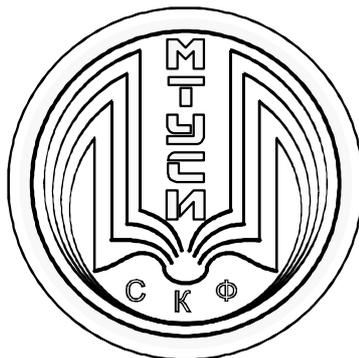


**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**  
**СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФИЛИАЛ**  
**ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО**  
**БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО**  
**ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И**  
**ИНФОРМАТИКИ»**



**КАФЕДРА ОБЩЕНАУЧНОЙ ПОДГОТОВКИ**

**Бородин А.В.**

**ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**

**Методическое пособие**

**по проведению практических занятий**

Направление подготовки  
Профиль

**09.03.01 Информатика и вычислительная техника**  
**Вычислительные машины, комплексы, системы и сети**

Ростов-на-Дону

2019 г.

Бородин А.В. «Цифровая обработка сигналов». Методическое пособие по проведению практических занятий; Ростов-на-Дону: Северо-Кавказский филиал МТУСИ. 2019. – 16 с.

**Составитель:** доцент кафедры ОНП Бородин А.В.

**Рецензент:** Зав. кафедрой ИВТ СКФ МТУСИ, д.т.н. проф. Соколов С.В.

Издание рассмотрено и утверждено  
на заседании кафедры ОНП  
26.08.2019 года (протокол № 1)

## АННОТАЦИЯ

Целями изучения дисциплины «Цифровая обработка сигналов» являются:

- изучение алгоритмов дискретизации и квантования сигналов, теории Z-преобразования дискретных сигналов и разностных уравнений дискретных систем;

- изучение принципов действия, характеристик, параметров и особенностей устройства цифровых фильтров, освоение алгоритмов синтеза цифровых фильтров;

- приобретение студентами знаний и навыков практического использования цифровых сигнальных процессоров, а также базовых ячеек микропроцессоров при разработке и эксплуатации средств связи.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

### *Исследование спектров ДПФ различных сигналов.*

#### Задача 1:

Определить дискретный спектр периодического дискретного сигнала  $x(n) = (0, 1, 1, 0)$ .

$$c_k = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^3 x(n) e^{-j\frac{\pi}{2}kn}, \quad k=0,1,\dots, 3.$$

#### Задача 2:

Определить дискретный спектр периодического дискретного сигнала  $x(n) = (1, 1, 0, 0, 1, 1)$ .

$$c_k = \frac{1}{6} \sum_{n=0}^5 x(n) e^{-j\frac{\pi}{2}kn}, \quad k=0,1,\dots, 5.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2

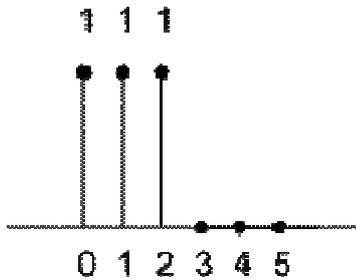
### Численные методы осуществления преобразования Фурье

#### Задача 1:

Дискретный сигнал периодически задан шестью равноотстоящими отсчетами

$$\{x_k\} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

Найти коэффициенты ДПФ этого сигнала



Задача 2: Вычислите дискретное преобразование Фурье (ДПФ) сигнала  $x(n) = (2, 2, 2, 2, 0, 0, 0)$ .

Задача 3: Вычислите дискретное преобразование Фурье (ДПФ) сигнала  $x(n) = (1, 1, 1, 0)$ .

Задача 4: Рассчитать линейную и круговую свертки сигналов  $(1, 2, 1, 2)$  и  $(1, 2, 3, 4)$  непосредственным вычислением и с помощью алгоритма цифровой фильтрации в частотной области.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3

### Исследование нерекурсивных цифровых фильтров 1-го и 2-го порядков

Задача 1. На вход нерекурсивного цифрового фильтра (НЦФ) с импульсной характеристикой (ИХ)  $\{g(nT)\} = (-1,2; 2; 0,5)$  подается сигнал  $\{x(kT)\} = (0,25; 1; 0,75)$ .

1. Найти системную функцию  $H(z)$  фильтра.
2. Записать алгоритм цифровой фильтрации.
3. Изобразить схему фильтра.

Задача 2: На вход нерекурсивного цифрового фильтра (НЦФ) с импульсной характеристикой (ИХ)  $\{g(nT)\} = (-1,8; 2; 0,2)$  подается сигнал  $\{x(kT)\} = (0,05; 1; 0,95)$ .

1. Найти системную функцию  $H(z)$  фильтра.

Системная функция  $H(z)$  фильтра определяется формулой:

$$H(z) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + \dots + b_mz^{-m},$$

где  $b_i$  – весовые коэффициенты данного НЦФ.

$$H(z) = -1,8 + 2z^{-1} + 0,2z^{-2}.$$

2. Записать алгоритм цифровой фильтрации.

Алгоритм цифровой фильтрации представляет собой дискретную свёртку двух сигналов, один из которых импульсная характеристика, а другой входной дискретный сигнал:

$$y(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} g(kT)x(nT - kT)$$

3. Изобразить схему фильтра.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4

### Исследование рекурсивных цифровых фильтров 1-го и 2-го порядков

Задача 1. На вход рекурсивного цифрового фильтра (РЦФ) с системой функцией  $H(z)$  подается сигнал  $\{x(kT)\} = (0,1; 1; 0,9)$ .

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
0,2	1	0,2	0,6	-0,08

### РЕШЕНИЕ

1. Записать алгоритм цифровой фильтрации.

С помощью системной функции запишем алгоритм цифровой фильтрации РЦФ:

$$H(z) = \frac{0,2 + z^{-1} + 0,2z^{-2}}{1 - 0,6z^{-1} + 0,08z^{-2}}$$

$$y(nT) = a_0x(nT) + a_1x(nT-T) + \dots + b_1y(nT-T) + \dots + b_{L-1}y(nT-(L-1)T),$$

$$y(nT) = 0,2x(nT) + x(nT-T) + 0,2x(nT-2T) + 0,6y(nT-T) - 0,08y(nT-2T).$$

2. Изобразить схему фильтра в прямой и канонической формах.

Прямая форма реализации структурной схемы РЦФ изображена на рис.2. Необходимо заметить, что существуют и другие структурные схемы РЦФ. В контрольной работе требуется представление канонической схемы реализации предложенного РЦФ 2-го порядка. Её преимущество – это минимальное число элементов задержки, равное порядку фильтра. Каноническая структура представлена на рисунке 3.

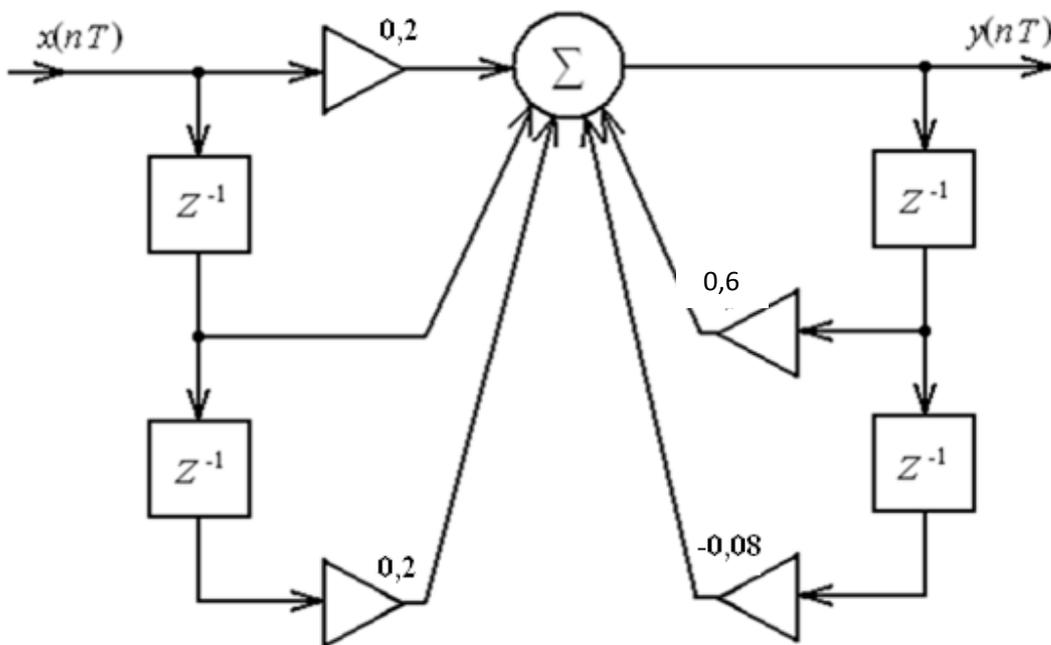


Рисунок 2 Структура ЦФ прямая.

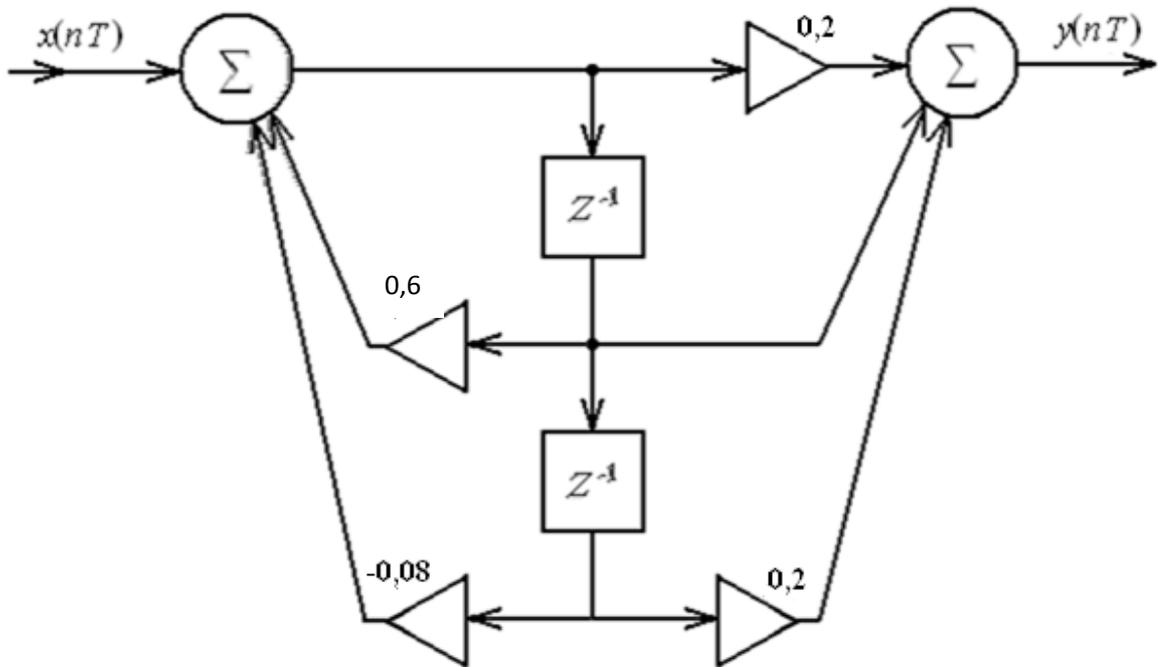


Рисунок 3 Структура ЦФ каноническая.

3. Определить сигнал на выходе фильтра ( $n = 0, 1, \dots, 6$ ). Сигнал  $\{y(kT)\}$  на выходе НЦФ можно рассчитать путем непосредственного использования разностного уравнения, описывающего данный фильтр:

$$y(nT) = 0,2x(nT) + x(nT-T) + 0,2x(nT-2T) + 0,6y(nT-T) - 0,08y(nT-2T).$$

$y(0)$	0,03
$y(T)$	0,418
$y(2T)$	1,5384
$y(3T)$	1,9896
$y(4T)$	1,250688

$y(5T)$	0,591245
$y(6T)$	0,254692

4. Определить, устойчив ли фильтр.

Фильтр является устойчивым, если все полюсы  $H(z)$  располагаются внутри единичной окружности в плоскости  $z$ . Нули могут быть расположены в любой точке комплексной  $z$  – плоскости. Это означает, что для устойчивости фильтра необходимо и достаточно выполнения условия

$$|z_k| < 1, k = 1, 2, \dots, N,$$

где  $z_k$  – полюс функции передаточной функции.

Найдем полюсы  $z_{1,2}$  системной функции РЦФ:

$$z^2 - 0,6z + 0,08 = 0,$$

$$z_1 = 0,4; z_2 = 0,2; |z| < 1.$$

Условие устойчивости РЦФ выполняется, поэтому исследуемый РЦФ устойчив.

5. Найти частотную характеристику  $H(j\omega)$  фильтра. Для описания аналоговых фильтров используют частотную характеристику

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}.$$

Для нерекурсивного дискретного фильтра

$$H(j\omega) = \sum_0^M h(kT)e^{-j\omega kT}. \text{ Эта функция является периодической с периодом } \frac{2\pi}{T}.$$

$$H(j\omega) = H(z)|_{z=e^{j\omega T}} = \frac{0,2 + e^{-j\omega T} + 0,2e^{-2j\omega T}}{1 - 0,6e^{-j\omega T} + 0,08e^{-2j\omega T}}.$$

6. Найти АЧХ  $A(\omega)$  фильтра.

АЧХ  $A(\omega)$  фильтра будем находить, используя частотную характеристику  $H(j\omega)$  РЦФ.

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{\left(\sum_0^M b_k \cos k\omega T\right)^2 + \left(\sum_1^M b_k \sin k\omega T\right)^2}{\left(1 - \sum_1^M a_k \cos k\omega T\right)^2 + \left(\sum_0^M a_k \sin k\omega T\right)^2}}$$

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{0,2 + e^{-j\omega T} + 0,2e^{-2j\omega T}}{1 - 0,6e^{-j\omega T} + 0,08e^{-2j\omega T}} \right| =$$

$$= \sqrt{\frac{(0,2 + \cos \omega T + 0,2 \cos(2\omega T))^2 + (\sin \omega T + 0,2 \sin(2\omega T))^2}{(1 - 0,6 \cos \omega T + 0,08 \cos(2\omega T))^2 + (0,6 \sin \omega T - 0,08 \sin(2\omega T))^2}}$$

7. Найти ФЧХ  $\varphi(\omega)$  фильтра.

Аргумент частотной характеристики является ФЧХ заданного НЦФ:

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{[\operatorname{Im}[H(j\omega)]]}{[\operatorname{Re}[H(j\omega)]]}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\sin \omega T + 0,2 \sin(2\omega T)}{0,2 + \cos \omega T + 0,2 \cos(2\omega T)} - \operatorname{arctg} \frac{0,6 \sin \omega T + 0,08 \sin(2\omega T)}{1 - 0,6 \cos \omega T + 0,08 \cos(2\omega T)}$$

Задача 2.

На вход рекурсивного цифрового фильтра (РЦФ) с системой функцией  $H(z)$  подается сигнал  $\{x(kT)\} = (0,05; 1; 0,95)$ .

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
0,1	1	0,1	2,0	-0,96

1. Записать алгоритм цифровой фильтрации.

С помощью системной функции запишем алгоритм цифровой фильтрации РЦФ:

$$H(z) = \frac{0,1 + z^{-1} + 0,1z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + 0,96z^{-2}}$$

$$y(nT) = a_0x(nT) + a_1x(nT-T) + \dots + b_1y(nT-T) + \dots + b_{L-1}y(nT-(L-1)T),$$

2. Изобразить схему фильтра в прямой и канонической формах.

Задача 3. На вход согласованного цифрового фильтра (СЦФ) поступает сигнал  $\{x(kT)\} = (0,2; 1; 0,8)$  и белый шум с дисперсией  $\sigma_{\text{ш}}^2 = 0,1$ .

Требуется:

1. Определить импульсную характеристику  $\{h(nT)\}$  СЦФ.
2. Найти системную функцию  $H(z)$  фильтра.
3. Записать алгоритм цифровой фильтрации.
4. Изобразить схему фильтра.
5. Определить сигнал на выходе фильтра.
6. Определить максимальную пиковую мощность сигнала на выходе СЦФ  $P_c$  в момент времени  $MT$ .
7. Определить мощность шума на выходе СЦФ  $P_{\text{ш}}$ .

8. Найти наибольшую величину отношения сигнал-шум на выходе СЦФ  $\frac{P_c}{P_{ш}}$  в момент времени  $MT$ . Определить, возможно ли обнаружение сигнала  $\{x(kT)\}$ .

### РЕШЕНИЕ

1. Если импульсная характеристика согласованного цифрового фильтра будет иметь вид  $h(mT) = x((N - 1)T - mT)$ , то среди всех КИХ-фильтров СЦФ обеспечивает наибольшую величину отношения сигнал-шум. Порядок СЦФ равен  $N=3$  и его ИХ  $h(nT) = x((2 - n)T) = (0,8; 1; 0,2)$ .
2. Z-преобразование ИХ является системной функцией СЦФ:

$$H(z) = \sum_0^{\infty} h(kT)z^{-k},$$

$$H(z) = 0,8 + z^{-1} + 0,2z^{-2}.$$

3. Линейная свертка входного сигнала и ИХ позволяет записать алгоритм цифровой фильтрации

$$y(kT) = \sum_{n=0}^5 x(nT)h(kT - nT)$$

$$y(kT) = 0,8x(kT) + x(kT - T) + 0,2x(kT - 2T).$$

4. Схема фильтра изображена на рис.4

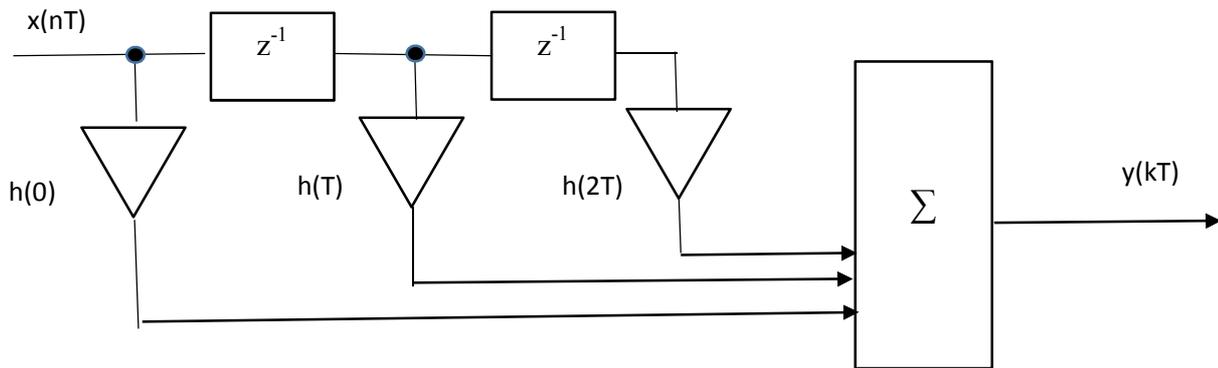


Рисунок 4. Структурная схема СЦФ.

5. Сигнал на выходе  $\{y(kT)\} = (0,16; 1,00; 1,68; 1,00; 0,16)$ .

$x(0)$	$x(T)$	$x(2T)$	$x(3T)$	$x(4T)$
0,20	1,00	0,80	0,00	0,00
$y(0)$	$y(T)$	$y(2T)$	$y(3T)$	$y(4T)$
0,16	1,00	1,68	1,00	0,16

6. В момент времени  $MT$  максимальная пиковая мощность сигнала на выходе СЦФ  $P_c$ :

$$\begin{aligned}
 P_c &= \left[ \sum_{l=0}^5 x(lT)h((2-l)T) \right]^2 = \\
 &= x(0)h(2T) + x(T)h(T) + x(T)h(T) + x(T)h(T) + x(2T)h(0) + \\
 &+ x(3T)h(-T) + x(4T)h(-2T) + x(5T)h(-3T) = 1,68.
 \end{aligned}$$

7. Мощность шума на выходе СЦФ  $P_{ш}$ :

$$P_{ш} = \sigma_{ex}^2 \sum_{l=0}^2 h^2(lT) = 0,168.$$

8. Наибольшая величина отношения сигнал-шум на выходе СЦФ в момент времени  $MT$ :

$$k_{ш} = \frac{P_c}{P_{ш}} = \frac{1,68}{0,168} = 10 > 1.$$

Сигнал  $\{x(kT)\}$  обнаруживается.

Задача 2: На вход согласованного цифрового фильтра (СЦФ) поступает сигнал  $\{x(kT)\} = (0,05; 1; 0,95)$  и белый шум с дисперсией  $\sigma_{ex}^2 = 0,2$ .

Требуется:

9. Определить импульсную характеристику  $\{h(nT)\}$  СЦФ.

10. Найти системную функцию  $H(z)$  фильтра.

11. Записать алгоритм цифровой фильтрации.

12. Изобразить схему фильтра.

13. Определить сигнал на выходе фильтра.

14. Определить максимальную пиковую мощность сигнала на выходе СЦФ  $P_c$  в момент времени  $MT$ .

15. Определить мощность шума на выходе СЦФ  $P_{ш}$ .

16. Найти наибольшую величину отношения сигнал-шум на выходе СЦФ  $\frac{P_c}{P_{ш}}$  в момент времени  $MT$ . Определить, возможно ли обнаружение сигнала  $\{x(kT)\}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гадзиковский В.И.. Методы проектирования цифровых фильтров М.: Горячая линия-Телеком, 2012.– 414с.  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=560412>
2. Методические указания и контрольное задание по курсу «Цифровые фильтры» / В.А. Зюко. – М.: МГУСИ,2012.
3. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для студентов вузов.- 2-е изд, 2007.
4. Умняшкин С.В. Теоретические основы цифровой обработки и представления сигналов: Учебное пособие для студентов вузов, 2008.