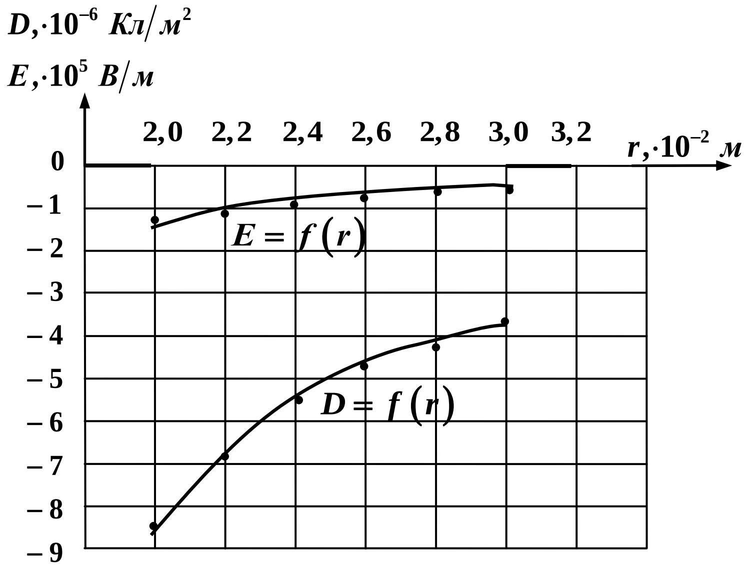


Рис. 2

Для нахождения потенциала φ электростатического поля воспользуемся соотношением между напряженностью поля и градиентом потенциала $\vec{E} = -grad\varphi$. Для поля, создаваемого сферической поверхностью, это соотношение можно записать в скалярном виде: $E = -\dfrac{d\varphi}{dr}$. Отсюда получаем:

$$d\varphi = -E \cdot dr.$$

Интегрируя полученное выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстояниях r_1 и r_2 от центра сфер:

$$-\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr \Rightarrow \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} d\varphi = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr \Rightarrow \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr. \tag{8}$$

Потенциал в бесконечности принимаем равным нулю $\varphi_\infty = 0$. Если в формуле (8) положить $\varphi_2 = \varphi_\infty = 0$, то она принимает вид:

$$\varphi(r) = \int_r^{\infty} E \cdot dr .$$

Поскольку значения E для каждой из рассматриваемых областей различны, получим выражения φ (r) для каждого случая в отдельности:

1) $r < R_1$.

$$\varphi(r) = \int_r^{\infty} E \cdot dr = \int_r^{R_1} E_1 \cdot dr + \int_{R_1}^{R_2} E_2 \cdot dr + \int_{R_2}^{\infty} E_3 \cdot dr = \int_{R_1}^{R_2} E_2 \cdot dr .$$

Здесь учтено, что первый и третий интегралы равны нулю, так как $E_1 = 0$ и $E_3 = 0$ (см. первую часть решения задачи).

$$\varphi(r) = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon \cdot r^2} dr = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon} \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_{R_1}^{R_2} = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Так как $q_1 < 0$, то и φ (r) < 0.

2) $R_1 \le r \le R_2$.

$$\varphi(r) = \int_r^{\infty} E \cdot dr = \int_r^{R_2} E_2 \cdot dr + \int_{R_2}^{\infty} E_3 \cdot dr = \int_r^{R_2} E_2 \cdot dr .$$

$$\varphi(r) = \int_r^{R_2} \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon \cdot r^2} dr = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon} \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_r^{R_2} = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right).$$

3) $r > R_2$.

Здесь φ (r) = 0, так как $E_3 = 0$.

Для построения графика φ (r) следует вычислить несколько значений φ, меняя значения расстояний r в заданных пределах. Результаты занесем в таблицу 2.

Таблица 2

$r \cdot 10^{-2}$, м	0	1,0	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2
φ (r), В	-899	-899	-899	-654	-450	-277	128	0	0

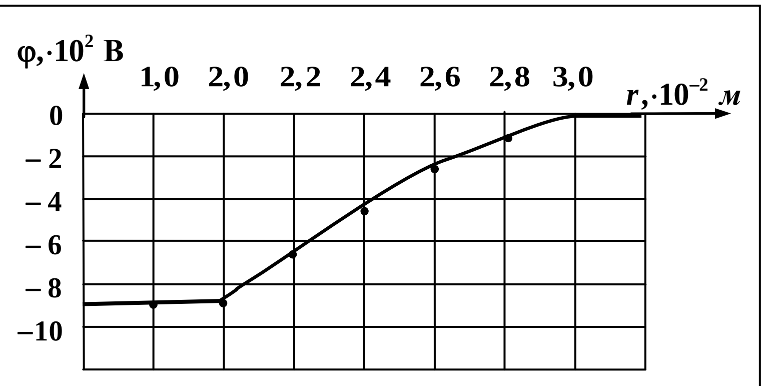


Рис. 3

Задача 10. Электрическое сопротивление R некоторого участка проводника длиной $l = 0{,}6$ м и сечением $S = 1{,}5$ мм^2 составило 1,12 Ом. Определить тепловую удельную мощность, выделяемую на участке с напряженностью электрического поля $E = 0{,}56$ В/м. Предполагая поле однородным, вычислить количество теплоты, выделяемое в проводнике за 15 с.

Дано:
$l = 0{,}6$ м
$S = 1{,}5$ мм^2 $= 1{,}5 \cdot 10^{-6}$м^2
$R = 1{,}12$ Ом
$E = 0{,}56$ В/м
$t = 15$ с
Найти:
w - ?
Q - ?

Решение

Удельная тепловая мощность тока – это количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема проводника

$$w = \gamma \cdot E^2.$$

Удельная электрическая проводимость γ связана с удельным сопротивлением проводника ρ:

$$\gamma = \frac{1}{\rho},$$

которое в свою очередь входит в формулу сопротивления:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Таким образом, $\gamma = \dfrac{l}{R \cdot S}$ и, следовательно,

$$w = \frac{l}{R \cdot S} \cdot E^2.$$

Количество теплоты, выделяемое в проводнике, определим по закону Джоуля – Ленца:

$$Q = \frac{U^2}{R} t.$$

Напряжение U найдем, воспользовавшись формулой его связи с модулем вектора напряженности

$$E = \frac{U}{l} \Rightarrow \quad U = E \cdot l.$$

Окончательно имеем:

$$Q = \frac{E^2 \cdot l^2}{R} t .$$

Проверим правильность единиц измерения:

$$[\mathrm{w}] = \frac{\text{м} \cdot \text{В}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{А} \cdot \text{В}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} .$$

$$[\mathrm{Q}] = \frac{\text{В}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{м}^2 \cdot \text{Ом}} = \text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с} = \text{Дж} .$$

Вычисления:

$$w = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}56 \cdot 0{,}56}{1{,}12 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}} = 11{,}2 \cdot 10^4 \ (\text{Вт/м}^3);$$

$$Q = \frac{E^2 \cdot l^2}{R} t = \frac{0{,}56 \cdot 0{,}56 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 15}{1{,}12} = 1{,}51 \ (\text{Дж}).$$

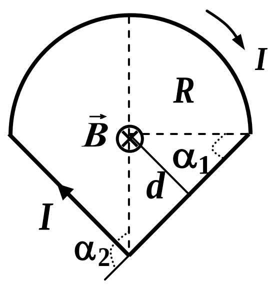
Ответ: w = 0,1 мВт/м^3; Q = 1,5 (Дж).

Задача 11. Контур с током представляет петлю, одна часть которой – полуокружность радиусом 16 см, замыкающая две стороны квадрата, диагональ которого совпадает с ее диаметром. Найти магнитную индукцию в центре такой петли, если по ней протекает ток 32 А.

Дано:
R = 16 см = $16 \cdot 10^{-2}$ м
I = 32 А
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

Найти:
$\vec{B}$ – **?**

Решение



В центре петли магнитное поле создается тремя проводниками с током, представляющими собой две стороны квадрата и полуокружность. Магнитная индукция результирующего поля согласно принципу суперпозиции $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$. Все векторы $\vec{B}_i$ в соответствие с правилом буравчика направлены одинаково, перпендикулярно плоскости рисунка от наблюдателя. Поэтому сложение векторов $\vec{B}_i$ сводится к сложению их модулей.

Магнитная индукция B_1 полуокружности радиуса равна половине индукции магнитного поля, создаваемого в центре кругового витка с током силой I:

$$B_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}.$$

Каждый проводник с током, являющийся стороной квадрата, создает в его центре магнитное поле с индукцией $B_2 = B_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{d}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$. Следовательно,

$$B_{23} = 2 \cdot B_2 = \frac{2 \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{d}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right),$$

где, как следует из рисунка, $\alpha_1 = 45^0$, $\alpha_2 = 135^0$, $d = R \cdot cos\alpha_1$. Учитывая также, что $-\cos\alpha_2 = \cos\alpha_1$, получаем:

$$B_{23} = \frac{2 \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R \cdot \cos\alpha_1} 2\cos\alpha_1 = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I}{R}.$$

Таким образом, результирующая индукция магнитного поля в центре петли

$$B = \frac{\mu_0}{4} \cdot \frac{I}{R} + \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{I}{R} = \frac{\mu_0 \cdot I}{R}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi}\right).$$

Вычисления:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{R}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 32}{0{,}16}\left(0{,}25 + 0{,}32\right) = 1{,}43 \cdot 10^{-4} \text{ (Тл)}.$$

Ответ: B = 1,43·10^{-4} Тл.

Колебания и волны

Задача 12. Материальная точка совершает гармоническое колебательное движение с периодом $T = 4$ с и амплитудой $A = 12$ см. Определить скорость $v(t)$ и ускорение $a(t)$ в момент времени t, когда смещение $x(t) = 4$ см.

Дано:
$T = 4$ с
$A = 12$ см $= 0{,}12$ м
$x(t) = 4$ см $= 0{,}04$ м
Определить: $v(t)$, $a(t)$

Решение

Уравнение гармонических колебаний имеет вид:

$$x(t) = A\cos(\omega t+\alpha), \qquad (1)$$

где $x(t)$ – смещение материальной точки в момент времени t; A – амплитуда; ω – круговая частота; α – начальная фаза.

С учетом соотношения (1) скорость $v=\dfrac{dx}{dt}$ и ускорение $a=\dfrac{d^2x}{dt^2}$, принимают вид соответственно:

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t+\alpha), \qquad (2)$$

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t+\alpha). \qquad (3)$$

Сравнение формул (1) и (3) показывает, что

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \qquad (4)$$

Учитывая, что $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$, формула (4) для ускорения принимает вид:

$$a=-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x(t). \qquad (5)$$

Для определения связи скорости и смещения уравнения (1) и (2) возведем в квадрат и представим в виде:

$$\begin{aligned}\frac{x^2(t)}{A^2}&=\cos^2(\omega t+\alpha)\\ \frac{v^2(t)}{\omega^2 A^2}&=\sin^2(\omega t+\alpha)\end{aligned}.$$

Суммируя полученные соотношения, имеем:

$$\frac{x^2(t)}{A^2}+\frac{v^2(t)}{\omega^2 A^2}=1.$$

Отсюда следует:

$$v(t)=\pm\omega A\sqrt{1-\frac{x^2(t)}{A^2}}$$

и окончательно:

$$v(t)=\pm\frac{2\pi A}{T}\sqrt{1-\frac{x^2(t)}{A^2}}\,. \qquad (6)$$

Знаки плюс, минус в выражение (6) указывают на то, что скорость материальной точки может иметь два различных направления при заданном смещении – к положению равновесия и от него.
Вычисления выражений (5) и(6):

$$a=-\left(\frac{2\pi}{4}\right)^2 0{,}04\approx 0{,}1\ \text{м/с}^2,$$

$$v(t)=\pm\frac{2\pi\cdot 0{,}12}{4}\sqrt{1-\left(\frac{0{,}04}{0{,}12}\right)^2}\approx\pm 0{,}18\ \text{м/с}.$$

Ответ: v = ±0,18 м/с^2, a = 0,1 м/с^2.

Задача 13. Материальная точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой. В единицах СИ уравнения слагаемых колебаний имеют вид: $x_1 = 0{,}08\cos 2\pi t$ и $x_2 = 0{,}06\cos(2\pi t + \pi/2)$. Определить уравнение результирующего колебания и построить векторную диаграмму колебаний.

Дано:
$x_1(t) = 0{,}08\cos(2\pi t)$
$x_2(t) = 0{,}06\cos(2\pi t + \pi/2)$

Определить:
$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

Решение

При сложении двух гармонических колебаний с равными частотами, происходящих вдоль одной прямой, результирующее колебание также будет гармоническим с той же частотой. Следовательно,

$$x(t) = A\cos(2\pi t + \varphi) \qquad (1)$$

Решение задачи сводится к нахождению амплитуды A и начальной фазы φ. Из теории известно, что эти физические величины определяются по заданным значениям A_1, A_2, φ_1, φ_2 исходных колебаний:

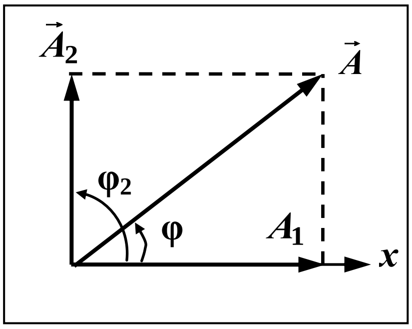
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}. \qquad (2)$$

$$\varphi = arctg = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}. \qquad (3)$$

Вычисления:

$$A = \sqrt{0{,}08^2 + 0{,}06^2 + 2\cdot 0{,}08\cdot 0{,}06\cos\frac{\pi}{2}} = 0{,}1 \text{ м},$$

$$\varphi = arctg\frac{0{,}08\cdot 0 + 0{,}06\cdot 1}{0{,}08\cdot 1 + 0{,}06\cdot 0} = arctg\,0{,}75 = 37^0 \approx 0{,}2\pi \text{ рад}.$$



Представим векторную диаграмму (см. рис.) слагаемых колебаний для $t = 0$. Вектор $\vec{A}_1$ амплитуды первого колебания будет направлен вдоль оси $0x$, так как начальная фаза $\varphi_1 = 0$, а вектор $\vec{A}_2$ амплитуды второго колебания составит с осью $0x$ угол, равный начальной фазе $\varphi_2 = \pi/2$. Из диаграммы следует, что $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, а $\varphi = arctg\,A_2/A_1$. Нетрудно убедиться в тождественности обоих решений.

Ответ: $x(t) = 0{,}1\cos(2\pi t + 0{,}2\pi)$ м.

Задача 14. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых в единицах СИ имеют вид $x = 0{,}05 \cos \pi t$ и $y = 0{,}10 \sin \pi t/2$. Определить уравнение траектории движения материальной точки, начертить ее с соблюдением масштаба и указать ее пределы. Рассчитать и указать на чертеже скорость $v(0)$ и ускорение $a(0)$ точки в начальный момент времени $t = 0$.

Дано:
$x(t) = 0{,}05 \cos \pi t$
$y(t) = 0{,}10 \sin \pi t/2$

Определить: $y(x)$, $v(0)$, $a(0)$

Решение

Уравнение траектории движения материальной точки найдем, исключив параметр времени из заданных уравнений. Воспользовавшись тригонометрическим преобразованием $2 \sin^2 \pi t/2 = 1 - \cos \pi t$, заменим $\cos \pi t$ в первом уравнении. Тогда:

$$x = 0{,}05(1 - 2\sin^2 \pi t/2). \tag{1}$$

Из второго уравнения найдем

$$\sin\frac{\pi t}{2} = \frac{y}{0{,}1}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим:

$$x = 0{,}05(1 - 2\frac{y^2}{0{,}01}) \Rightarrow \ x = 0{,}05 - 10y^2.$$

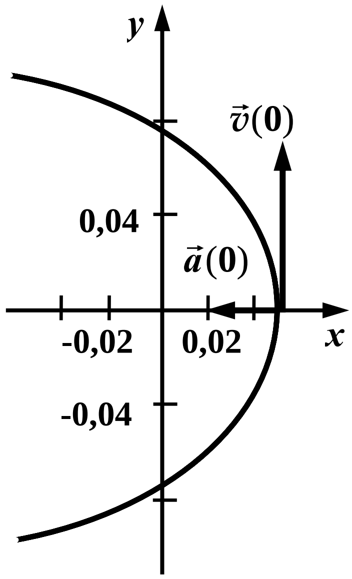
И окончательно:

$$y = \pm\sqrt{\frac{0{,}05 - x}{10}}. \tag{3}$$

Полученное уравнение является уравнением параболы, которую изобразим (см. рис.) в пределах изменения амплитуд слагаемых колебаний:

$$-0{,}05 \le x \le 0{,}05 \quad \text{и} \quad -0{,}1 \le y \le 0{,}1$$

Нам нужно определить скорость и ускорение материальной точки в момент времени $t = 0$. В этот момент времени, согласно исходным уравнениям, координаты точки $x(0) = 0{,}05$ м, $y(0) = 0$. Следовательно, в момент времени $t = 0$ материальная точка находилась в вершине параболы.



Вначале определим скорости и ускорения материальной точки вдоль осей x и y:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = -0{,}05\pi \cdot \sin \pi t, \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{0{,}10\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi t}{2} \end{aligned} . \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{d^2x}{dt^2} = -0{,}05\pi^2 \cdot \cos \pi t, \\ a_y &= \frac{dy}{dt} = -\frac{0{,}10\pi^2}{4} \cdot \sin \frac{\pi t}{2} \end{aligned} . \qquad (5)$$

При t = 0 соотношения (4) и (5) принимают следующие значения:

$$v_x = 0; \quad v_y = 0{,}16 \text{ м/с}; \quad a_x = -0{,}49 \text{ м/с}^2; \quad a_y = 0.$$

Векторы $\vec{v}(0)$ и $\vec{a}(0)$ показаны на рисунке, а их величины равны:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_x^2} = v_y = 0{,}16 \text{ м/с}; \qquad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = a_x = 0{,}49 \text{ м/с}^2.$$

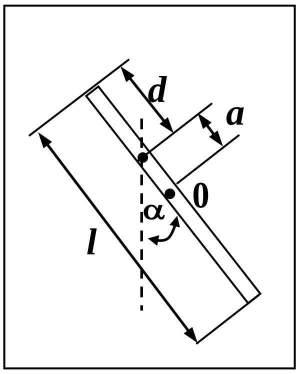
Ответ: $y = \pm\sqrt{0{,}005 - 0{,}1x}$; $v(0)$ = 0,16 м/с; $a(0)$ = 0,49 м/с^2.

Задача 15. Однородный стержень длиной l = 0,83 м совершает свободные колебания в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку О и отстоящей на $\frac{1}{3}l$ от его верхнего конца. Составить дифференциальное уравнение колебаний стержня, записать его решение, найти циклическую частоту и период колебаний. Трением пренебречь.

Дано:
l = 0,83 м
$d=\frac{1}{3}l$

Найти: $\alpha(t)$, ω_0, T.

Решение



В процессе колебаний стержень, который можно рассматривать как физический маятник, совершает вращательное движение под действием момента силы тяжести

$$M=-mga\sin\alpha. \qquad (1)$$

Здесь a – расстояние между точкой подвеса и центром масс тела, φ – угол поворота.
Согласно уравнению динамики вращательного движения

$$M=I\beta=I\frac{d^2\alpha}{dt^2}, \qquad (2)$$

где $\beta=\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ – угловое ускорение, I – момент инерции стержня относительно оси подвеса.

Приравняв правые части выражений (1) и (2) получим:

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2}=-mga\sin\alpha. \qquad (3)$$

Учитывая, что при малых отклонениях маятника $\sin\varphi\approx\varphi$, получим дифференциальное уравнение колебаний стержня:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0\alpha = 0. \qquad (4)$$

Его решение имеет вид:

$$\alpha(t) = \alpha_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \qquad (5)$$

Здесь α_m – амплитуда и φ_0 – начальная фаза, $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}}$ – собственная циклическая частота гармонических колебаний стержня.

Учитывая, что $a = \frac{1}{2}l - d = \frac{1}{2}l - \frac{1}{3}l = \frac{1}{6}l$ и I определяется в соответствие с теоремой Штейнера

$$I = \frac{1}{12}ml^2 + ma^2 = \frac{1}{9}ml^2, \qquad (6)$$

выражение для циклической частоты принимает вид:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}} = \sqrt{\frac{3l}{2g}}, \text{ а период } T = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

Вычисления: $\omega_0 = \sqrt{\frac{3 \cdot 9{,}8}{2 \cdot 0{,}83}} = 4{,}21$ с$^{-1}$; а период $T = \frac{6{,}28}{4{,}21} = 1{,}5$ с.

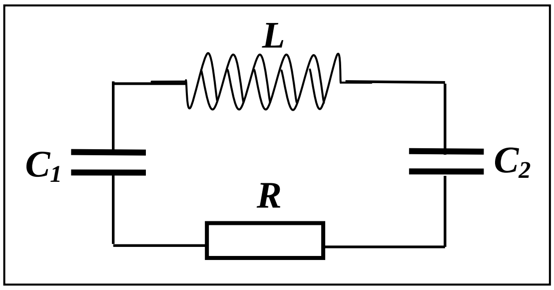
Ответ: ω_0 = 4,21 с$^{-1}$; Т = 1,5 с.

Задача 16. Электрический контур состоит из последовательно соединенных катушки индуктивности L = 0,04 Гн и двух конденсаторов C_1 = 0,001 мкФ и C_2 = 0,009 мкФ, разделенных активным сопротивлением R = 6,4 кОм. Составить, исходя из второго закона Кирхгофа, дифференциальное уравнение колебаний заряда в системе и записать его решение. Найти циклическую частоту, коэффициент затухания и врем τ релаксации колебаний.

Дано:
L = 0,04 Гн = $4\cdot10^{-2}$ Гн
C_1 = 0,001 мкФ = 10^{-9} Ф
C_2 = 0,009 мкФ = $9\cdot10^{-9}$ Ф
R = 6,4 кОм = $6{,}4\cdot10^{3}$ Ом

Найти: $q(t)$, ω, β, τ.

Решение



В контуре действует одна ЭДС самоиндукции, поэтому второй закон Кирхгофа модно представить в виде:

$$U_{C_1}+U_{C_2}+U_R=\varepsilon_{\text{si}}. \qquad (1)$$

Учитывая, что $U_{C_1}=\dfrac{q}{C_1}$, $U_{C_2}=\dfrac{q}{C_2}$, $U_R=IR=\dfrac{dq}{dt}R$, $\varepsilon_{\text{si}}=-L\dfrac{dI}{dt}=-L\dfrac{d^2q}{dt^2}$, соотношение (1) можно записать так:

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)q=0. \qquad (2)$$

Из выражения (2) получим окончательный вид дифференциального уравнения затухающих колебаний:

$$\frac{d^2q}{dt^2}+2\beta\frac{dq}{dt}+\omega_0q=0, \qquad (3)$$

где $\beta=\dfrac{R}{2L}$ – коэффициент затухания, ω_0 – квадрат собственной циклической частоты колебаний

$$\omega_0^2=\frac{1}{L}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)=\frac{1}{LC}, \qquad (4)$$

Решение дифференциального уравнения (3) затухающих колебаний имеет вид:

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \qquad (5)$$

Здесь q_0 – начальная амплитуда, ω и φ – соответственно циклическая частота и начальная фаза колебаний. При этом:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad \text{и} \quad \tau = \frac{1}{\beta}.$$

Вычисления:

$$\omega = \left[\frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} \left(\frac{1}{10^{-9}} + \frac{1}{9 \cdot 10^{-9}} \right) - \left(\frac{6{,}4 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[2{,}78 \cdot 10^{10} - 0{,}64 \cdot 10^{10} \right]^{\frac{1}{2}} = 1{,}46 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1};$$

$$\beta = \frac{6{,}4 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = 0{,}8 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}; \qquad \tau = \frac{1}{0{,}8 \cdot 10^5} = 1{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Ответ: $\omega = 1{,}46 \cdot 10^5$ с$^{-1}$; $\beta = 0{,}8 \cdot 10^5$ с$^{-1}$; $\tau = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ с.

Квантовая физика

Задача 17. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра ультрафиолетовыми лучами с длиной волны λ = 0,155 мкм.

Дано:
$\lambda = 0{,}155$ мкм $= 1{,}55 \cdot 10^{-7}$ м

Определить: $v_{\max}$.

Решение

Воспользуемся уравнением Эйнштейна для фотоэффекта:

$$E_ф = A_{вых} + T_{\max}. \quad (1)$$

Здесь $E_ф = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия падающего на поверхность фотона, где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, c = **3·10⁸ м/с** – скорость света в вакууме; $A_{вых} = 7{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж – работа выхода электрона из серебра (см. справочные материалы); $T_{max} = \dfrac{mv_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, где $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона, $v_{\max}$ – максимальная скорость фотоэлектрона.

Подставив в (1) представленные соотношения, получим:

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{вых} + \frac{mv_{\max}^2}{2}. \quad (2)$$

Отсюда выражение для максимальной скорости фотоэлектронов приобретает вид

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{вых}\right)}. \quad (3)$$

Вычисления:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1{,}55 \cdot 10^{-7}} - 7{,}5 \cdot 10^{-19}\right)} = 1{,}08 \cdot 10^{6} \text{ м/с}.$$

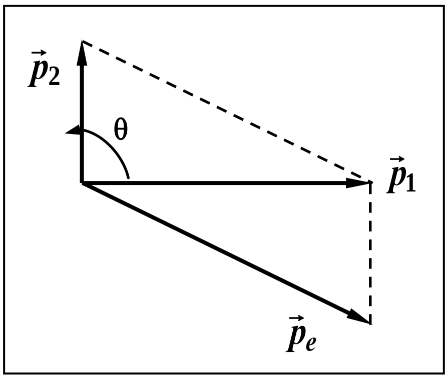
Ответ: $v_{\max} = 1{,}08 \cdot 10^{6}$ м/с.

Задача 18. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол 90^0. Энергия рассеянного фотона E_2 = 0,4 МэВ. Определить энергию фотона E_1 до рассеяния.

Решение

Дано:
$\Theta = 90^0$
E_2 = 0,4 МэВ

Определить: E_1.



Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\Theta}{2}, \quad (1)$$

где λ_1 и λ_2 – для волны фотона до и после рассеяния; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг – масса покоя электрона; c **= 3·10⁸ м/с** – скорость света в вакууме (см. справочные материалы).

Выразив длины волн λ_1 и λ_2 через энергию фотона, учитывая, что:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E},$$

и, умножив числитель и знаменатель правой части на c, соотношение (1) преобразуется к виду:

$$\frac{hc}{E_2} - \frac{hc}{E_1} = 2\frac{hc}{mc^2}\sin^2\frac{\Theta}{2}, \quad (2)$$

Сократив (2) на hc, получим формулу искомой энергии:

$$E_1 = \frac{E_2\cdot mc^2}{mc^2 - 2E_1\sin^2\frac{\Theta}{2}}, \text{ или}$$

$$E_1 = \frac{E_2\cdot E_0}{E_0 - 2E_1\sin^2\frac{\Theta}{2}}. \quad (3)$$

Проведем вычисления, учитывая, что энергия покоя электрона $E_0 = mc^2$ = 0,51 МэВ:

$$E_1 = \frac{0{,}4\cdot0{,}51}{0{,}51 - 2\cdot0{,}4\cdot\sin^2\frac{90}{2}} = 1{,}85 \text{ МэВ}.$$

Ответ: E_1 = 1,85 МэВ.

Задача 19. Параллельный пучок лучей с длиной волны λ = 0,5 мкм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление p = 10^{-5} Па. Определить: а) концентрацию фотонов в потоке (число фотонов в единице объема), б) число фотонов, падающих на единицу площади в единицу времени.

Дано:
λ = 0,5 мкм = $5\cdot10^{-7}$ м
ρ = 0
p = 10^{-5} Па.

Определить: n_0, n_1.

Решение

а) Концентрацию фотонов в потоке можно определить в результате деления объемной плотности энергии w на энергию одного фотона:

$$n_0 = \frac{w}{E_ф}. \tag{1}$$

Здесь $E_ф = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, где $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $c = 3\cdot10^{8}$ м/с – скорость света в вакууме (см. справочные материалы).

Объемную плотность энергии выразим из формулы давления света на поверхность с учетом того, что по условию задачи коэффициент отражения ρ= 0:

$$p = (1+\rho)\frac{h\nu}{c}N = (1+\rho)w \Rightarrow \ w = \frac{p}{1+\rho} = p. \tag{2}$$

В результате соотношение (1) принимает вид:

$$n_0 = \frac{w}{E_ф} = \frac{p\lambda}{hc}. \tag{3}$$

б) Учитывая, что фотоны распространяются со скоростью света c (в данном случае в вакууме), определим число фотонов, падающих на единицу площади в единицу времени, в результате умножения числа фотонов в единице объема, т.е. n_0 на их скорость:

$$n_1 = n_0 \cdot c. \tag{4}$$

Проверим правильность единиц измерения физических величин в формулах (3) и (4):

$$[n_0] = \left[\frac{p\lambda}{hc}\right] = \frac{Па\cdot м\cdot с}{Дж\cdot с\cdot м} = \frac{Н}{м^2\cdot Дж} = \frac{Н}{м^2\cdot Н\cdot м} = м^{-3},$$

$$[n_1] = [n_0\cdot c] = \frac{м}{м^3\cdot с} = м^{-2}\cdot с^{-1}.$$

Вычисления:

$n_0 = \frac{10^{-5}\cdot5\cdot10^{-7}}{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}} = 2{,}51\cdot10^{13}$ (м$^{-3}$), $\qquad n_1 = 2{,}51\cdot10^{13}\cdot3\cdot10^{8} = 7{,}5\cdot10^{21}$ (м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$).

Ответ: $n_0 = 2{,}51\cdot10^{13}$ м$^{-3}$, $\ n_1 = 7{,}5\cdot10^{21}$ м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$.

Задача 20. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U = 51 В. Найти длину волны де Бройля для электрона.

Дано:
U = 51 В
$m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг
$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл

Найти: λ.

Решение

Длина волны де Бройля для частицы зависит от ее импульса p:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

где $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка. Импульс частицы определим, зная ее кинетическую энергию, которая численно равна работе сил электростатического поля:

$$E_к = A \Rightarrow \frac{p^2}{2m} = eU \Rightarrow p = \sqrt{2meU}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}. \tag{3}$$

Проверим правильность единиц измерения в (3):

$$\lambda = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{(\text{кг}\cdot\text{Кл}\cdot\text{В})^{\frac{1}{2}}} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{(\text{кг}\cdot\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{В})^{\frac{1}{2}}} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{(\text{кг}\cdot\text{Дж})^{\frac{1}{2}}} = \frac{\text{Дж}^{\frac{1}{2}}\cdot\text{с}}{\text{кг}^{1/2}} = \frac{(\text{Н}\cdot\text{м})^{\frac{1}{2}}\cdot\text{с}}{\text{кг}^{1/2}} = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{с}^2\cdot\text{кг}}\right]^{\frac{1}{2}}\cdot\text{с} = \text{м}$$

Вычисления:

$$\lambda = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 51}} = 1{,}7\cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda = 1{,}7\cdot 10^{-10}$ м.

Задача 20. Определить ширину l потенциального ящика с бесконечно высокими стенками для электрона, если при переходе из второго в третье энергетическое состояние ему сообщается энергия $\Delta E_{23} = 36$ эВ.

Дано:
$n_2 = 2$
$n_3 = 3$
$\Delta E_{23} = 36$ эВ =
$= 5{,}76 \cdot 10^{-18}$ Дж
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$U(0) = U(l) = 0$

Найти: l.

Решение

Решение уравнения Шредингера для частицы, находящейся в потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками, позволяет определить энергию различных состояний:

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8ml^2},$$

где n = – номер энергетического состояния, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, m – масса электрона.

Разность энергий между соседними уровнями

$$\Delta E_{23} = E_3 - E_2 = \frac{h^2}{8ml^2}(n_3^2 - n_2^2).$$

Отсюда получим выражение для ширины потенциального ящика:

$$l = h \cdot \left[\frac{n_3^2 - n_2^2}{8 \cdot m \cdot \Delta E_{23}}\right]^{1/2}.$$

Вычисления:

$$l = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot \left[\frac{9-4}{8 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 5{,}76 \cdot 10^{-18}}\right]^{1/2} = 2{,}3 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Ответ: $l = 2{,}3 \cdot 10^{-10}$ м.

Задача 22. Поток энергии, излучаемый электрической лампой, $\Phi_Э$ = 600 Вт. На расстоянии r = 1,2 м от лампы перпендикулярно падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром d = 2 см. Определить силу светового давления, рассматривая лампу как изотропный излучатель.

Дано:
$\Phi_Э = 600$ Вт
$r = 1{,}2$ м
$d = 12$ см $= 0{,}12$ м
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

Определить:
F – ?

Решение

Поток излучения на расстоянии r от источника света

$$\Phi_Э = W \cdot S_r,$$

где $S_r = 4\pi r^2$ – площадь сферы. Отсюда следует, что энергия, падающая на единицу площади поверхности в единицу времени

$$W = \frac{\Phi_Э}{S_r} = \frac{\Phi_Э}{4\pi r^2}.$$

Разделив представленное выражение на скорость света c, получим объемную плотность энергии излучения:

$$w = \frac{W}{c} = \frac{\Phi_Э}{4\pi r^2 \cdot c}.$$

Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность

$$p = w \cdot (1 + \rho).$$

Учитывая, что для зеркальной поверхности коэффициент отражения ρ = 1, получаем:

$$p = 2 \cdot w = \frac{\Phi_Э}{2\pi r^2 \cdot c}.$$

Так как площадь поверхности зеркала

$$S = \frac{\pi d^2}{4},$$

то сила светового давления

$$F = p \cdot S = \frac{\Phi_Э}{2\pi r^2 \cdot c} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\Phi_Э \cdot d^2}{8 \cdot c \cdot r^2}.$$

Проверим наименование результата:

$$\left[\mathrm{F}\right] = \frac{\Phi_{\text{Э}} \cdot \mathrm{d}^2}{8 \cdot \mathrm{c} \cdot \mathrm{r}^2} = \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}\,.$$

Вычисления:

$$F = \frac{600 \cdot \left(1,2 \cdot 10^{-1}\right)^2}{8 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \left(1,2\right)^2} = 2,5 \cdot 10^{-9}\,(\text{Н}).$$

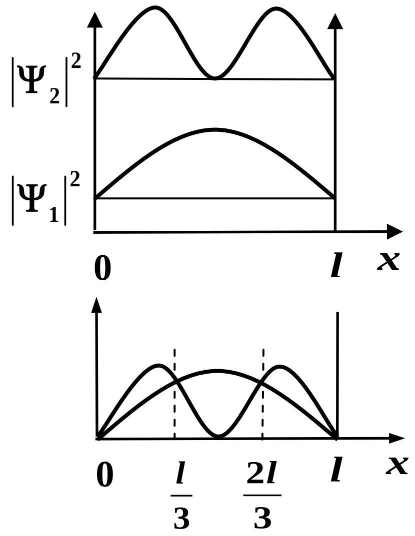
Ответ: $F = 2,5 \cdot 10^{-9}$ Н.

Задача 23. Электрон находится в потенциальном ящике шириной l. В каких точках в интервале ($0 < x < l$) плотность вероятности нахождения электрона на первом и втором энергетическом уровнях одинакова? Вычислить значение плотности вероятности для этих точек. Решение пояснить графиком.

Дано:
l
$0 < x < l$
$|\psi_1|^2 = |\psi_2|^2$.

Определить:
x; $|\psi(x)|^2$ – ?

Решение



Собственные функции электрона в потенциальном ящике имеют вид:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin\frac{n\pi}{l}x,$$

где l – ширина ящика; n – номер энергетического уровня. По условию задачи плотности вероятности $|\psi_1|^2$ и $|\psi_2|^2$ одинаковы:

$$|\psi_1|^2 = |\psi_2|^2 \Rightarrow \quad \frac{2}{l} \cdot \sin^2\frac{\pi}{l}x = \frac{2}{l} \cdot \sin^2\frac{2\pi}{l}x.$$

Откуда следует:

$$\sin^2\frac{\pi}{l}x = \sin^2\frac{2\pi}{l}x \Rightarrow \quad \sin^2\frac{2\pi}{l}x - \sin^2\frac{\pi}{l}x = 0.$$

Или

$$\left(\sin\frac{2\pi}{l}x - \sin\frac{\pi}{l}x\right) \cdot \left(\sin\frac{2\pi}{l}x + \sin\frac{\pi}{l}x\right) = 0.$$

Воспользовавшись известными преобразованиями тригонометрических выражений в произведение, получим для каждой скобки:

$$\sin\frac{2\pi}{l}x + \sin\frac{\pi}{l}x = 2\sin\frac{3\pi}{2l}x \cdot \cos\frac{\pi}{2l}x = 0;$$

$$\sin\frac{2\pi}{l}x - \sin\frac{\pi}{l}x = 2\cos\frac{3\pi}{2l}x \cdot \sin\frac{\pi}{2l}x = 0.$$

Представим решения, удовлетворяющие условие задачи ($0 < x < l$), то есть координаты точек лежащие внутри заданного интервала.

Первое уравнение рано нулю при $\sin\frac{3\pi}{2l}x = 0 \Rightarrow \quad \frac{3\pi}{2l}x = \pi \Rightarrow \quad x_1 = \frac{2}{3}l$.

Второе уравнение рано нулю при $\cos\frac{3\pi}{2l}x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \quad \frac{3\pi}{2l}x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \quad x_2 = \frac{1}{3}l$.

Значение плотности вероятности для этих точек

$$|\psi|^2 = \frac{2}{l}\cdot\sin^2\left(\frac{\pi}{l}\cdot\frac{l}{3}\right) = \frac{2}{l}\cdot\frac{3}{4} = \frac{3}{2l}.$$

Ответ: $x_1 = \frac{2}{3}l$; $x_2 = \frac{1}{3}l$; $|\psi|^2 = \frac{3}{2l}$.

Задания контрольной работы

Студент должен решить двенадцать задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра (номера студенческого билета). Решение задач, отмеченных звездочкой, обязательно сопровождать рисунками.

Варианты заданий

Вари -ант	№/№ задач											
1	121*	131*	141	201*	211*	251*	301*	311	321	331*	401*	411*
2	122*	132*	142	202*	212*	252*	302	312*	322	332	402*	412
3	123*	133*	143	203*	213*	253*	303*	313	323*	333	403	413
4	124*	134*	144	204*	214*	254*	304	314*	324	334	404	414*
5	125*	135	145	205*	215*	255*	305	315*	325*	335	405	415*
6	126*	136	146*	206*	216*	256*	306*	316	326*	336	406*	416
7	127*	137*	147*	207*	217*	257*	307*	317*	327*	337	407	417
8	128*	138*	148	208*	218*	258*	308	318	328*	338	408	418
9	129*	139*	149	209*	219*	259*	309	319*	329	339	409*	419
0	130	140*	150	210*	220*	260*	310	320*	330	340	410*	420

ПРИМЕЧАНИЕ:
В задачах 211* – 220* необходимо:

а) Найти значения векторов напряженности электрического поля и электрического смещения **E** и **D** как функцию расстояния r, отсчитываемого от центра или оси симметрии, для случаев, указываемых в каждой конкретной задаче.

б) Графики $E=f_1(r)$ и $D=f_2(r)$ расположить на одном рисунке.

в) Вычислить разность потенциалов между двумя точками, указанными в каждой конкретной задаче.

Механика

121*. Платформа в виде горизонтально расположенного диска может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы. На платформе находится человек, которого в условии задачи можно рассматривать как материальную точку. Расходом энергии на преодоление сил трения пренебречь. Человек массой 60 кг стоит на краю платформы массой 120 кг, делающей 3 об/мин. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек перейдет на середину между краем и центром платформы?

122*. Начало условия смотрите в задаче 121. Человек массой 60 кг стоит на краю платформы массой 100 кг, делающей 5 об/мин. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек перейдет в центр платформы?

123*. Начало условия смотрите в задаче 121. Человек массой 70 кг стоит на неподвижной платформе массой 100 кг. Человек обходит платформу вдоль ее края и останавливается в той точке платформы, от которой начал обход. На какой угол (в градусах) повернулась платформа?

124*. Начало условия смотрите в задаче 121. Человек массой 60 кг стоит на краю неподвижной платформы. С какой скоростью (относительно платформы) должен пойти человек вдоль края платформы, чтобы она начала вращаться со скоростью, соответствующей 3,0 об/мин? Масса платформы 120 кг, ее радиус 2,0 м.

125*. Начало условия смотрите в задаче 121. Человек массой 75 кг стоит на краю платформы, делающей 3 об/мин. С какой скоростью должен идти человек вдоль края платформы, чтобы его скорость относительно Земли стала равной нулю? Масса платформы 100 кг, ее радиус 1,6 м.

126*. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой 0,4 кг, летящий горизонтально со скоростью 20 м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии 0,8 м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья с человеком, если суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг$\cdot$м^2?

127*. Человек, стоя на скамье Жуковского, ловит рукой мяч, летящий горизонтально со скоростью 16 м/с на расстоянии 0,7 м от вертикальной оси вращения скамьи. Найти массу мяча, если суммарный момент инерции скамьи с человеком равен 6 кг$\cdot$м^2, а угловая скорость вращения скамьи равна 1 рад/с.

128*. Начало условия смотрите в задаче 121. Человек сидит на неподвижной платформе и держит в руках над головой конец шнура, к другому концу которого привязан груз массой 2 кг. Найти период, с которым будет вращаться платформа с человеком, если человек приведет во вращение шнур с грузом, который, делая 1 оборот в секунду, будет описывать в горизонтальной плоскости окружность радиусом 2 м. Момент инерции платформы с человеком равен 10 кг·м^2. Массой шнура и силами трения пренебречь.

129*. Начало условия смотрите в задаче 121.Человек массой 60 кг стоит на краю платформы радиусом 2 м и массой 150 кг. Найти угловую скорость, с которой будет вращаться платформа, если человек пойдет вдоль ее края со скоростью 1 м/с относительно платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

130. В центр деревянного шара радиусом 7 см, лежащего на столе, попадает пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 350 м/с, и застревает в нем. Найти массу шара, если он после удара покатится без скольжения с угловой скоростью 22 рад/с.

131*. Снаряд массой 10 кг, летевший со скоростью 200 м/с, разорвался на две части. Меньшая часть массой 3 кг получила скорость 400 м/с в прежнем направлении. Найти скорость после разрыва второй части снаряда.

132*. Снаряд летит с горизонтальной скоростью 600 м/с и разрывается на два осколка. Один из осколков большей массы падает по вертикали, а другой массой в два раза меньше первого, движется после разрыва под углом 60° к горизонту. Какова скорость второго осколка?

133*. Снаряд, летящий горизонтально со скоростью 120 м/с, разрывается на две равные части на высоте 80 м. Одна часть падает через 2 секунды на землю точно под местом взрыва. Определить величину и направление скорости второй части снаряда сразу после взрыва.

134*. Определить, на какую высоту поднимется мяч массой 100 г, если он падает на пол под углом α=30°к горизонту и упруго отскакивает без потери скорости при условии, что изменение импульса мяча равно 0,7 кг*м/с.

135. Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг. Кинетическая энергия системы этих двух тел непосредственно после удара равна 5 Дж. Считая удар центральным и неупругим, найти кинетическую энергию первого тела до удара.

136. Тело массой 3 кг движется со скоростью 4 м/с и ударяется о неподвижное тело массой 5 кг. Считая удар центральным и неупругим, найти количество тепла, выделившееся при ударе.

137*. Два груза массами m_1=20 кг и m_2=10 кг подвешены на нитях длиной 2 м так, что грузы соприкасаются. Меньший груз отклонен на угол α= 60° и отпущен. На какую высоту поднимутся оба груза после неупругого удара?

138*. Человек массой 60 кг, стоявший на носу лодки, переходит на ее корму. На какое расстояние сдвинется лодка? Масса лодки 120 кг, длина её 3 м. Сопротивлением воды пренебречь.

139*. Снаряд, летящий горизонтально со скоростью 100 м/с, разрывается на две равные части. Одна из них непосредственно после разрыва имеет скорость 100 м/с, направленную вертикально вверх. Найти величину и направление скорости второй части снаряда.

140*. Мяч массой 40 г падает на пол под углом α= 55° к горизонту и упруго отскакивает без потери скорости. Изменение импульса мяча Δp = 0,4 кг·м/с. Определить радиус кривизны в высшей точке траектории мяча (после первого отскакивания).

141. На покоящийся диск с моментом инерции 8,0 кг·м^2 начинает действовать вращающий момент, равный 10 Н·м, в результате чего диск приходит во вращение. Определить работу, совершенную за первые 10 с.

142. Маховик, обладающий кинетической энергией 3,2·10^3 Дж, останавливается под действием тормозящего момента, равного 16 Н·м. Сколько оборотов сделает маховик до полной остановки?

143. Шар массой 0,25 кг катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания со скоростью 4,0 м/с. Определить его полную кинетическую энергию.

144. Шар скатывается без проскальзывания по наклонной плоскости высотой 50 см. Определить скорость шара в конце наклонной плоскости. Потерей энергии на преодоление сил трения пренебречь.

145. Шар массой 2 кг и радиусом 0,1 м вращается со скоростью 2 об/с вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое?

146*. Мяч массой 0,1 кг бросили под углом 30° к горизонту со скоростью 2 м/с. Найти кинетическую энергию мяча в верхней точке его траектории и наибольшее изменение его потенциальной энергии, пренебрегая сопротивлением воздуха.

147*. Со скалы высотой 19,6 м в горизонтальном направлении бросили камень со скоростью 36 км/ч. Определить кинетическую и потенциальную энергию камня через 1,25 с после начала движения. Масса камня 100 г. (Сопротивление воздуха не учитывать.)

148. Определить работу, которую совершают силы гравитационного поля Земли, если тело массой 1 кг упадет на поверхность Земли с высоты, равной радиусу Земли.

149. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на 20 см, если известно, что под действием силы 30 Н пружина сжимается на 1 см.

150. По наклонной плоскости высотой 1 м скользит тело массой 1 кг. Длина наклонной плоскости 10 м. Найти кинетическую энергию тела у основания плоскости, если коэффициент трения равен 0,05.

Электричество

201*. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло плотностью $\rho=8\cdot10^2$ кг/м^8. Какова диэлектрическая проницаемость ε масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материалов шариков $\rho=1{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

202*. Тонкое полукольцо радиусом R = 10 см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau=10^{-6}$ Кл/м. В центре кривизны полукольца находится точечный заряд $q = 2\cdot10^{-10}$ Кл. Определить силу взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

203*. Заряд с линейной плотностью $\tau = 3\cdot10^{-6}$ Кл/м равномерно распределен по тонкому полукольцу, в центре кривизны которого находится точечный заряд $q = 5\cdot10^{-11}$ Кл. Сила взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца равна $5\cdot10^{-5}$ Н. Найти радиус полукольца.

204*. Точечный заряд $q = 3\cdot10^{-11}$Кл находится в центре кривизны тонкого полукольца радиусом R = 5см, равномерно заряженного с линейной плотностью τ. Сила взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца равна $6\cdot10^{-5}$ Н. Определить линейную плотность заряда полукольца τ.

205*. На тонком кольце равномерно распределен заряд с линейной плотностью заряда τ= 20 нКл/см. Радиус кольца R = 5 см. На перпендикуляре к плоскости кольца, восставленном из его середины, находится точечный заряд q = 40 нКл. Определить силу, действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на: I) a_1= 10 см; 2) a_2= 2 м.

206*. Определить напряженность поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню длиной l= 10 см, с линейной плотностью заряда τ= 100 нКл/м, в точке, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии a = 10 см от ближайшего конца. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд q = 10 нКл.

207*. Найти силу взаимодействия между тонкой бесконечной нитью с линейной плотностью заряда τ_1 = 0,278 нКл/м и тонким стержнем длиной l = 17,1 см с линейной плотностью заряда τ_2 = 0,4 нКл/м, если их оси взаимно перпендикулярны, а ближайший конец стержня, лежащего в радиальной плоскости, находится в 10 см от нити.

208*. По тонкому кольцу радиусом R = 6 см равномерно распределен заряд Q = 24 нКл. Какова напряженность поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии 18 см от центра кольца? Найти также силу, действующую в этой точке на точечный заряд q = 0,5 нКл.

209*. Одна четвертая часть тонкого кольца радиусом R = 10 см несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 2\cdot10^{-5}$ Кл/м. В центре кривизны кольца находится точечный заряд $q = 5\cdot10^{-10}$ Кл. Определить силу взаимодействия точечного заряда и заряженной части кольца.

210*. Два полубесконечных, тонких равномерно заряженных стержня расположены перпендикулярно друг к другу так, что точка пересечения их осей находится на расстоянии a = 8 см и b = 5 см от ближайших концов стержней. Найти силу, действующую на заряд q = 10 нКл, помещенный в точку пересечения осей стержней, полагая линейную плотность их зарядов одинаковой и равной τ = 1,5 нКл/см.

ПРИМЕЧАНИЕ:

В задачах 211* – 220* необходимо:

а) Найти значения векторов напряженности электрического поля и электрического смещения **E** и **D** как функцию расстояния r, отсчитываемого от центра или оси симметрии, для случаев, указываемых в каждой конкретной задаче.

б) Графики $E=f_1(r)$ и $D=f_2(r)$ расположить на одном рисунке.

в) Вычислить разность потенциалов между двумя точками, указанными в каждой конкретной задаче.

211*. Между двумя бесконечно длинными, коаксиальными и разноименно заряженными цилиндрическими поверхностями малых радиусов R_1 = 4 см и R_2 = 10 см находится слой диэлектрика (ε= 3), прилегающего к цилиндрической поверхности большего радиусу R_2 . Меньший радиус диэлектрического слоя R_0 = 7 см. Линейная плотность заряда поверхности радиусом R_1 составляет -3 нКл/м, а внешней поверхности радиусом R_2 +3 нКл/м. Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r < R_1$; 2) $R_1 \le r \le R_2$; 3) $r > R_2$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками r_1 = 4 см и r_2 = 9 см.

212*. Заряд $2{,}5\cdot10^{-8}$ Кл равномерно распределен по всему объему однородного сферического диэлектрика (ε= 5) радиусом R = 4,0 Ом. Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r \le R$; 2) $r > R$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками r_1 = 2 см и r_2 = 9 см.

213*. Два бесконечно длинных цилиндрических проводника, оси которых совпадают, имеют радиусы R_1=5 см и R_2 = 15 см. Цилиндры заряжены равномерно разноименно с линейной плотностью $2{,}5\cdot10^{-9}$ Кл/м, причем заряд цилиндра меньшего радиуса отрицателен. Все пространство между цилиндрическими поверхностями заполнено однородным диэлектриком (ε= 3,0). Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r < R_1$; 2) $R_1 \le r \le R_2$; 3) $r > R_2$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками r_1 = 2 см и r_2= 14 см.

214*. Точечный заряд $q = 1{,}6\cdot10^{-9}$ Кл находится в центре шара радиусом R= 0,04 м из однородного изотропного диэлектрика. Его диэлектрическая проницаемость равна 2,5. Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r < R$; 2) $r > R$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками $r_1 = 2$ см и $r_2 = 8$ см.

215*. Сферическая поверхность радиусом $R_1 = 30$ мм имеет равномерно распределенный заряд $-5\cdot10^{-8}$ Кл. На второй сферической поверхности радиусом $R_2 = 40$ мм равномерно распределен такой же по величине, но положительный заряд. Центры сферических поверхностей совпадают. Все пространство между сферическими поверхностями заполнено однородным диэлектриком (ε= 5). Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r < \mathrm{R}_1$; 2) $R_1 \le r \le R_2$; 3) $r > R_2$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками r_1= 20 мм и r_2= 60 мм.

216*. Между двумя бесконечно длинными, коаксиальными и разноименно заряженными цилиндрическими поверхностями малых радиусов $R_1 = 4$ см и $R_2 = 10$ см находится слой диэлектрика ($\varepsilon = 3$), прилегающего к цилиндрической поверхности меньшего радиуса R_1. Внешний радиус слоя диэлектрика $R_0 = 7$ см. Линейная плотность заряда поверхности радиусом R_1 составляет +3 нКл/м, внешней поверхности составляет –3 нКл/м. Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r < R_1$; 2) $R_1 \le r \le R_2$; 3) $r > R_2$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками $r_1 = 4$ см и $r_2 = 9$ см.

217*. Заряд $q = -5\cdot10^{-7}$ Кл равномерно распределен по всему объему однородного сферического диэлектрика ($\varepsilon = 3$) радиусом $R = 5{,}0$ см. Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r \le R$; 2) $r > R$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками $r_1 = 1$см и $r_2 = 8$ см.

218*. Два бесконечно длинных цилиндрических проводника, оси которых совпадают, имеют радиусы $R_1 = 6$ см и $R_2 = 18$ см. Цилиндры заряжены равномерно и разноименно с линейной плотностью $5\cdot10^{-8}$ Кл/м, причем заряд цилиндра меньшего радиуса положителен. Все пространство между цилиндрическими поверхностями заполнено однородным диэлектриком ($\varepsilon = 5{,}0$). Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r < R_1$; 2) $R_1 \le r \le R_2$; 3) $r > R_2$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками $r_1 = 3$ см и $r_2 = 15$ см.

219*. Точечный заряд q = -2,1·10^{-8} Кл находится в центре шара радиусом R = 0,08 м из однородного изотропного диэлектрика. Его диэлектрическая проницаемость равна 1,5. Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: I) $r \le R_1$; 2) $r > R_2$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками r_1 = 1,5 см и r_2 = 7 см.

220*. Сферический проводник радиусом R_1= 10 мм окружен примыкающим к нему слоем однородного диэлектрика с наружным радиусом R_2 = 30 мм и диэлектрической проницаемостью ε= 1,5. На поверхности проводника равномерно распределен заряд q = l,8·10^{-8} Кл. Построить графики функций $f_1(r)$ и $f_2(r)$ для случаев: 1) $r < R_1$; 2) $R_1 \le r \le R_2$; 3) $r > R_2$. Вычислить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками r_1 = 8 мм и r_2 = 40 мм.

251*. Проводник длиной l = 1,4 м, по которому течет ток I = 2,6 А, равномерно вращается в однородном магнитном поле (B= 0,1 Тл) вокруг оси, проходящей через один из его концов и параллельной вектору $\boldsymbol{B}$. Период вращения T = 0,2 с. Найти работу, совершенную за время t = 40 с.

252*. Рамка, содержащая N = 1500 витков, площадью S = 150 $см^2$, равномерно вращается с частотой n = 960 об/мин в магнитном поле напряженностью H = 10^5 А/м. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

253*. Проволочный виток радиусом r = 14 см и сопротивлением R = 0,01 Ом находится в однородном магнитном поле (B = 0,2 Тл). Плоскость витка составляет угол φ = 60° с линиями индукции. Какой заряд протечет по витку при выключении магнитного поля?

254*. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд Q =10 мкКл. Определить изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра R = 80 Ом.

255* . Рамка из провода сопротивлением R = 0,01 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 0,05 Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки S =160 $см^2$. Определить заряд Q, который протечет через рамку при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 30°; 2) от 30° до 60°; 3) от 60° до 90°.

256*. Рамка площадью S = 220 см^2 равномерно вращается с частотой n =10 с$^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля (B = 0,12 Тл). Определить среднее значение ЭДС индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.

257*. Тонкий проводник с сопротивлением R = 14 Ом и длиной l = 1,5 м согнут в виде квадрата и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле (B = 0,1 Тл) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд Q, который протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

258*. В однородном магнитном поле напряженностью H = 2000 А/м равномерно с частотой n = 10 с$^{-1}$ вращается стержень длиной l = 20 см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

259*. В магнитном поле Земли в горизонтальной плоскости равномерно вращается проводник длиной l = 1 м. При какой частоте вращения и разность потенциалов на его концах $\Delta\varphi$ составит 1 В? Вертикальную составляющую вектора **B** принять равной 50 мкТл. Ось вращения проходит через один из концов проводника.

260*. Соленоид содержит N = 600 витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) S = 8 см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией B = 5 мТл. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если ток уменьшается практически до нуля за время Δt = 0,6 мс.

Колебания и волны

301*. Катушка с индуктивностью 0,002 Гн и конденсатор составляют идеальный электрический колебательный контур. Площадь каждой платины плоского конденсатора 200 см^2, расстояние между обкладками 0,5 мм**,** диэлектрик - стекло (ε = 1,7). Пользуясь вторым законом Кирхгофа, составить дифференциальное уравнение гармонических колебаний в контуре, записать его решение, определить циклическую частоту и период колебаний. Насколько он изменится, если из зазора убрать стекло?

302. Записать уравнение колебаний силы тока в цепи идеального электрического контура с индуктивностью L = 0,33 Гн и емкостью C = 0,46 мкФ, если колебания заряда происходят по закону синуса с амплитудой $q_m = 2{,}3\cdot10^{-7}$ Кл и с начальной фазой $\pi/6$. Найти значение энергии магнитного поля катушки в начальный момент времени и для $t = T/12$, где T – период колебаний. Чему равна полная энергия электромагнитных колебаний в системе?

303*. Грузик массой m = 40 г совершает вертикальные колебания без трения на пружине с коэффициентом упругости k = 0,16 Н/см. Исходя из второго закона Ньютона, составить дифференциальное уравнение колебаний груза на пружине, записать его решение, определить циклическую частоту и период колебаний. Считая, что в некоторый момент времени смещение груза составляет половину от максимального, найти отношение кинетической и потенциальной энергий груза в этот момент.

304. Максимальное значение скорости гармонически колеблющейся материальной точки равно 20 см/с. Величина максимального ускорения равна 4,0 м/с^2. Определить круговую частоту и амплитуду колебаний. Записать уравнение гармонических колебаний в общем виде, получить из него закон колебаний скорости и ускорения.

305. Уравнение изменения тока в колебательном контуре в СИ $i(t)=0{,}02\cdot\sin(400\pi\cdot t)$. Индуктивность контура равна 1 Гн. Определить емкость контура и максимальное значение энергий электрического и магнитного полей.

306*. Однородный магнитный стержень длиной l = 10 см, массой m = 6 г, магнитным моментом $p_m = 2{,}1\cdot10^{-3}$ А·м^2 совершает гармонические колебания в однородном магнитном поле индукцией $B = 1{,}5\cdot10^{-3}$ Тл. Ось колебаний перпендикулярна стержню и проходит через его середину. В положении равновесия направления магнитного поля и магнитного момента стержня совпадают. Определить период колебаний стержня и циклическую частоту. Пренебрегая моментом сил трения, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение с числовыми коэффициентами для углового смещения $\varphi(t)$, выбрав произвольную величину начальной фазы колебаний α_0, считать, что амплитуда φ_m = 0,17 рад.

307*. Однородный шар диаметром 80 см совершает колебания вокруг горизонтальной оси, проходящей сквозь шар на расстоянии a =16 см от его центра. Определить период и циклическую частоту затухающих колебаний. Составить дифференциальное уравнение гармонических колебаний для углового смещения шара, пользуясь основным уравнением динамики вращательного движения (аналог 2-го закона Ньютона) и записать его решение. Положить амплитуду колебаний φ_m = 0,085 рад.

308. Изменение напряжения на обкладках электрического конденсатора в идеальном колебательном контуре (осцилляторе) подчиняется закону косинуса. Амплитуда напряжения 60 В, собственная частота $1{,}6\cdot 10^3$ Гц, емкость конденсатора 10^{-7} Ф. Найти индуктивность катушки, полную энергию колебаний в контуре и отношение электрической и магнитной энергий системы в момент, равный 1/4 периода колебаний, если начальная их фаза равна $\alpha_0 = \pi/6$. Записать уравнение колебаний с числовыми коэффициентами.

309. В колебательном контуре без потерь в начальный момент t = 0 сила тока, меняющегося по закону синуса, равна $i_0 = 1{,}2\,A$, начальная фаза колебаний φ_0 = $\pi/3$, частота колебаний 2,6 кГц. Найти амплитуду колебаний силы тока в цепи и заряда на обкладках конденсатора, а также значение заряда q_0 в начальный момент.

310. В начальный момент времени сила тока в идеальном электрическом контуре имеет максимальное отрицательное значение, положительное значение, равное половине амплитудного, достигается через $t = 5\cdot 10^{-2} c$. Определить частоту гармонических колебаний и привести качественные графические зависимости $i(t)$ и $q(t)$ с учетом фазового сдвига между ними.

311. Тело массой 48 г совершает затухающие колебания на пружине, погруженной в вязкую жидкость. Найти коэффициент сопротивления среды r, если за 2,5 с колебательная система теряет 80% своей энергии. Определить, через какое время амплитуда смещения тела уменьшиться в e = 2,718 раз.

312*. Груз массой 360 г колеблется в масле на пружине с жесткостью k = 0,568 Н/см. Сила сопротивления пропорциональна и обратна по знаку скорости груза. Считая, что коэффициент пропорциональности r = 1,44 Н·с/м, составить на основе 2-го закона Ньютона дифференциальное уравнение колебаний груза, записать его решение в общем виде и с числовыми коэффициентами. Найти циклическую частоту и период затухающих колебаний.

313. Добротность Q последовательно L-R-C контура составляет 26,17. Через сколько полных колебаний амплитуда напряжения уменьшится в 11 раз? Считая, что период затухающих колебаний T_0, записать закон убыли амплитуды в общем виде, использую упомянутые параметры.

314*. Колебательный контур с сопротивлением R = 40 Ом и индуктивностью 0,001 Гн содержит батарею из 10 последовательно соединенных конденсаторов, емкость каждого из которых 0,8 мкФ**.** Определить период и логарифмический декремент затухающих колебаний в контуре. Найти значение критического сопротивления, при котором процесс становится апериодическим.

315*. Полная энергия электрического колебательного контура, содержащего последовательно соединенные катушку с индуктивностью 1,8 мГн, конденсатор и активное сопротивление, за t = 0,2 мс уменьшилась в 80 раз. Найти активное сопротивление этого контура. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний напряжения в таком контуре за вдвое меньшее время?

316. За 100 с система успевает совершить 100 колебаний. За то же время амплитуда колебаний уменьшается в 2,718 раз. Чему равна относительная убыль энергии системы $\Delta E/E$ за период колебаний? Какова добротность колебательной системы?

317*. Последовательный электрический контур содержит две катушки индуктивности L_1 = 0,05 Гн и L_2 = 0,075 Гн, разделенных емкостью 0,02 мкФ и сопротивлением 800 Ом, также соединенных последовательно. Исходя из 2-го закона Кирхгофа, составить дифференциальное уравнение колебаний электрического заряда, записать его решение и определить циклическую частоту и период затухающих колебаний. Определить время, за которое энергия электрического поля конденсатора уменьшится в 7,34 раза.

318. Найти добротность маятника, представляющего собой маленький шарик, подвешенный на нити длинной 0,5 м, если за время наблюдения t = 1,5 мин его полная механическая энергия уменьшилась в 36 раз. Различием частот собственных и затухающих колебаний пренебречь.

319*. Однородный магнитный стержень длиной 10 см, массой 6 г, магнитным моментом $p_m = 2{,}1\cdot 10^{-3}\, А\cdot м^2$ совершает колебания в однородном магнитном поле индукцией $B = 1{,}5\cdot 10^{-3}\, Тл$. Ось колебаний перпендикулярна стержню и проходит через его середину. В положении равновесия направления магнитного поля и магнитного момента стержня совпадают. Момент сил сопротивления $M_C = -r\dfrac{d\varphi}{dt}$, где $r = 3\cdot 10^{-7}\,\dfrac{кг\cdot м^2}{с}$ — коэффициент пропорциональности, $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$ — угловая скорость колебаний. Составить дифференциальное уравнение колебаний стержня, записать его решение, найти период затухающих колебаний, циклическую частоту и постоянную времени релаксации процесса.

320*. Номинальные значения параметров последовательного электрического L-R-C контура таковы: L =0,04 Гн, R = 250 Ом, добротность Q = 80. Найти время релаксации колебаний в системе и значение сопротивления, при котором наступает критический режим колебаний – процесс станет апериодическим.

321. Амплитуды и периоды двух одинаково направленных гармонических колебаний равны, фазы же различаются на $2\pi/3$. Уравнение результирующего колебания в единицах СИ имеет вид $x = 0{,}2\cos(\pi\cdot t+\pi)$. Определить уравнения слагаемых колебаний.

322. В последовательном $R-L-C$ контуре действует периодическая ЭДС - $\varepsilon(t) = \varepsilon_0\cos\omega t$. Значения параметров элементов системы: $L = 1{,}25\cdot 10^{-2}\, Гн$, $C = 2\cdot 10^{-7}\, Ф$, R = 25 Ом. Определить максимальную величину амплитуды напряжения на конденсаторе и ее значение при частоте $\omega = 0{,}8\,\omega_{рез}$, если амплитуда ЭДС ε_0 =12 В.

323*. На подвешенный к пружине груз массой 0,1 кг действует вынуждающая сила с амплитудой 0,4 Н. Коэффициент сил сопротивления среды равен 0,3 кг/с, коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Найти частоту колебаний вынуждающей силы, при которой в системе наступает резонанс, и величину амплитуды при резонансе. Записать дифференциальное уравнение колебаний груза и его решение в установившемся режиме.

324. Вынуждающее напряжение, действующее в колебательном контуре (в единицах СИ), имеет вид $U(t) = 40\cos 10^4 \pi t$. Индуктивность контура 10^{-5} Гн, емкость 10^{-5} Ф, сопротивление 0,2 Ом. Определить уравнение установившихся колебаний заряда на обкладках конденсатора с числовыми коэффициентами и записать дифференциальное уравнение, описывающее указанные колебания.

325*. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых в единицах СИ имеют вид $x = 0{,}4\cos\pi \cdot t$ и $y = 0{,}2\cos\pi(t - 0{,}5)$. Определить траекторию движения точки и начертить ее с соблюдением масштаба. Рассчитать и указать на чертеже скорость и ускорение точки в начальный момент времени и указать направление ее движения по кривой. Если траектория не замкнутая, то указать пределы движения.

326*. Материальная точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, проходящих вдоль одной прямой. В единицах СИ уравнения слагаемых колебаний записываются в виде $x_1 = 0{,}1\cos\pi(t + 1/6)$ и $x_2 = 0{,}05\cos\pi(t + 1/2)$. Определить уравнение результирующих колебаний.

327*. Определить добротность L-R-C последовательного электрического контура, содержащего периодическую ЭДС, если индуктивность катушки L = 2,5 Гн, активное сопротивление контура R = 0,125 Ом, а максимальное значение напряжения на обкладках конденсатора U_m = 50 В достигается при частоте ν = 9,28 Гц. Считая затухание малым, определить резонансную амплитуду колебаний.

328*. Материальная точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, проходящих вдоль одной прямой. В единицах СИ уравнения слагаемых колебаний записываются в виде $x_1 = 0{,}1\cos\pi \cdot t / 2$ и $x_2 = 0{,}12\cos\pi(t + 1) / 2$. Определить уравнение результирующих колебаний.

329. Вынуждающая сила, заданная в единицах СИ уравнением $F(t) = 1{,}5\sin 20t$, действует на груз массой 0,3 кг, подвешенный на пружине. Коэффициент сопротивления среды 0,18 кг/с, коэффициент упругости пружины 2,5 Н/см. Записать уравнение установившихся вынужденных колебаний с числовыми коэффициентами и указать, решением какого дифференциального уравнения оно является.

330. Математический маятник длиной 80 см в начальный момент имеет максимальную скорость, равную 28 см/с. Определить уравнение гармонических колебаний маятника. Записать дифференциальное уравнение колебаний для линейного и углового смещений. Дать связь между ними.

331*. Плоская электромагнитная волна, имеющая максимальную напряженность электрического поля 20 В/м и частоту 10^6 Гц, распространяется в вакууме. Определить уравнение электромагнитной волны с числовыми коэффициентами, выбрав начальные условия. Найти интенсивность волны. Привести снимок и осциллограмму подобной волны.

332. От источника колебаний с частотой 100 Гц вдоль прямой распространяется волна со скоростью 330 м/с и амплитудой 0,50 мкм. Определить длину волны, фазу и ускорение колебаний точки, удаленной на 0,33 м от источника колебаний в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло 0,004 с. Колебания происходят по закону синуса; начальная фаза колебаний источника равна нулю.

333. Плоская электромагнитная волна, имеющая амплитуду напряженности электромагнитного поля 0,150 В/м, распространяется в вакууме. Определить энергию, проносимую волной за 2 с сквозь расположенную перпендикулярно к направлению распространения волны площадку 10 см^2. При решении задачи следует учесть, что среднее значение квадрата синуса (либо косинуса) за период равно 0,5.

334. Вдоль стального стержня, плотность которого 7,8 г/см^3, распространяется продольная упругая волна со скоростью $5\cdot 10^3$ м/с. Амплитуда колебаний равна 1 мкм, длина волны 5 м. Определить максимальное значение плотности потока энергии.

335. Излучаемая точечным источником сферическая электромагнитная волна, уравнение которой в системе СИ имеет вид:

$$E(r,t) = \frac{1,4\cdot 10^4}{r}\sin(6\cdot 10^6\pi\cdot t - 0,02\pi\cdot r),$$

$$H(r,t) = \frac{37}{r}\sin(6\cdot 10^6\pi\cdot t - 0,02\pi\cdot r),$$

распространяется в вакууме. Определить среднюю мощность источника электромагнитной волны. При решении задачи следует учесть, что среднее значение квадрата синуса за период равно 0,5.

336. Плоская электромагнитная волна, уравнения которой в единицах СИ имеют вид:

$$E(x,t) = 140 \cdot \sin(6 \cdot 10^6 \pi \cdot t - 0{,}02\pi \cdot x),$$

$$H(x,t) = 0{,}37 \cdot \sin(6 \cdot 10^6 \pi \cdot t - 0{,}02\pi \cdot x),$$

распространяется в вакууме. Определить среднюю мощность, проходящую сквозь перпендикулярно расположенную к направлению распространения волны площадку 10 см^2. При решении задачи следует учесть, что среднее значение квадрата синуса за период равно 0,5.

337. Плоская звуковая волна, уравнение которой в единицах СИ имеет вид:

$$y(x,t) = 2{,}5 \cdot 10^{-6} \cos 10^3 \pi (t - \frac{x}{330}),$$

Распространяется в воздухе, плотность которого 0,0012 г/см^3. Определить энергию, проносимую волной за одну минуту сквозь площадку 12 см^2, перпендикулярно распространению волны. При решении задачи следует учесть, что среднее значение квадрата синуса за период равно 0,5.

338. Плоская электромагнитная волна, интенсивность которой равна 12 Вт/м^2, распространяется в вакууме. Частота колебаний волны $2 \cdot 10^6$ *Гц*. Определить уравнение электромагнитной волны с числовыми коэффициентами, произвольно выбрав начальные условия. При решении задачи следует учесть, что среднее значение квадрата синуса (либо косинуса) за период равно 0,5.

339. Плоская электромагнитная волна, имеющая амплитуду напряженности электрического поля 0,12 В/м, распространяется в среде, диэлектрическая проницаемость которой $\varepsilon = 2$ и магнитная проницаемость $\mu = 1$. Определить уравнение электромагнитной волны с числовыми коэффициентами, произвольно выбрав начальные условия. Частота волны 10^5 Гц. Определить среднее значение вектора Пойнтинга.

340. Плоская звуковая волна, частота которой 100 Гц и амплитуда 5 мкм, распространяется со скоростью 300 м/с в воздухе, плотность которого равна 1,2 кг/м^3. Определить интенсивность волны. При решении задачи следует учесть, что среднее значение квадрата синуса (либо косинуса) за период равно 0,5.

Квантовая физика

401*. Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеяние фотона происходит на угол $\theta = 180^0$? Энергия фотона до рассеяния $E_1 = 0{,}225$ МэВ.

402*. Рентгеновские лучи ($\lambda = 0{,}1$ нм) рассеиваются электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны рентгеновских лучей в рассеянном пучке.

403. На поверхность металла падают монохроматические лучи с длиной волны $\lambda = 150$ нм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 200$ нм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

404. Давление P света с длиной волны $\lambda_0 = 600$ нм, падающего нормально на черную поверхность, равно 1 нПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 1$ с на площадь $S = 4$ см^2 этой поверхности.

405. Давление света, производимое на зеркальную поверхность, $P = 1$ мкПа. Определить концентрацию n_0 фотонов, падающих на поверхность, если длина волны света $\lambda = 0{,}6$ мкм.

406*. Определить на какой угол рассеивается свет на почти свободных электронах, если изменение его длины волны в 100 раз больше, чем при подобном его рассеивании на почти свободных протонах на угол π.

407. На зеркальную поверхность площадью $S = 4$ см^2 падает нормально поток излучения $\Phi_э = 0{,}6$ Вт. Определить давление P и силу давления F света на эту поверхность.

408 На расстоянии $r = 10$ м от точечного монохроматического ($\lambda = 0{,}6$ мкм) изотропного источника расположена площадка N_1 ($S = 10$ мм^2) перпендикулярно падающим лучам. Определить число фотонов, ежесекундно падающих на площадку. Мощность P излучения равна 200 Вт.

409*. В результате эффекта Комптона на свободных электронах фотон с энергией $E_1 = 0{,}51$ МэВ был рассеян на угол $\theta = 120^0$. Определить энергию E_2 рассеянного фотона.

410*. Фотон при эффекте Комптона на свободном электроне был рассеян на угол $\theta = \pi$. Определить энергию, приобретенную электроном, если энергия фотона до рассеяния была $E_1 = 0{,}51$ МэВ.

411*. Электрон находится в потенциальном ящике шириной 0,2 нм. Определить в электрон-вольтах наименьшую разность энергетических уровней электрона.

412. Излучение возбужденного атома происходит в течение времени $\tau = 10$ нс, длина волны излучения $\lambda = 663$ нм. Определить с какой наибольшей точностью $(\Delta E)/E$ может быть найдена энергия E излучения.

413. Атом испустил фотон с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Продолжительность излучения $\tau = 50$ нс. Определить наибольшую точность $\Delta\lambda$, с которой может быть определена длина волны излучения.

414*. Сколь целых волн де Бройля уложится на длине пятой орбиты возбужденного электрона в атоме водорода?

415*. Энергия возбужденного электрона, находящегося в потенциальном квантовом ящике на четвертом энергетическом уровне, равна 0,86 эВ. С какой неопределенностью может быть установлена скорость электрона.

416. Используя соотношения неопределенностей, оценить наименьшие ошибки Δv в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью $\Delta x = 1 мкм$.

417. Протон находится в одномерном потенциальном ящике. Используя соотношения неопределенностей, оценит ширину l ящика, если известно, что минимальная энергия $E_{\min}$ протона равна 20 МэВ.

418. Найти отношение длин волн де Бройля электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U = 90$ В.

419. Пользуясь соотношением неопределенностей, оцените размеры атома, если электрон в нем движется со скоростью, отвечающей прохождению ускоряющего потенциала $U = 1{,}38 \cdot 10^5$ В.

420. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия $E_{\min}$ электрона равна 1 Эв.

Справочные материалы

Греческий алфавит

Α	α	альфа	Ν	ν	ню
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ε	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ζ	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	θ	тета	Υ	υ	ипсилон
Ι	ι	йота	Φ	φ	фи
Κ	κ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	лямбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	мю	Ω	ω	омега

Приставки для обозначения десятичных кратных и дольных единиц

Кратные			Дольные		
приставка	обозначение	множитель	приставка	обозначение	множитель
экса	Э	10^{18}	атто	а	10^{-18}
пета	П	10^{15}	фемто	ф	10^{-15}
тера	Т	10^{12}	пико	п	10^{-12}
гига	Г	10^{9}	Нано	н	10^{-9}
мега	М	10^{6}	Микро	мк	10^{-6}
кило	к	10^{3}	Милли	м	10^{-3}

гекто	г	10^2	Санти	с	10^{-2}
дека	да	10^1	Деци	д	10^{-1}

Обозначения и единицы физических величин в СИ

Величина		Единица измерения	
Наименование	Рекомендуемое обозначение	Наименование	Обозначение
Длина	l	метр	м
Путь	S	метр	м
Время	t	секунда	с
Скорость	v	метр в секунду	м/с
Ускорение	a	метр на секунду в квадрате	м/с^2
Частота вращения	n	оборот в секунду	с$^{-1}$
Угол поворота	φ	радиан	рад
Угловая скорость	ω	радиан в секунду	рад/с
Угловое ускорение	ε, β	радиан на секунду в квадрате	рад/с^2
Период	T	секунда	с
Масса	m	килограмм	кг
Сила	F	ньютон	Н
Импульс	p	килограмм-метр в секунду	кг·м/с
Момент инерции	I, J	килограмм-метр в квадрате	кг·м^2
Момент силы	M	ньютон-метр	Н·м
Момент импульса	L	килограмм-метр в квадрате в секунду	кг·м^2/с
Работа	A	джоуль	Дж

Мощность	N, P	ватт	Вт
Энергия	E	джоуль	Дж
Электрический заряд	q, Q	кулон	Кл
Напряженность электрического поля	E	вольт на метр	В/м
Потенциал электрического поля	φ	вольт	В
Сила тока	I, J	ампер	А
Сопротивление	R, r	ом	Ом
Напряжение	U	вольт	В
Электродвижущая сила	ε	вольт	В
Электрическая емкость	C	фарада	Ф
Магнитная индукция	B	тесла	Тл
Магнитный поток	Ф	вебер	Вб
Индуктивность	L	генри	Гн

Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг*с^2)
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Заряд электрона	e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Масса электрона	m	$9{,}1\cdot10^{-31}$ кг

Масса протона	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг
Заряд протона	q_p	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса альфа-частицы	m_α	$6{,}68 \cdot 10^{-27}$ кг
Заряд альфа-частицы	q_α	$3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с
Постоянная Планка	h	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Планка, деленная на 2π	ħ	$1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга (для атома водорода)	R	$1{,}097 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	r_1	$0{,}529 \cdot 10^{-5}$ м
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м (2,43пм)
Магнетон Бора	μ	$0{,}927 \cdot 10^{-23}$ А·м^2
Энергия покоя электрона	E_0	0,51 МэВ = $8{,}16 \cdot 10^{-14}$Дж
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}660 \cdot 10^{-27}$ кг

Плотность твёрдых тел

Материал	Плотность, кг/м^3	Материал	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}7 \cdot 10^3$	Медь	$8{,}9 \cdot 10^3$
Барий	$3{,}5 \cdot 10^3$	Никель	$8{,}9 \cdot 10^3$
Ванадий	$6{,}0 \cdot 10^3$	Свинец	$11{,}3 \cdot 10^3$
Висмут	$9{,}8 \cdot 10^3$	Серебро	$10{,}5 \cdot 10^3$
Железо	$7{,}8 \cdot 10^3$	Цезий	$1{,}9 \cdot 10^3$
Литий	$0{,}53 \cdot 10^3$	Цинк	$7{,}1 \cdot 10^3$

Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода при 4°C	$1{,}00 \cdot 10^3$	Ртуть	$13{,}6 \cdot 10^3$
Глицерин	$1{,}26 \cdot 10^3$	Спирт	$0{,}80 \cdot 10^3$
Масло	$0{,}9 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1{,}26 \cdot 10^3$

Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницае-мость	Вещество	Проницае-мость
Парафин	2,0	Вода	81
Стекло	7,0	Масло транс-форматорное	2,2
Слюда	6,0		

Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное со-противление, Ом·м	Металл	Удельное со-противление, Ом·м
Железо	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	Медь	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1{,}1 \cdot 10^{-6}$	Серебро	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$
Вольфрам	$5{,}5 \cdot 10^{-8}$	Никелин	$4{,}0 \cdot 10^{-7}$

Работа выхода электронов *А*вых

Металл	Дж	эВ
Калий	$3{,}5\cdot10^{-19}$	2,2
Литий	$3{,}7\cdot10^{-19}$	2,3
Платина	$10\cdot10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3{,}4\cdot10^{-19}$	2,1
Серебро	$7{,}5\cdot10^{-19}$	4,7
Цезий	$3{,}2\cdot10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4\cdot10^{-19}$	4,0

Энергия ионизации

Вещество	Дж	эВ
Водород	$2{,}18\cdot10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94\cdot10^{-18}$	24,6
Ртуть	$1{,}66\cdot10^{-18}$	10,4
Литий	$8{,}62\cdot10^{-18}$	5,39

Основные законы и формулы

Механика

Кинематика

1. $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ – радиус-вектор, где x, y, z – координаты тела
2. $|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – модуль радиус-вектора
3. $\vec{r} = \vec{r}(t)$ или $x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$ – уравнения движения
4. $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – перемещение
5. $\vec{v}_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ – средняя скорость перемещения
6. $v_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$ – средняя путевая скорость
7. $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ – мгновенная скорость
8. $v_x = \dfrac{dx}{dt},\ v_y = \dfrac{dy}{dt},\ v_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции вектора скорости
9. $v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2}$ – модуль скорости (скорость движения)
10. $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ – мгновенное ускорение
11. $a_x = \dfrac{dv_x}{dt},\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt},\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$ – проекции вектора ускорения
12. $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ – модуль ускорения
13. $a_\tau = \dfrac{dv}{dt}$ – модуль тангенциального ускорения
14. $a_n = \dfrac{v^2}{r}$ – модуль нормального ускорения
15. $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ – полное ускорение
16. $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$ – угловая скорость
17. $\beta = \dfrac{d\omega}{dt}$ – угловое ускорение
18. $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ – период вращения
19. $S = \varphi \cdot R$ – связь дуги окружности и угла поворота
20. $v = \omega \cdot R$ – связь линейной и угловой скоростей

21. $a_\tau = \beta \cdot R$ – связь тангенциального и углового ускорений

22. $a_n = v^2 / R = \omega^2 R$ – нормальная составляющая ускорения

Динамика

23. $\vec{F} = \sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ – результирующая сила

24. $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс

25. $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$ – второй закон Ньютона для поступательного движения

26. $I_{\text{кольцо}} = mR^2$ – момент инерции материальной точки или полого цилиндра

27. $I_{\text{диск}} = \dfrac{1}{2} mR^2$ – момент инерции диска

28. $M = F \cdot h$ – момент силы

29. $L = I \cdot \omega$ – момент импульса

30. $M = \dfrac{dL}{dt} = I\beta$ – второй закон Ньютона для вращательного движения

31. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ – третий закон Ньютона

32. $\vec{P} = \sum\limits_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = const$ –закон сохранения импульса

33. $L = \sum\limits_{i=1}^{N} I_i \omega_i = const$ – закон сохранения момента импульса

Работа и энергия

34. $A_{12} = \int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} F \cos\alpha dr$ – работа силы

35. $A_{12} = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} M\, d\varphi$ – работа момента силы

36. $N = \dfrac{dA}{dt} = Fv\cos\alpha$ – мощность при поступательном движении

37. $N = \dfrac{dA}{dt} = M\omega$ – мощность при вращательном движении

38. $K = \dfrac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения

39. $K = \dfrac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения

40. $A = K_2 - K_1 = \Delta K$ – теорема о кинетической энергии

41. $U(h) = mgh$ – потенциальная тела на высоте h.

42. $U(x) = \dfrac{kx^2}{2}$ – потенциальная энергия деформированной пружины

43. $A_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U$ – работа консервативных сил

44. $E = K + U = const$ – закон сохранения механической энергии

Электричество

Электростатика

45. $\vec{F}_K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \cdot \dfrac{\vec{r}}{r}$ – закон Кулона

46. $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$ – напряженность электростатического поля

47. $\vec{E} = K \dfrac{q}{\varepsilon r^2} \cdot \dfrac{\vec{r}}{r}$ – напряженность поля точечного заряда

48. $\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$ – принцип суперпозиции (для напряженностей)

49. $\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$ – вектор электростатической индукции

50. $\Phi_E = \int_S E \cdot dS \cdot \cos(\alpha)$ – поток вектора напряженности

51. $\Phi_E = \dfrac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i$ – теорема Остроградского–Гаусса

52. $E_{пл} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ – напряженность электростатического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости.

53. $E_{пк} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$ – напряженность электростатического поля плоского конденсатора

54. $(\varphi_1 - \varphi_2) = U = \dfrac{A_{12}}{q_0}$ – разность потенциалов

55. $A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$ – работа сил электростатического поля

56. $\varphi_1 = \dfrac{A_{1\infty}}{q_0} = \dfrac{W_П}{q_0}$ – потенциал электростатического поля

57. $\varphi(r) = K \dfrac{q}{\varepsilon r}$ – потенциал электростатического поля точечного заряда

58. $\varphi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(\vec{r}_i)$ – принцип суперпозиции (для потенциалов)

59. $E = -\frac{d\varphi}{dl}$ — связь напряженности и потенциала

60. $E = \frac{U}{d}$ – связь напряженности и потенциала для однородного поля плоского конденсатора

61. $\varepsilon = \frac{E_0}{E} > 1$ – определение диэлектрической проницаемости

62. $C = \frac{q}{\varphi}$ – электрическая емкость уединенного проводника

63. $C = \frac{q}{U}$ – электрическая емкость конденсатора

64. $C_{пк} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ – электрическая емкость плоского конденсатора

65. $C = \sum_{i=1}^{N} C_i$ – электроемкость параллельно соединенных конденсаторов

66. $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$ – электроемкость последовательно соединенных конденсаторов

67. $W_Э = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$ – энергия заряженного конденсатора

68. $w_Э = \frac{W_Э}{V} = \frac{DE}{2}$ – плотность энергии электростатического поля

Законы постоянного тока

69. $I = \frac{q}{t}$ – сила тока

70. $j = \frac{dI}{dS}$ – плотность тока

71. $I = \frac{U}{R}$ – закон Ома для однородного участка цепи

72. $R = \rho \frac{l}{S}$ – сопротивление цилиндрического проводника

73. $R = \sum_{i=1}^{N} R_i$ – сопротивление последовательно соединенных проводников

74. $\frac{1}{R}=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{R_i}$ – сопротивление параллельно соединенных проводников

75. $\vec{j}=\gamma\cdot\vec{E}$ – дифференциальный закон Ома

76. $\varepsilon=\frac{A_{ст}}{q_0}$ – электродвижущая сила

77. $U_{12}=(\varphi_1-\varphi_2)+\varepsilon_{12}$ (В) – напряжение в электрической цепи

78. $IR_{12}=(\varphi_1-\varphi_2)+\varepsilon_{12}$ – закон Ома для участка цепи с ЭДС

79. $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ – закон Ома для замкнутой (полной) цепи

80. $A=IUt=\frac{U^2}{R}t=I^2Rt$ – работа электрического тока

81. $P=\frac{dA}{dt}=IU=\frac{U^2}{R}=I^2R$ – полезная мощность электрического тока

82. $P_З=I\cdot\varepsilon=\varepsilon^2/(R+r)=I^2(R+r)$ – затраченная мощность

83. $\eta=\frac{A_{пол}}{A_{затр}}=\frac{P_{пол}}{P_{затр}}=\frac{R}{R+r}$ – коэффициент полезного действия

Электромагнетизм

84. $B=\frac{dF_{\max}}{Idl}$ – индукция магнитного поля

85. $dF_A=Idl\cdot B\sin\alpha$ – закон Ампера

86. $F_Л=q\cdot v\cdot B\sin\alpha$ – сила Лоренца

87. $R=\frac{m\upsilon_\perp}{qB}$ – радиус окружности движущегося в магнитном поле заряда

88. $\vec{p}_m=I\cdot S\cdot\vec{n}$ – магнитный момент тока

89. $M=p_mB\sin\alpha$ – вращающий момент, действующий на рамку с током в магнитном поле

90. $dB=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha$ – закон Био-Савара-Лапласа

91. $\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$ – напряженность магнитного поля

92. $B=\frac{\mu\mu_0 I}{2R}$ – индукция магнитного поля в центре кругового тока.

93. $B=\frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}$ – индукция магнитного поля прямого тока

94. $\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L Bdl\cos\alpha$ – циркуляция вектора магнитной индукции

95. $\oint_L Bdl\cos\alpha = \mu\mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_i$ – теорема о циркуляции

96. $B = \mu\mu_0 nI$ —индукция магнитного поля тороида/соленоида

97. $\varPhi_B = \int_S B \cdot dS \cdot \cos\alpha$ – поток магнитной индукции

98. $\oint_S BdS\cos\alpha = 0$ – теорема Остроградского - Гаусса для магнитного поля

99. $A_{12} = \int_1^2 I \cdot d\Phi$ – работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Электромагнитная индукция

100. $\varepsilon_i = -\dfrac{d\varPhi_B}{dt}$ – закон Фарадея

101. $\varPhi_{si} = L \cdot I$ – поток самоиндукции

102. $L = \mu\mu_0 n^2 V$ – индуктивность соленоида

103. $\varepsilon_{si} = -L\dfrac{di}{dt}$ – ЭДС самоиндукции

104. $\varPhi_{21} = L_{21} \cdot i_1$ — магнитный поток взаимной индукции

105. $\varepsilon_2 = -L_{21}\dfrac{di_1}{dt}$ – ЭДС взаимной индукции

106. $K = \dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{N_1}{N_2}$ – коэффициент трансформации

107. $W_м = \dfrac{LI^2}{2}$ – энергия магнитного поля контура с током

108. $w_м = \dfrac{dW_м}{dV} = \dfrac{BH}{2}$ – плотность энергии магнитного поля

Колебания и волны

Механические колебания и волны

109. $x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ – уравнение гармонических колебаний

110. $\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi}{T}$ – связь циклической частоты, частоты и периода

111. $\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$ – дифференциальное уравнение собственных гармонических колебаний

112. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ – период колебаний пружинного маятника

113. $T=2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgl}}$ – период колебаний физического маятника

114. $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ – период колебаний математического маятника

115. $E=K+U=\frac{kA^2}{2}=const$ – закон сохранения механической энергии собственных гармонических колебаний

116. $\frac{d^2x}{dt^2}+2\delta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0$ – дифференциальное уравнение затухающих колебаний

117. $\delta=\frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания

118. $x(t)=A(t)\sin(\omega t+\varphi_0)$ – решение дифференциального уравнения затухающих колебаний

119. $A(t)=x_0e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний

120. $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний

121. $\tau=\frac{1}{\delta}$ – время релаксации

122. $\theta=\ln\frac{A(t)}{A(t+T)}=\delta T$ – логарифмический декремент затухания

123. $\frac{d^2x}{dt^2}+2\delta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=\frac{F_0}{m\cdot\sin(\Omega t)}$ – дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

124. $x(t)=A\sin(\Omega t+\varphi_1)$ – решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний

125. $A=\frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)^2+4\delta^2\Omega^2}}$ - амплитуда вынужденных колебаний

126. $\lambda=\upsilon\cdot T$ – длина волны

127. $y(x,t) = A\cos\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$ – уравнение бегущей волны

128. $\langle w \rangle = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$ – средняя плотность энергии волны

129. $I = \langle w \rangle v$ – интенсивность волны

Электромагнитные колебания

130. $q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t)$ – гармонические колебания заряда конденсатора колебательного контура

131. $U(t) = U_0 \cos(\omega_0 t)$ – гармонические колебания напряжения

132. $i(t) = q_0\omega_0 \sin(\omega_0 t) = i_0 \cos(\omega_0 t - \pi/2)$ – гармонические колебания силы тока в контуре

133. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – циклическая частота собственных колебаний в контуре

134. $T = 2\pi\sqrt{LC}$ – период собственных колебаний в контуре

135. $\beta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания

136. $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний

Квантовая физика

137. $E = h\nu$ – энергия фотона

138. $m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$ – масса фотона

139. $p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ – импульс фотона

140. $p = (1+\rho)\frac{h\nu}{c}N$ – давление света

141. $h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v_{\max}^2}{2}$ – уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

142. $\frac{m_e v^2}{2} = eU_0$, U_0 – задерживающий потенциал

143. $\nu_{\min} = \frac{A_{\text{выхода}}}{h}$ – красная граница фотоэффекта

144. $\lambda = \lambda_0 + 2\lambda_k \sin\frac{\varphi}{2}$ – комптоновское увеличение длины волны рассеянного излучения

145. $\lambda = \frac{h}{p}$ – длина волны де Бройля частицы

146. $\Delta x \cdot \Delta p \geq h$ – соотношение неопределенностей Гейзенберга

147. $|\Psi(x,t)|^2$ – плотность вероятности пребывания частицы в точке x в момент времени t

148. $\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x)) \cdot \psi(x) = 0$ – уравнение Шредингера для стационарных состояний

149. $(E - U(x)) = \frac{p^2}{2m}$ – кинетическая энергия частицы

150. $\psi_n(x) = A\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)$ – собственные волновые функции частицы в потенциальном "ящике"

151. $E_n = \frac{h^2 n^2}{8ma^2}$ – энергетические уровни частицы в потенциальном "ящике"

152. $\lambda_n = \frac{2a}{n}$ – длина волны де Бройля частицы в потенциальном "ящике"

Литература

1. Трофимова Т.И. Физика: учебник для вузов. М.: Издательский центр «Академия», 2012. – 320 с. – (Сер. Бакалавриат).
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: учебное пособие для студентов высших технических учебных заведений. М.: Академия, 2008. — 719 с.
3. Никеров В.А. Физика. Современный курс. Учебник. Для студентов технических вузов. Москва, «Дашков и К0», 2018 г., 452 с.
4. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: учебное пособие для вузов. М.: Лаборатория знаний, 2020 г.